Procesado de Datos GPS: código y fase
Algoritmos, Técnicas y Recetas

grupo de **A**stronomía y **GE**omática (gAGE)

M. Hernández-Pajares, J.M. Juan Zornoza,
J. Sanz Subirana

gAGE-NAV S.L.
Barcelona, Spain

Primera edición: Septiembre de 2001
ISSUE: 7 (Febrero 2008)

© los autores, 2001

Producción: CPET (Centre de Publicacions del Campus Nord, UPC).
La Cup. C/. Jordi Girona, 1-3. 08034 Barcelona, Spain.
Dirigir la correspondencia a: jaume@ma4.upc.edu.

ISBN: 84-932230-4-2

Depósito legal: B-31398-2005

Este material (libro, transparencias y software) es de libre distribución y puede obtenerse del servidor http://www.gage.es, o solicitándolo a jaume@ma4.upc.edu. Se autoriza su reproducción, siempre que se realice en toda su integridad, res- petando estrictamente el contenido y formato originales, y sin ánimo de lucro. *Cualquier reproducción parcial deberá ser expresamente autorizada por los autores, e indicar claramente la referencia del libro.* Los autores agradecerán se les comunique cualquier actuación que vulnere los principios anteriores de gratuidad y libre distribución, y de respeto a la autoria del mismo.

A nuestras familias, que siempre nos solucionan los problemas importantes.

Índice

Introducción **1**
Tema 1. Conceptos básicos **3**
Práctica 1. Herramientas informáticas 7
Tema 2. Descripción del Sistema GPS **15**
Práctica 2. Ficheros RINEX de datos y efemérides 31
Tema 3. Los observables GPS y sus combinaciones **37**
Práctica 3a. Observables GPS y sus combinaciones 43
Práctica 3b. Detección de cycle-slips 49
Tema 4. Órbitas y relojes de satélites GPS **55**
Práctica 4a. Elementos orbitales y sistemas de referencia 63
Práctica 4b. Errores en órbitas y relojes. Efecto de la S/A 69
Tema 5. Modelado de la pseudodistancia (código) **77**
Práctica 5a. Modelado de la pseudodistancia. Propagación y efectos dependientes del satélite 89
Práctica 5b. Modelado de la pseudodistancia. Efectos relativistas. Distancia geométrica y pseudodistancia modelada. 97
Tema 6. Resolución de las ecuaciones de navegación (código) **105**
Práctica 6a. Resolución de las ecuaciones de navegación: posicionamiento y efecto de la S/A 121
Práctica 6b. Resolución de las ecuaciones de navegación: análisis
Tema 7. Posicionamiento diferencial (código y fase) **105**
Práctica 7a. Posicionamiento diferencial con código 151
Práctica 7b. Posicionamiento diferencial con código y fase 163
Apéndices **179**
Apéndice I: estado de la constelación GPS 179
Apéndice II: descripción del formato RINEX 183
Apéndice III: algunos ficheros de datos 217
Apéndice IV: listados de programas 225
Apéndice V: gráficas de los ejercicios 287
Soluciones a los ejercicios **311**
Instalación del software **313**
Bibliografía **315**

Introducción

Este volumen contiene una serie de ejercicios prácticos sobre el procesado de datos GPS, dirigido a todos aquellos profesionales y estudiantes que deseen introducirse en el estudio de la señal GPS y en los algoritmos de posicionamiento con código y fase. Los ejercicios se desarrollan sobre un paquete de software específico diseñado al efecto y que se proporciona sin coste adicional.

Su contenido abarca desde el análisis de los observables básicos (código y fase) hasta el planteamiento y resolución de las ecuaciones de navegación para posicionamiento absoluto y diferencial. Partiendo de ficheros RINEX de observaciones y efemérides, obtenidos vía ftp de servidores públicos, o ficheros capturados en sesiones de campo, se analizan los observables código y fase, y sus diferentes combinaciones (ionosférica, libre de ionosfera, wide-lane), poniendo de manifiesto algunos de sus aspectos directamente observables gráficamente (*cycle-slips* de la fase, refracción ionosférica, multicamino, etc.). Se examinan ficheros capturados en condiciones de Anti-Spoofing activado y desactivado. A partir del mensaje de navegación, se determinan las coordenadas de los satélites y el error de sincronismo de sus relojes, y se calculan, a continuación, los diferentes términos que intervienen en el modelado de las pseudodistancias (distancia geométrica, correción relativista, atmosférica –ionosfera y troposfera–, retardos instrumentales, etc.). Se estudia el impacto de la Selective-Availability sobre la pseudodistancia modelada, comparando los resultados con los obtenidos utilizando ficheros de órbitas y relojes precisos, disponibles a través de la red internet. Se plantea el sistema de ecuaciones de navegación y se resuelve mediante las técnicas de estimación por mínimos cuadrados y por el filtro de Kalman. Estas técnicas se presentan únicamente desde un punto de vista conceptual, con vistas a su implementación a nivel algorítmico.

Está dividido en 7 temas, cada uno de los cuales contiene un pequeño resumen sobre los fundamentos teóricos y un paquete de prácticas de laboratorio, de unas dos horas de duración cada una, para realizar sobre un entorno UNIX: se utilizan ficheros de datos reales y un paquete de software específico que contiene

diferentes programas y rutinas diseñados para la implementación de los módulos de procesado (GPS-Code-Analysis-Tool). Asimismo, se facilitan rutinas elementales para algunas funciones específicas: cálculo de coordenadas de satélites (en recepción y en emisión), modelo de Klobuchar para la refracción ionosférica, etc. Se pretende, desde el primer momento, *dar operatividad* en el *uso instrumental* de los conceptos y técnicas del procesado de datos GPS.

Los ejercicios están clasificados según diferentes niveles de dificultad, que vienen indicados por "ninguno", uno, dos o tres asteriscos. Al final de cada práctica se proporciona una plantilla para consignar las respuestas a los apartados que hemos considerado más representativos desde el punto de vista de la evaluación.

Aunque son deseables unos conocimientos mínimos de UNIX, no resultan imprescindibles para seguir este libro. A lo largo de diferentes ejercicios "guiados"[1], se va introduciendo al lector, de manera natural y por inmersión, en la sintaxis y las posibilidades de este entorno. Nuestra experiencia nos ha demostrado que los estudiantes sin conocimientos previos de UNIX no encuentran gran dificultad en adaptarse a este lenguaje –bien al contrario, aprecian el hecho de que la formación se haga en el contexto real en que se trabajan estos problemas[2]–. Ello no obstante, y puesto que el objeto fundamental de esta publicación es la formación en GPS, se incluyen, a modo de apéndices, algunos resultados gráficos de los ejercicios, así como diferentes ficheros de datos para poder desarrollar la mayor parte del contenido conceptual de estas prácticas sin necesidad de ejecutar los programas (junto al software se proporcionan unos ficheros de texto con las soluciones a los ejercicios).

Su planteamiento didáctico es fruto de una experiencia docente universitaria de más de quince años. Asimismo, su enfoque científico/tecnológico se ha nutrido de nuestra experiencia en el desarrollo de diferentes proyectos y contratos de investigación en el área de Navegación por Satélite.

[1] En la primera práctica se presentan unas mínimos elementos informáticos (sobre UNIX, `gawk` y `gnuplot`), para aquellos que nunca hayan trabajado en este entorno.

[2] Hoy en día es posible disponer de una *workstation* UNIX (LINUX) altamente competitiva por poco dinero, gracias al sistema operativo LINUX. Se trata de un software **de libre distribución** (*free-software*) que permite configurar un PC 486 con 4 Mb de memoria RAM y 200 Mb de disco duro, o superior, como una máquina UNIX de altas prestaciones. En la dirección *http://sunsite.rediris.es* se puede encontrar el software e información en castellano para la instalación del LINUX.

Tema 1
Conceptos básicos

El sistema GPS comprende una constelación de al menos 24 satélites orbitando a una altura media de $20200Km$ sobre la superficie terrestre, que emiten continuamente señales a partir de las cuales los usuarios pueden determinar su posición tridimensional. El principio de posicionamiento se basa en la resolución de un sencillo problema geométrico, donde a partir de las distancias a un conjunto mínimo de cuatro satélites GPS, medidas por el receptor (mediante las señales emitidas por los mismos) y de los que se conocen sus coordenadas, se determinan las coordenadas del usuario con una precisión del orden de una decena de metros.

Idea intuitiva del posicionamiento GPS

El observable básico del sistema GPS es el tiempo de propagación de la señal electromagnética entre el satélite (emisor) y el receptor. Este tiempo, escalado con la velocidad de la luz, da una medida de la distancia (pseudodistancia) entre ambos.

El siguiente ejemplo[3] resume, para un caso bidimensional, las ideas básicas del posicionamiento GPS:
Supóngase un faro, del que se conocen sus coordenadas con una cierta precisión, que emite señales acústicas a intervalos regulares de 1 minuto (empezando en las 0h 0m 0s), y con suficiente intensidad para ser oídas a distancias de varios kilómetros. Supóngase también, un barco, cuyo reloj esté perfectamente sincronizado con el del faro, que recibe una de estas señales en un instante que no sea un múltiplo exacto de un minuto, por ejemplo, 20 segundos más tarde ($t = n * 1^m + 20^s$). Estos 20 segundos corresponderán al tiempo de propagación del sonido desde el faro (emisor) al barco (receptor). La distancia d entre ambos se obtendrá multiplicando este valor por la velocidad del sonido $v \simeq 335m/s$: $d = 20s * 335m/s = 6.7Km$. Evidentemente, con un único faro, sólo es posible determinar una medida de distancia relativa, pudiendo estar el barco situado en

[3] inspirado en Kaplan (1996)

cualquier punto sobre un círculo de radio d (ver figura 1).

Con un segundo faro, la posición del barco vendrá dada por la intersección de dos circunferencias, con centros en dichos faros y radios determinados por sus distancias relativas al barco (medidos a partir de las señales acústicas). En este caso, el barco podrá estar situado en cualquiera de los dos puntos de intersección que se muestran en la figura 1. Un tercer faro, resolverá a la ambigüedad anterior[4].

A pesar de que el ejemplo anterior corresponde a un caso bidimensional, el principio básico es el mismo que en el sistema GPS:

- En el caso de los faros, se suponen conocidas sus coordenadas. En el caso de los satélites GPS, éstas se calculan a partir de las efemérides transmitidas por los mismos.
- En el posicionamiento GPS, al igual que en el ejemplo, la distancia entre el receptor y los satélites se calcula a partir del tiempo de propagación de una señal (en este caso una onda electromagnética) del satélite al receptor (ver tema 2).

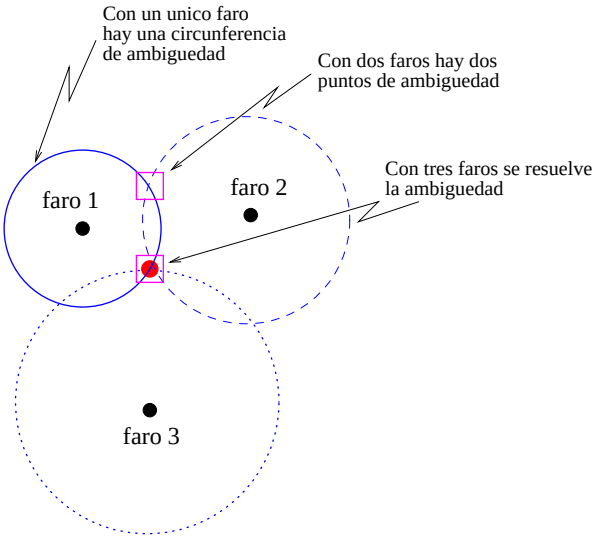


Fig. 1. Posicionamiento 2D

[4]En la práctica, un conocimiento aproximado de la posición del barco puede permitir prescindir del tercer faro. Este es el caso en el posicionamiento GPS, donde se parte del de un valor *aproximado* de las coordenadas del receptor, que se va refinando iterativamente (en el entorno de este punto se linealiza el problema, con el fin de poder aplicar las técnicas de mínimos cuadrados o filtrado de Kalman –tema 6–).

En el ejemplo presentado, se ha supuesto una situación ideal en que existía un perfecto sincronismo entre los relojes de los faros y del barco, lo cual en la práctica es difícil de mantener.

Un error de sincronismo entre estos relojes producirá una medida errónea del tiempo de propagación de la señal, pues es algo relativo a ambos relojes y, en consecuencia, un valor erróneo de la distancia entre ambos. Esta situación se ilustra en la figura 2, donde las tres circunferencias ya no detereminan un punto, sino una región de incertidumbre en la que se encuentra situada la solución.

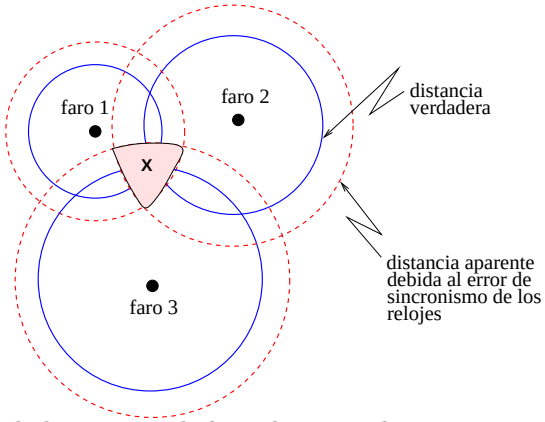


Fig. 2. Efecto de los errores de los relojes en el posicionanmiento

Para asegurar la estabilidad de los relojes, los satélites están equipados con osciladores atómicos con estabilidades del orden de 10^{-13} (ver tema 2). En el caso de los receptores comerciales, se utilizan relojes de cuarzo, muchísimo más económicos pero con una baja estabilidad. Este inconveniente se supera estimando su error de sincronismo al mismo tiempo que las coordenadas.

Finalmente, la geometría de los satélites según son vistos por el receptor influye sobre el error de posicionamiento. Ello se ilustra en la figura 3, donde el tamaño y forma de la región de error varía según la posición relativa de los mismos. Este efecto (Dilution Of Precision –DOP–) se estudiará en el tema 4.

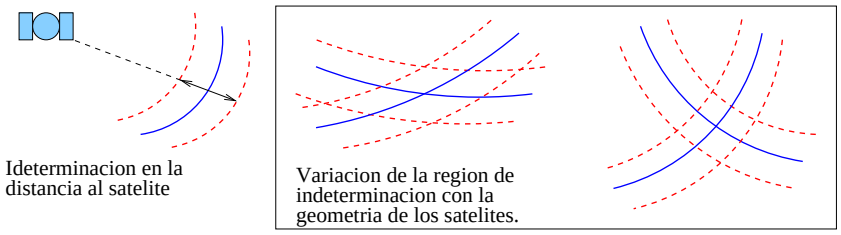


Fig. 3. Effecto del DOP en el posicionamiento

Práctica 1
Herramientas informáticas

Objetivos

Presentar un conjunto (muy reducido) de instrucciones UNIX para el manejo de ficheros y directorios, así como unos elementos básicos de programación `gawk`, y el entorno de representación gráfica `gnuplot`. El objetivo no es enseñar UNIX o lenguajes de programación, sino proporcionar unas herramientas mínimas para el desarrollo de las prácticas.
NOTA: esta práctica es muy elemental y puede saltarse si se poseen unos conocimientos mínimos de UNIX, `gawk` *y* `gnuplot`.

Ficheros a utilizar
`sxyz.eci`

Desarrollo

Esta práctica se ha organizado en una serie de ejercicios guiados, pensados para ser realizados en el orden establecido, a lo largo de los cuales se van presentando las principales intrucciones que se utilizarán en las prácticas.

1. [**Primeras instrucciones**]

   (a) Ver la ubicación del directorio actual.
   Ejecutar: `pwd`

   (b) Ver el contenido del directorio actual.
   Ejecutar: `ls -lt`

   (c) Situarse en el directorio personal o *home directory* ("~")[5]
   Ejecutar: `cd` o bién `cd ~`

[5]Si la instalación se ha realizado de acuerdo a las instrucciones del manual de instalación, deberán haber los tres directorios siguientes: `ficheros`, `programas` y `trabajo` que colgarán del directorio personal.

(d) Situarse en el directorio `trabajo` y ver su contenido.
Ejecutar:

```
cd trabajo
ls -lt
```

(e) Volcar por pantalla una línea de texto:
Ejecutar:

```
echo "esto es una prueba"
```

(f) Direccionar el contenido a un fichero:
Ejecutar:

```
echo "esto es una prueba" > test
ls -lt
echo "esto tambien " >> test
```

(g) Volcar por pantalla el contenido de un archivo:
Ejecutar:

```
cat test
```

Probar también de ejecutar: `echo test`. ¿Qué ocurre?

(h) Editar un fichero
Ejecutar:

```
textedit test
```

2. [**Manejo de directorios**]

(a) Desde cualquier directorio en el que se esté, situarse en el directorio `trabajo` (que cuelga del directorio personal "~") y asegurarse de que se ha accedido a él. Crear el directorio `otro` en el interior del directorio `trabajo`. Acceder a él. Volver al directorio trabajo (inmediatamente superior).
Ejecutar:

```
cd ~/trabajo
pwd
mkdir otro
cd otro
pwd
cd ..
pwd
```

3. [**Manejo de ficheros**]

   (a) Situarse en el directorio `trabajo`. Copiar el fichero `test` en el directorio personal (directorio inmediatamente superior). Ejecutar:

   ```
   cd ~/trabajo
   cp test ../
   ls -lt
   ```

   (b) Copiar el fichero `test` sobre el fichero `file1`[6]. Comprobar el contenido del fichero `file1`
   Ejecutar:

   ```
   cp test file1
   ls -lt
   more file1
   ```

   (c) Crear un "link"[7] del fichero `file2` al fichero `test`. Comprobar el contenido del directorio. Comprobar el contenido de `file2`.
   Ejecutar:

   ```
   ln -s test file2
   ls -lt
   more file2
   ```

   (d) Mediante el programa `textedit`, editar `file2` y cambiar la palabra *prueba* por la palabra *maravilla*. Salvar el cambio efectuado y salir de `textedit`. A continuación, comprobar el contenido del fichero `test` y de su "link" `file2`. ¿Se ha modificado el contenido del fichero original `test` a través de su link `file2`?
   Ejecutar:

   ```
   textedit file2
   more test
   more file1
   ```

   (e) Borrar el fichero `file1` y el link `file2`. Comprobar que han sido borrados. Borrar el directorio `otro`.
   Ejecutar:

[6] Como el fichero `file1` no existe, se creará un nuevo fichero con este nombre y con el mismo contenido que el fichero `test`.

[7] A diferencia del caso anterior, `file2` no es un fichero nuevo, sino únicamente un puntero hacia el fichero `test`. Por tanto, el "link" `file2` supone un gasto mínimo de espacio, con independencia del tamaño del fichero `test`. Ejecutar `man ln` para ver el siginficado y los diferentes tipos de links.

```
rm file1 file2
ls -lt
mkdir otro
rm -r otro
ls -lt
```

4. [**Entorno de programación** `gawk`][8]

   (a) Situarse en el directorio trabajo y crear un link del fichero `sxyz.eci` (que se encuentra en el directorio `ficheros`), a un fichero con el mismo nombre en el directorio de trabajo.
   Ejecutar:

   ```
   cd ~/trabajo
   ln -s ~/ficheros/sxyz.eci .
   ls -lt
   ```

   El fichero `sxyz.eci` contiene las coordenadas, respecto al centro de masas de la Tierra, de un conjunto satélites para diferentes instantes de tiempo. Contiene los siguientes campos:

   ```
   SATELITE tiempo(sec) X(Km) Y(Km) Z(Km)
   ```

   (b) Ejecutar las instrucciones `cat`, `more` y `less` para volcar por pantalla el contenido del fichero `sxyz.eci` ¿Qué diferencia se observa entre las siguientes instrucciones[9].
   Ejecutar:

   ```
   cat sxyz.eci
   more sxyz.eci
   less sxyz.eci
   cat sxyz.eci | less
   ```

   (c) Mediante el lenguaje de programación `gawk`, imprimir (por pantalla) el primer y tercer campo del fichero `sxyz.eci`.
   Ejecutar:

   ```
   gawk '{print $1,$3}' sxyz.eci |more
   o bien
   cat sxyz.eci |gawk '{print $1,$3}' |more
   ```

[8] `gawk` es una versión evolucionada del `awk`

[9] el comando "`|`" permite conectar la salida de un proceso con la entrada de otro. Por ejemplo, la salida del `cat` se puede enviar al `more`.

(d) Imprimir ahora todos los campos a la vez.
Ejecutar:

```
cat sxyz.eci |gawk '{print $0}' |more
```

(e) La siguiente instrucción genera el fichero `prb1` que contiene datos de un único satélite. ¿De qué satélite se trata?
Ejecutar:

```
cat sxyz.eci |gawk '{if ($1==5) print $0 }' > prb1
more prb1
```

(f) ¿Cuál es el significado de los valores de la segunda columna del fichero `prb2` generado con la siguiente instrucción?
Ejecutar:

```
cat sxyz.eci|gawk '{if ($1==5)
    print $2,sqrt($3**2+$4**2+$5**2)}'> prb2
more prb2
```

(g) ¿Discutir la estructura de la siguiente instrucción que realiza un "print" con formato (Nota: `%i`=integer, `%f`= float, `%s`= string)
Ejecutar:

```
cat sxyz.eci |gawk '{printf
    "%2i %02i %11.3f %i %s \n",$1,$1,$3,$3, $1}'|more
```

(h) Acceder a las páginas del manual del `gawk`
Ejecutar `man gawk`

5. [**Entorno de representación gráfica** `gnuplot`]

(a) Entrar en el entorno `gnuplot`. Dado el fichero `prb1` generado anteriormente, representar el tercer campo (coordenada x) en función del segundo (tiempo en segundos). Salir del `gnuplot`
Ejecutar:

```
gnuplot
plot "prb1" u 2:3
exit
```

(b) Repetir el gráfico anterior para el intervalo $[20000 : 30000]$ del eje x. Superponer una retícula (*grid*) en la figura. A continuación repetir la representación gráfica para el intervalo $[-2e4 : 2e4]$ del eje y, y para cualquier valor de x.
Ejecutar:

```
gnuplot
set xrange[20000:30000]
set grid
plot "prb1" u 2:3
set auto x
set yrange [-2e4:2e4]
replot
exit
```

(c) Para el mismo fichero que en los casos anteriores `prb1`, representar en una misma gráfica las coordenadas x (tercer campo), la y (cuarto campo) y la z (quinto campo) en función del tiempo (segundo campo).
Ejecutar:

```
gnuplot
plot "prb1" u 2:3,"prb1" u 2:4,"prb1" u 2:5
exit
```

(d) Visualizar en las siguientes instrucciones los distintos modos de representación gráfica (con puntos "w p", con líneas "w l", líneas+ puntos "w linespoints")
Ejecutar:

```
gnuplot
set xrange[20000:25000]
plot "prb1" u 2:3
plot "prb1" u 2:3 w p 3
plot "prb1" u 2:3 w p 2
plot "prb1" u 2:3 w l
plot "prb1" u 2:3 w d
plot "prb1" u 2:3 w linespoints
exit
```

(e) En los siguientes plots se muestran ejemplos de la utilización del `gawk` dentro del `gnuplot`.
Ejecutar:

```
set xrange[0:90000]
set yrange [-3e4:3e4]
plot "< cat sxyz.eci |gawk '{if ($1==5) print $0}'" u 2:3
plot "< cat prb1 |gawk '{if ($2<20000||$2>50000) print $0}'" u 2:3
plot "< cat prb1 |gawk '{if ($2>30000 && $3>0) print $0}'" u 2:3
exit
```

Nota:
"`if ($2<20000||$2>50000)`" significa `$2<20000` o bien `$2>50000)`
"`if ($2<20000 && $2>50000)`" significa `$2<20000` y `$2>50000)`

(f) Consultar la "ayuda" del `gnuplot`
Ejecutar:

```
gnuplot
help
Help topic:  glossary
(ir probando las diferentes opciones)
exit
```

Tema 2
Descripción del sistema GPS

El sistema GPS está formado por tres grandes bloques: 1) Segmento espacial, 2) Segmento de control y 3) Segmento del usuario.

1. Segmento Espacial

Las funciones principales del segmento espacial son, a partir de las instrucciones que reciben del segmento de control, la de proporcionar una referencia de tiempo atómico, generar las señales de RF pseudoaleatorias y, almacenar y reenviar el mensaje de navegación.

El segmento espacial consta de los siguientes componentes:

Constelación

El segmento espacial está formado por una constelación de al menos 24 satélites, distribuidos en 6 planos orbitales, con una inclinación de 55 grados respecto al ecuador. Las órbitas son casi circulares, tienen una excentricidad menor que 0.02, con un semieje mayor de unos 26000 km y un periodo de 12 horas sidereas (11h 58min 2seg). Esta configuración permite que, desde cualquier lugar de la Tierra y hora, siempre haya más de 4 satélites por encima del horizonte visible del observador, con un ángulo de elevación superior a los 15 grados.

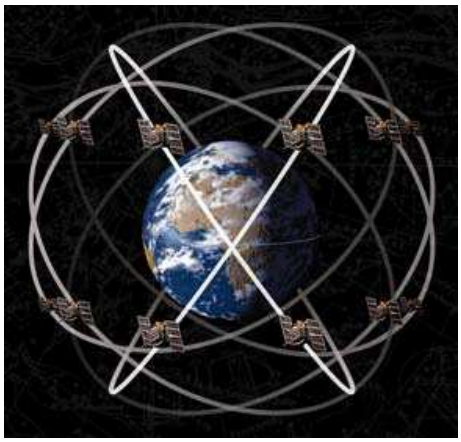


Fig 4. Constelación de satélites GPS

Los satélites

Los satélites disponen de estructuras y mecanismos para poder mantenerse en órbita, comunicarse con el segmento de control y emitir las señales a los receptores. Uno de los puntos críticos del sistema GPS son los relojes de los satélites. Por este motivo los satélites están equipados con relojes atómicos (rubidio, cesio) de muy alta estabilidad. (ver en el apéndice I el estado de la constelación a mediados del año 2000).

Se han desarrollado los siguientes grupos de satélites (A. Leick pag. 61):

- *Bloque I, Navigation Development Satellites*. Entre 1978 y 1985 se lanzaron los 11 satélites de este grupo. No estaba implementada la S/A. Tenían una masa de 845 Kg y una vida media prevista de 4.5 años, aunque algunos llegaron a durar hasta 10. Eran capaces de proporcionar servicio de posicionamiento durante 3 o 4 días sin contacto con el centro de control.

- *Bloque II y IIA, Operational Satellites*. Actualmente operativos. Consta de un total de 28 satélites que empezaron a lanzarse a partir de 1989. Tienen una masa de unos 1500 Kg y una vida media prevista de unos 7.5 años. A partir de 1990 se empleó una versión mejorada, el bloque IIA (advanced) con capacidad de comunicación mútua. Son capaces de proporcionar servicio de posicionamiento durante 180 días sin contacto con el segmento de control. No obstante, bajo el modo normal de operación deben comunicarse diariamente.

- *Bloque IIR, Replacement Operational Satellites*. Desde 1997 se están utilizando estos satélites de repuesto del bloque II. Está formado por un conjunto de 20 satélites, aunque podrían incrementarse en 6 más. Su masa es de unos 2000 Kg y una vida media prevista de 10 años. Estos satélites tendrán capacidad de determinar autónomamente su órbita y generar su propio mensaje de navegación. Serán capaces de medir distancias entre ellos y transmitir observaciones a otros satélites o al segmento de control. Un satélite de este tipo completamente desarrollado ha de poder operar durante medio año sin apoyo del segmento de control y sin dergradación en la exactitud de las efemérides. Se prevee que algunos puedan estar equipados con masers de hidrógeno.

- *Bloque IIF, Follow-on Operational Satellites*. Su lanzamiento está previsto a partir del 2001. Su vida media teórica es de unos 10 años, y dispondrán de sistemas de navegación inercial.

Tipo de reloj	Estabilidad diaria ($\Delta f/f$)	Tiempo que tarda en desviarse un segundo
Cristal de cuarzo	10^{-9}	30 años
Rubidio	10^{-12}	30 000 años
Cesio	10^{-13}	300 000 años
Hidrógeno	10^{-15}	30 000 000 años

Tabla 1: Estabilidad de los relojes (fuente: A.Leick, pp.28)

Los satélites GPS se identifican de diferentes maneras: por su posición en el plano orbital (cada satélite ocupa un lugar (1, 2, 3, ...), dentro de las seis órbitas - A, B, C, D, E ó F), por el número de catalogación de la NASA, por el número internacional de identificación, por el código PRN (código pseudoaleatorio de ruido) y por el número de la secuencia de lanzamiento (SVN).

La señal GPS

Cada satélite transmite en dos frecuencias en banda L. Estas frecuencias se derivan de una frecuencia fundamental a f_0 =10,23 MHz (con una relación $\frac{154}{120}$), generada por sus relojes atómicos con una estabilidad del orden de 10^{-13} (ver tabla 1).

$$\begin{aligned} L1 &= 154 \cdot 10.23\ MHz = 1575.42\ MHz \\ L2 &= 120 \cdot 10.23\ MHz = 1227.60\ MHz \end{aligned}$$

El hecho de que los satélites emitan en dos frecuencias distintas, permite al usuario cancelar una de la principales fuentes de error, la refracción ionosférica. Esto es debido a que la ionosfera se comporta como un medio dispersivo para la señal GPS.

Sobre las dos portadoras se modulan los siguientes tipos de códigos PRN y mensajes (ver figura 5):

- *Coarse/Acquisition code [C/A(t)]*, también llamado código civil. La secuencia se repite cada milisegundo y su velocidad o (chip-rate) es de 1 Mbps, lo que supone una longitud de onda equivalente de 293.1 m. Se modula únicamente sobre $L1$.

- *Precision code [P(t)]*, reservado para uso militar y usuarios civiles autorizados. La secuencia se repite cada 266 días (38 semanas) y a cada satélite se le asigna una porción semanal de este código que se denomina secuencia PRN. Su velocidad o (chip-rate) es de 10 Mbps, lo que supone una longitud de onda equivalente de 29.31 m y se modula sobre ambas portadoras $L1$ y $L2$.

- *Mensaje de navegación [D(t)]*, se modula sobre ambas portadoras a 50bps e incluye información sobre efemérides y derivas de relojes de los satélites, coeficientes del modelo ionosférico, información sobre el status de la constelación, etc.

$$L1(t) = a_1 \cdot P(t) \cdot D(t) \cdot \sin(f_1 \cdot t + \phi_{P_1}) + a_1 \cdot C/A(t) \cdot D(t) \cdot \cos(f_1 \cdot t + \phi_c)$$
$$L2(t) = a_2 \cdot P(t) \cdot D(t) \cdot \sin(f_2 \cdot t + \phi_{P_2})$$

La estructura de la señal se resume en la siguiente figura:

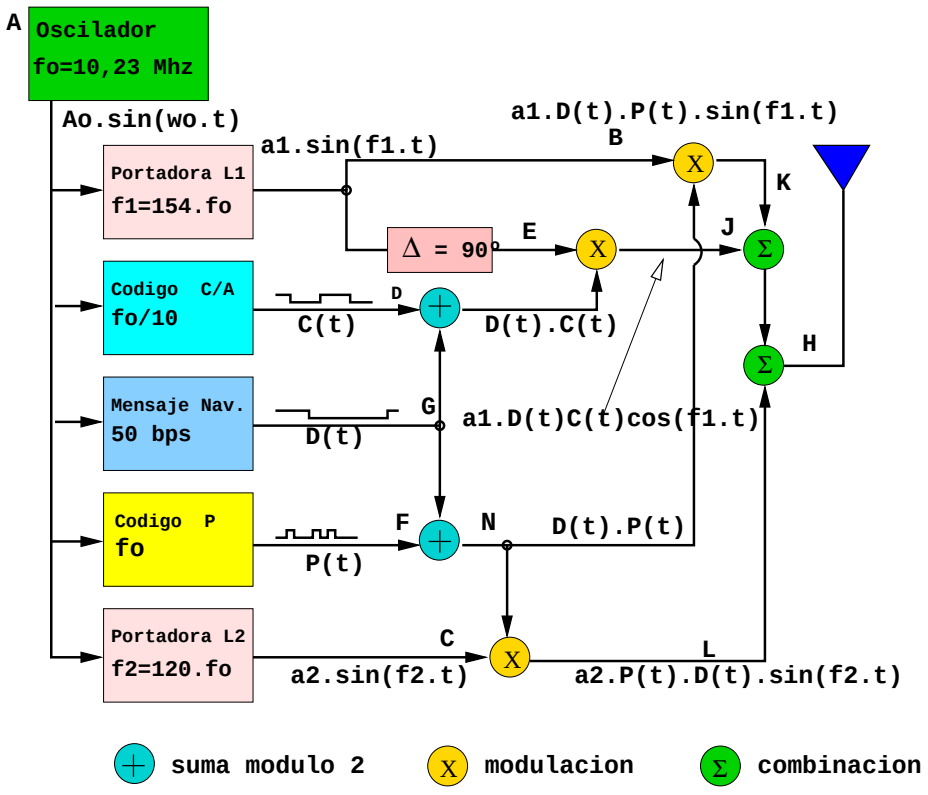


Fig. 5. Estructura de la señal GPS (fuente: G. Seeber, pp 218)

Frecuencia reloj atómico	fo=10.23 MHz
Portadora señal L1	154 x fo
Frecuencia L1	1575.42 MHz
Longitud de onda L1	19.05 cm
Portadora señal L2	120 x fo
Frecuencia L2	1227.60 MHz
Longitud de onda L2	24.45 cm
Frecuencia código P (chipping rate)	fo=10.23 MHz (Mbps)
Longitud de onda código P	29.31 m
Periodo código P	266 días, 7 días/satélite
Frecuencia código C/A (chipping rate)	fo/10=1.023 MHz
Longitud de onda código C/A	293.1 m
Periodo código C/A	1 milisegundo
Frecuencia mensaje de navegación	50 bps
Longitud de una trama	30 segundos

Tabla2. Estructura de la señal GPS (fuente: G. Seeber p 217)

Para restringir el acceso de usuarios civiles a la completa precisión del sistema, se han desarrollado las siguientes técnicas:

- S/A o Selective Availability: se trata de la degradación intencionada del reloj del satélite (proceso-δ) y la manipulación de las efemérides (proceso-ϵ). El efecto sobre el posicionamiento horizontal supone pasar de unos 10 m (S/A=off) a unos 100 m (S/A=on) (2σ-error). El proceso δ actúa directamente sobre la frecuencia fundamental del reloj del satélite, lo cual tiene un impacto directo sobre las pseudodistancias que calcularán los receptores de los usuarios. El proceso ϵ consiste en truncar la información relativa a las órbitas.

- A/S o Anti-Spoofing: consiste en la encriptación del código P mediante un código W, resultando el código Y, que es modulado sobre las portadoras $L1$ y $L2$. La intención es evitar el acceso a usuarios no autorizados a los códigos en las dos frecuencias $P1$ y $P2$, quedando únicamente disponible el código C/A (más ruidoso) sobre L1.

Segmento de Control

El segmento de control es el responsable del funcionamiento del sistema GPS. Sus funciones básicas son:

- Control y mantenimiento del estado y configuración de la constelación de satélites.
- Predecir las efemérides y el comportamiento de los relojes de los satélites.
- Mantener la escala de tiempo del GPS (mediante relojes atómicos).
- Actualizar periódicamente el mensaje de navegación de cada uno de los satélites.

Además es el responsable de activar la disponibilidad selectiva, *S/A*, en la transmisión de las señales.

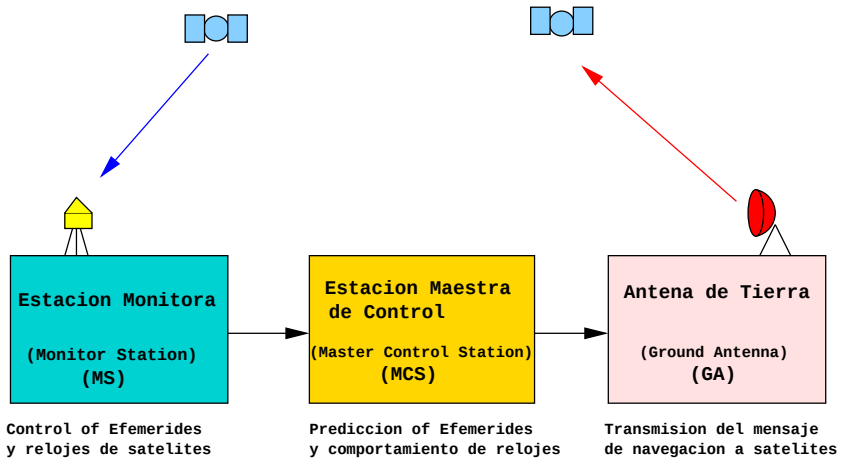


Fig. 6. Esquema del segmento de Control (fuente G. Seeber p. 215)

El segmento de control consiste en cinco estaciones de seguimiento o monitoras *Monitor Stations*) localizadas en Hawaii, Colorado Springs, en la isla de Ascensión (Oceano Atlántico sur), en Diego García (Oceano Índico) y en la isla de Kwajalein (Oceano Pacífico Norte) ; una estación central o maestra de control situada en Colorado Springs y, tres antenas de transmisión de datos a los satélites en Ascensión, Diego García y Kwajalein.

Las estaciones monitoras hacen un seguimiento continuo de los los satélites visibles de ellas. Están equipadas con receptores que reciben en las dos frecuencias, $L1$ y $L2$, las señales de los satélites que se hallan sobre el horizonte local. Los datos son enviados a la estación maestra de control (*Master Control Station*). Una vez allí, se procesan para estimar las órbitas de los satélites (las efemérides) y los errores de los relojes, entre otros parámetros. Las órbitas se ven afectadas por perturbaciones como la atracción gravitatoria de la Luna y el Sol y la presión de la radiación solar sobre el satélite, entre otras. Por ello se han de realizar cálculos de correción cada cierto intervalo de tiempo, lo cual origina un nuevo mensaje de navegación que se envía a las estaciones de control de tierra (*Ground Control Stations*) para ser transmitido a los satélites. Esto se efectúa a través de las antenas de tierra vía radio por la banda S. Cada satélite puede ser "refrescado" tres veces al día, es decir, cada 8 horas; no obstante, normalmente se recarga una vez al día.

Segmento de Usuario

El segmento de usuario está formado por los receptores GPS. Su principal función es recibir la señal de los satélites GPS, determinar las pseudodistancias y resolver las ecuaciones de navegación para obtener sus coordenadas y proporcionar un tiempo muy preciso.

Los elementos básicos de un receptor GPS genérico son una antena con preamplificador, una sección de radiofrecuencia, un microprocesador, un oscilador con precisión intermedia, una fuente de alimentación, una memoria para el almacenamiento de datos, e interfaz con el usuario. La posición calculada va a estar referida al centro de fases de la antena.

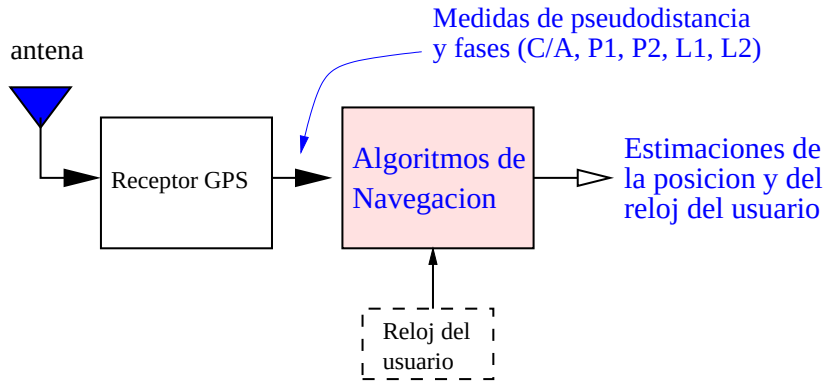


Fig 7. Esquema básico de un receptor GPS (fuente BW Parkinson, Vol I, p. 246)

El mensaje de navegación

Cada satélite recibe de las antenas de tierra un mensaje que contiene información de sus parámetros orbitales, el estado de su reloj y otros datos temporales. Esta información es reenviada al usuario a través del mensaje de navegación.

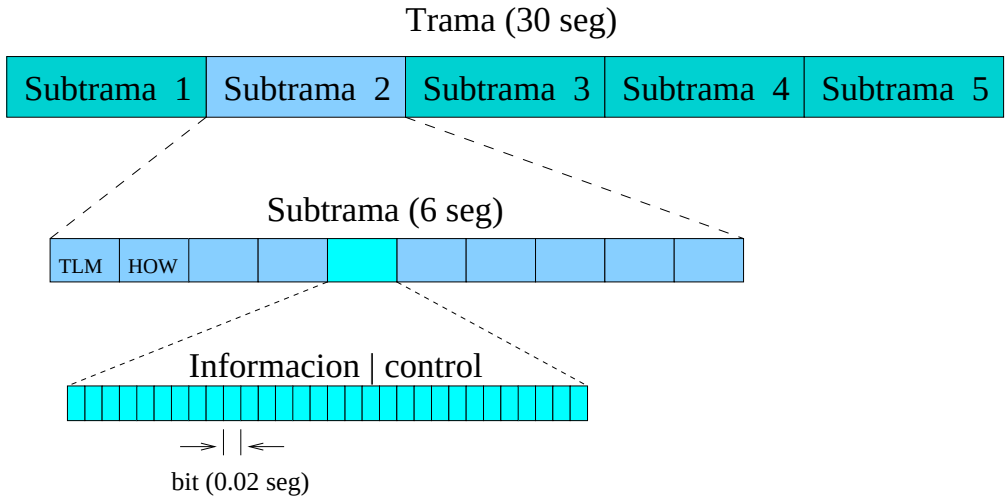


Fig. 8. Mensaje de navegación

El mensaje de navegación se modula sobre ambas portadoras a 50bps. El mensaje completo consta de 25 páginas o tramas, que forman la trama maestra y que se tarda 12,5 minutos en transmitir. Cada una de las tramas tiene 5 subtramas de 6 segundos cada una de ellas; y a su vez, cada subtrama consta de 10 palabras, con 30 bits por palabra. Una trama tarda 30 segundos en ser enviada.

Cada subtrama empieza siempre con la palabra de telemetría (TLM), la cual es necesaria para la sincronización. A continuación aparece la palabra de transferencia (HOW), cuya misión es permitir una rápida conmutación del código C/A al código P.

El contenido de cada una de las subtramas es el siguiente:

- *Subtrama 1:* contiene la información sobre los parámetros aplicables al estado del reloj del satélite para su corrección. Dichos valores son unos coeficientes que le permiten convertir el tiempo de a bordo en tiempo GPS. También dispone de datos sobre la condición o salud del satélite e información sobre la antigüedad del mensaje.

- *Subtramas 2 y 3:* estas subtramas contienen las efemérides del satélite.

- *Subtrama 4:* en esta parte están los parámetros de modelo ionosférico (para corregir la refracción ionosférica), información UTC (Tiempo Universal Coordinado), parte del almanaque e indicaciones de si está activado en cada satélite el Anti-Spoofing, *A/S* (que transforma el código P en el código encriptado Y).

- *Subtrama 5:* contiene los datos del almanaque y el estado de la constelación. Con ello se permite una rápida identificación de los satélites de los que procede la señal. Se precisan 25 tramas para completar el almanaque.

SEGMENTO	ENTRADA	FUNCIÓN	PRODUCTO
ESPACIAL	Mensaje de navegación	Proporcionar una escala de tiempo atómico	Señales RF pseudoaleatorias
	Comandos	Generar señales de pseudocódigo	Mensaje de navegación
		Almacenar y emitir el mensaje de navegación	Telemetría
CONTROL	Señales RF pseudoaleatorias	Calibrar la escala de tiempo, predecir efemérides	Mensaje de navegación
	Telemetría	Mantener activo el segmento espacial	Comandos
	UTC		
USUARIO	Señales RF pseudoaleatorias	Resolver las ecuaciones de navegación	Posición
	Mensaje de navegación		Velocidad
			Tiempo

Tabla 3: Flujo de información entre los segmentos (fuente: A Leick, p. 60)

Tiempo y sistemas de referencia

Tiempo

Existen distintas referencias de tiempo basadas en diferentes fenómenos periódicos asociados a la rotación de la Tierra, la mecánica celeste o las transiciones entre niveles de energía de osciladores atómicos. La siguiente tabla, basada en Hofmann-Wellenhof et al. (1994), pag. 39, resume los más importantes.

Fenómeno periódico	**Tiempo**
Rotación de la Tierra	Tiempo Universal (UT0, UT1, UT2) Tiempo sidéreo
Revolución de la Tierra	Tiempo Dinámico Terrestre (TDT) Tiempo Dinámico Baricéntrico (BDT)
Osciladores Atómicos	Tiempo Atómico Internacional (IAT) Tiempo Universal Coordinado (UTC) Tiempo GPS (GPST)

Tabla 4: Diferentes tipos de tiempo

El tiempo Universal y el tiempo Sidéreo están asociados a la rotación diurna de la Tierra. El tiempo Universal (tiempo solar) utiliza el Sol como referencia. El tiempo Sidéreo utiliza una dirección externa al sistema solar (punto Aries). Esto hace que al cabo de un año ambos tiempos difieran en 24h (una vuelta), lo que supone $3^m\,56.4^s$ por día.

$$1 \text{ día medio sidéreo} = 1 \text{ día medio solar} - 3^m 56.4^s$$

Los tiempos Universales UT0, UT1, UT2, a diferencia de los tiempos atómicos, no son completamente uniformes[10]. Debido a ello, se introduce el Tiempo Universal Coordinado (UTC), que es un tiempo atómico que se mantiene a menos de 0.9s de UT1, mediante la introducción de sistemática[11] de un cierto número de segundos *Leap Second*. Ello hace que la diferencia entre UTC y IAT varíe en saltos discretos de 1 segundo, a lo largo del tiempo.

El tiempo GPS es el tiempo de referencia utilizado para las aplicaciones GPS.

[10] La rotación de la Tierra no es uniforme. UT0 es un tiempo basado en la rotación instantánea de la Tierra, UT1 está corregido de variaciones periódicas y UT2 se obtiene corrigiendo de otras irregularidades adicionales.

[11] Debido a la disminución paulatina de la velocidad de rotación de la Tierra.

Su época de origen son las 00:00 UTC (medianoche) del 5 al 6 de Enero de 1980 ($6^d.0$). En esta época la diferencia UTC−IAT era de 19 segundos.

Se cumplen las siguientes relaciones:

$$\text{IAT=GPST+}19^s.00$$
$$\text{IAT=TDT-}32^s.184$$
$$\text{IAT=UTC+}1^s * n$$

donde n es el número de *Leap Seconds* introducidos para la época en cuestión (..., 01-JAN-1996 $n = 30$, 01-JUL-1997 $n = 31$, 01-JAN-1999 $n = 32$,...)

Para facilitar el cálculo de largos intervalos de tiempo[12] se utiliza el periodo juliano (ideado por Julio Scaliger), que tiene como época de referencia el 1 de Enero del año 4713 antes de nuestra era, y a partir del cual se vienen contando los días por orden correlativo (comenzando por 1). El día juliano (JD) comienza a las 12^h del día civil correspondiente (p.e.: $6^d.0$ Enero 1980= JD 2,444,244.5). La fecha estandard de referencia actual para la comunidad científica es:

$$\boxed{\text{J2000.0} = 1^d.5 \text{ Enero } 2000 = \text{JD } 2{,}451{,}545.0}$$

También se utiliza el día juliano modificado (MDJ), que se obtiene restando 2,400,000.5 días al día juliano.

La siguiente relación permite calcular la fecha juliana (JD) a partir de la fecha civil[13] (YY MM DD UT):

$$JD = int[365.25 * y] + int[30.6001 * (m + 1)] + DD + \frac{UT(horas)}{24} + 1720981.5$$

donde:

$$\begin{array}{lll} y = YY - 1,\ m = MM + 12 & , & MM \leq 2 \\ y = YY,\ m = MM & , & MM > 2 \end{array}$$

A partir del día juliano, y teniendo en cuenta que la fecha de referencia GPS ($6^d.0$ enero 1980) corresponde al día juliano JD 2,444,244.5, se obtiene inmediatamente el día GPS y, a partir de él, tomando módulo 7, la semana GPS[14].

[12] El calendario ha sufrido importantes ajustes a lo largo de su historia debido a que la duración del año no es exactamente de 365 días. Por ejemplo, el viernes 5 de Octubre de 1582, el Papa Gregorio XIII introdujo un salto de 10 días –reforma gregoriana–, pasando a ser viernes 15. Anecdóticamente, Santa Teresa de Jesús murió el jueves 4 y fué enterrada el viernes 15, al día siguiente – `http://www.newadvent.org/cathen/14515b.htm` –).

[13] Esta expresión es válida entre Marzo de 1900 y Febrero del 2100 (el año 2000 es bisiesto).

[14] La semana GPS empieza la noche del sábado al domingo. Por ejemplo el día 3 de Mayo de 1998 correspondió a la semana 956.

Sistemas de referencia

Las coordenadas de los satélites y receptores de los usuarios deben expresarse en un sistema de referencia bien definido. A continuación se presentan los sistemas *Conventional Inertial System* y *Conventional Terrestrial System*[15].

- *Conventional Inertial System*[16] *(CIS)*
  Tiene su origen en el centro de masas de la Tierra. El eje X se encuentra en la dirección del equinocio medio de la época J2000.0, el eje Z es ortogonal al plano definido por el ecuador medio en la época J2000.0 (plano fundamental) y el eje Y es ortogonal a los anteriores, de forma que el sistema se oriente en sentido directo. Su realización práctica se llama Inertial Refrence Frame (IRF) y se determina a partir de un conjunto fundamental de estrellas. El ecuador y equinocio medios J2000.0 están definidos por los convenios de la International Astronomical Union (IAU) de 1976, con las series de nutación 1980 (Seildelmann, 1982 y Kaplan, 1981), que son expresiones analíticas válidas para largos intervalos de tiempo (la anterior época de referencia era 1950.0).

- *Conventional Terrestrial System (CTS)*
  También llamado Earth Centered Earth Fixed System (ECEF), tiene su origen en el centro de masas de la Tierra. El eje Z coincide con la dirección del eje de rotación de la Tierra definido por el CIO (Conventional International Origin), el eje X viene dado por la intersección del plano ortogonal al eje Z (plano fundamental) y el Meridiano medio de Greenwich, y el eje Y es ortogonal a los anteriores, de forma que el sistema se oriente en sentido directo. Ejemplos de sistemas CTS son el ITRS y el WGS84 introducidos, respectivamente, por el IERS (International Earth Rotation Service) y el DoD (Depto. de Defensa, EEUU). Realizaciones del ITRS son las ITRF que se actualizan cada año (ITRF98, ITRF99, ...). En cuanto al WGS84, salvo la inicial, sus realizaciones se aproximan a ciertas realizaciones del ITRS.

[15]Se suele distinguir entre *Sistema* de referencia (Reference System) y *Marco* de referencia (Reference Frame). El primero se entiende como "una definición teórica", que incluye los modelos y los estandards para su implementación. El segundo es su "realización práctica" a través de observaciones y de un conjunto de coordenadas de referencias (conjunto de estrellas o de estaciones fiduciales).

[16]No es un sistema inercial en sentido estricto, pues está afectado por el movimiento de revolución de la Tierra alrededor del Sol.

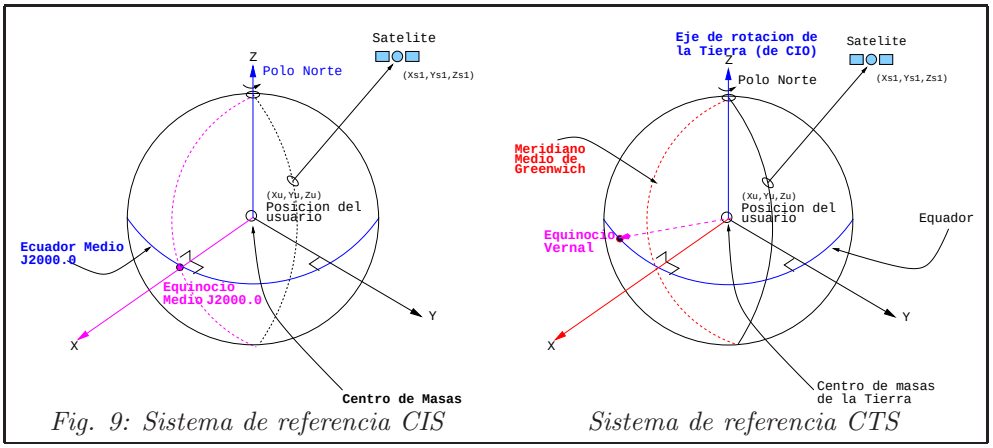


Fig. 9: Sistema de referencia CIS *Sistema de referencia CTS*

La transformación de coordenadas entre los sistemas CIS y CTS se realiza mediante una serie de rotaciones correspondientes a (ver, por ejemplo, las transformaciones entre estos sistemas en Hofmann-Wellenhof et al. (1994)):

- *Precesión y nutación* [rotación forzada]: el eje de rotación de la Tierra (y su plano ecuatorial) no se mantiene fijo en el espacio, sino que gira alrededor del polo de la eclíptica, tal como se ilustra en la figura 10. Este movimiento es debido al efecto de la atracción gravitatoria de la Luna y el Sol sobre el elipsoide terrestre. El movimiento total puede descomponerse en una componente secular (*precesión*, con un periodo de 26000 años) y otra periódica (*nutación*, con un periodo de 18.6 años).
- *Movimiento del polo* [rotación libre]: debido a la estructura de la distribución de masas de la Tierra, y a su variación, el polo instantáneo se desplaza dentro de un cuadrado de unos 20 metros en relación a un punto de coordenadas fijas a la Tierra. Este movimiento tiene un periodo de unos 430 días sidéreos (periodo de Chandler). Por otra parte, la velocidad de rotación de la Tierra no es constante, sino que varía con el tiempo, aunque en cantidades muy pequeñas[17], con una disminución neta, que es la responsable de la necesidad de introducir los *leap-seconds* para mantener menor que 0.9s la diferencia entre el UTC (tiempo atómico) y el UT1 (tiempo ligado a la rotación de la Tierra), definidos en el apartado anterior.

[17] Frotamiento de las aguas en mares poco profundos, movimientos de la atmósfera, desplazamientos bruscos en el interior de la Tierra (en 1955, la rotación repentinamente se retrasó en $41^s \cdot 10^{-6}$), etc. Notar que el sistema CTS está ligado al meridiano de Greenwich y, por tanto, gira con la Tiera.

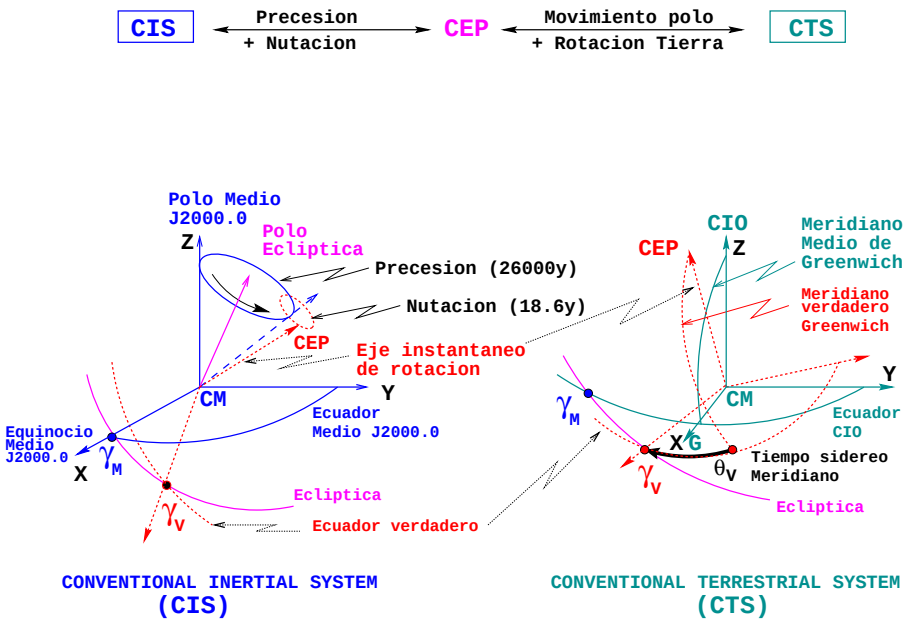


Fig. 10. Transformaciones entre los sistemas CIS y CTS

La figura 10 esquematiza las transformaciones necesarias para el paso del sistema CIS al CTS: mediante las correcciones de precesión y nutación se pasa del ecuador y equinocio medios J2000.0 al ecuador y equinocios verdaderos de la época de observación. Estos definen un sistema de referencia cuyo eje Z está en la dirección del eje instantáneo de rotación de la Tierra (Conventional Ephemeris Pole, CEP) y el eje X en la del punto Aries verdadero. Finalmente, mediante los parámetros de rotación de la Tierra y el movimiento del polo (Earth Orientation Paramenters, EOP, Earth Rotation Paramenters, ERP) se puede pasar de este sistema al CTS[18].

El sistema WGS-84

Desde 1987, GPS utiliza el World Geodetic System WGS-84, desarrollado por el Departamento de Defensa de EEUU, que es un sistema de referencia terrestre único para referenciar las posiciones y vectores[19].

[18] A diferencia de las series de *Precesión* y *Nutación* (definidas para el ecuador y equinocio medios J2000.0 del sistema CIS), para las que se dispone de expresiones analíticas válidas para largos intervalos de tiempo, los parámetros de rotación y de orientación de la Tierra no pueden modelarse teóricamente y deben actualizarse periódicamente mediante observaciones.

[19] El documento "Modern Terrestrial Reference Systems PART 3: WGS 84 and ITRS"

Su realización original es esencialmente idéntica al NAD83. Sin embargo, las sucesivas realizaciones se aproximan (se asume que son idénticas) a ciertas realizaciones ITRS. Así, las realizaciones WGS84(G730)[20] y WGS84(G873) corresponden a ITRF92 y ITRF94, repectivamente.

El sistema WGS-84 tiene asociado el elipsoide de referencia definido en la siguiente tabla:

Semieje mayor de la elipse	a	6 378.137 Km
Semieje menor de la elipse	b	6 356.752 Km
Factor de achatamiento	f	1/298.257223563
Velocidad angular Tierra	ω_E	$7\ 292\ 115 \cdot 10^{-11}$ rad/s
Constante Gravitación	μ	$3\ 986\ 005 \cdot 10^{8}$ m^3/s^2

Tabla 5: Parámetros del elipsoide WGS-84

La rutina `car2geo.f`, que se proporciona en el apéndice IV, realiza la conversión de coordenadas cartesianas (x,y,z) CTS a elipsoidales (λ, ϕ, h), donde λ y ϕ son la longitud y latitud elipsoidales, respectivamente, y h la altura sobre el elipsoide.

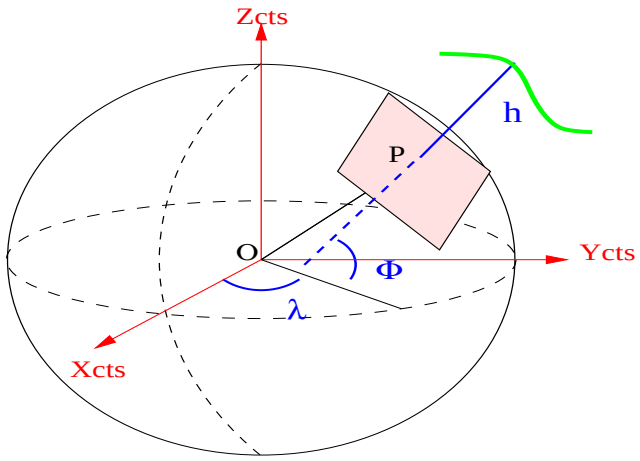


Fig. 11. Coordenadas cartesianas y elipsoidales

contiene datos y referencias interesantes sobre WGS84 y ITRS (`http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Articles/Reference-Systems-Part-3.pdf`)

[20] La "G" indica que se ha obtenido exclusivamente con observaciones GPS y el 730 indica la semana GPS.

Práctica 2
Ficheros RINEX de datos y efemérides

Objetivos

Conocer y manejar el formato RINEX de ficheros de observables y mensaje de navegación GPS, haciendo énfasis en el significado de los datos que contienen.

Ficheros a utilizar
`95oct18casa___r0.rnx, 97jan09coco___r0.rnx,`
`95oct18casa___r0.eph, Obsfile.html, Navfile.html`

Programas a utilizar
`rnx2txt, eph2txt`

Fundamentos

RINEX significa *Receiver INdependent EXchange*. El formato consiste en tres tipos de ficheros: 1) de observación (`95oct18casa____r0.rnx` o `lkhu0010.00o.gz`)[21], 2) de navegación (broadcast Ephemeris) (`95oct18casa___r0.eph` o `lkhu0010.00n.gz`) y 3) meteorológicos.

Desarrollo

1. Copiar los ficheros correspondientes en el directorio de trabajo.
2. El fichero `Obsfile.html` contiene un tutorial del formato RINEX-2[22] para los ficheros de observación. Visionar el fichero `Obsfile.html` con un navegador y recorrer sus diferentes campos.

   Ejecutar: `netscape Obsfile.html`

[21] Son diferentes maneras de nombrar los ficheros (según JPL/NASA, o según IGS).

[22] RINEX-2 es una ampliación del formato inicial RINEX, que permite la incorporación de datos GLONASS (R), además de GPS (G). Un extracto del formato RINEX-2 está disponible en el apéndice II. El documento completo que define este formato puede obtenerse en la dirección `http://www.ngs.noaa.gov/CORS/instructions2/`. En esta misma dirección se proporcionan ficheros RINEX de observables y navegación (broadcast Ephemeris) y metereológicos a partir del año 1997. También pueden encontrarse ficheros de órbitas y relojes precisos.

3. Repetir el ejercicio anterior con el fichero de navegación `Navfile.html`.
   Ejecutar: `netscape Navfile.html`

4. Visualizar el fichero rinex `95oct18casa___r0.rnx` y responder a las siguientes preguntas:

   Ejecutar: `more 95oct18casa___r0.rnx`

   (a) ¿Cuáles son el tipo de receptor y de antena?

   (b) ¿Cuáles son las coordenadas de la estación? (Indicar las unidades y el sistema de coordenadas.)

   (c) Según la cabecera del fichero, ¿a qué intervalo de tiempo corresponden las observaciones registradas?

   (d) ¿Cuántos satélites contiene el fichero? ¿Contiene los satélites PRN05 y PRN23? ¿Cuántos satélites se observan en el instante $t = 0^h0^m30^s$?

   (e) ¿Cuál es el intervalo de tiempo entre observaciones?

   (f) ¿Cuántas observaciones correspondientes al satélite PRN25 se han registrado para L1, L2, P1, P2?

   (g) ¿Cuáles son los valores de L1, L2, P1, P2 para el satélite PRN25 en el instante $t = 0^h0^m30^s$? ¿En qué unidades se expresan? ¿Cuál es la relación señal/ruido (SNR) correspondiente a cada uno de estos datos?

   (h) ¿Por qué algunas medidas de fase (L1 o L2) tienen signos negativos?

   (i) Dar una estimación de la distancia del receptor al satélite PRN25 en el instante $t = 0^h0^m30^s$.

   (j) (*)¿Esta activado el *anti-spoofing*? ¿Cuál es el nivel de ruido teórico de los observables de pseudo-distancia y fase del fichero (ver tema 3)?

5. Considerar ahora el fichero `97jan09coco___r0.rnx`:

   (a) ¿Está activado el *anti-spoofing*?

   (b) ¿Se registran los mismos observables (L1,P1, etc.) que en el fichero anterior `95oct18casa___r0.rnx`? ¿Por qué?

   (c) ¿(*)Cómo se explica que se registre P2, estando activado el *anti-spoofing*?

6. El programa `rnx2txt` aplicado sobre un fichero `*.rnx` genera un fichero `*.a` (más adecuado para el cálculo), con los datos L1, ..., P1,... dispuestos en columnas, con los siguientes campos:

```
estación día_del_año segundo satélite L1 L2 P1 P2 arco
(L1, L2, P1, P2 se expresan en metros)
```

   (a) Utilizando el programa `rnx2txt`, generar el fichero `95oct18casa.a` a partir del fichero `95oct18casa___r0.rnx`.
   Ejecutar:

```
rnx2txt 95oct18casa___r0.rnx
ls
textedit 95oct18casa.a
```

   (b) A partir del fichero `95oct18casa.a`, generar otro fichero que contenga únicamente datos del satélite PRN28.
   Ejecutar:

```
cat 95oct18casa.a|awk '{if ($4==28) print $0 }'>a_PRN28
less a_PRN28
```

7. Visualizar el fichero de efemérides `95oct18casa___r0.eph` y responder a las siguientes preguntas (consultando el apéndice II):
   Ejecutar: `more 95oct18casa___r0.eph`

   (a) ¿Cuáles son los parámetros del reloj del satélite PRN04 en el instante $t = 2^h 0^m 0^s$?

   (b) ¿Cuáles son los elementos orbitales del satélite PRN04 en el instante $t = 2^h 0^m 0^s$?

   (c) (*)Hacer un dibujo indicando el significado de los elementos orbitales (a, Ω, ω, λ, M, i) presentes en el fichero (ver tema 4).
   Notar que los elementos orbitales descritos en el apéndice I, `A1/2`$\equiv \sqrt{a}$, `omega`$\equiv \omega$, `io`$\equiv i$, `Mo`$\equiv M$ *corresponden al satélite y época de observación especificada al principio de cada bloque de datos, salvo en el caso del elemento* `Omega` *(argumento del nodo ascendente respecto al meridiano de Greenwich), que se refiere al principio de la semana, siendo* `TOE` *los segundos transcurridos dentro de la semana. Entonces, si* $\omega_e = 7.29210^{-5} rad/s$ *es la velocidad de rotación de la Tierra,*
   $\lambda =$`Omega`$-\omega_e$`TOE`*, es el argumento del nodo ascendente (respecto al meridiano de Greenwich) para la época en cuestión.*

8. El programa `eph2txt` aplicado sobre un fichero `*.eph` genera los ficheros `*.b` y `*.clocks`, que contienen, respectivamente, las efemérides y los parámetros para el cálculo de los *offsets* (dt) de los relojes de los satélites. Su formato es el siguiente:

   Fichero `95oct18.clocks`:
   `satélite día_del_año` t`(en seg.)` a_0 a_1 a_2
   (donde $dt = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2$)

   Fichero `95oct18.b`:
   `satélite día_del_año` t`(en seg.)` a e i λ ω M

   (a) Utilizando el programa `eph2txt`, generar los ficheros `95oct18.b` y `95oct18.clocks` a partir del fichero `95oct18casa____r0.eph`. Ejecutar:

   ```
   cp 95oct18casa____r0.eph 95oct18.eph
   eph2txt 95oct18.eph
   more 95oct18.clocks
   more 95oct18.b
   ```

   (b) ¿Cuáles son los parámetros del reloj del satélite PRN05 en el instante $t = 39104^s$?

   (c) ¿Cuánto vale la longitud del semieje mayor (en km) de la órbita del satélite PRN05 en el instante $t = 39104^s$? Calcular la longitud del semieje menor en este instante y evaluar la diferencia de longitudes.

Respuestas

Práctica 2
Ficheros RINEX de datos y de efemérides

4.a
4.b
4.c
4.d
4.e
4.f
4.g
4.h
4.i
5.a
5.b
7.a
7.b
8.b
8.c

Tema 3
Observables GPS: L1,L2,P1,P2 y sus combinaciones

Los satélites GPS emiten señales en dos frecuencias distintas en banda L (L1= 1575.42 Mhz y L2= 1227.6 Mhz), que son múltiplos de una frecuencia fundamental de 10.23 Mhz, con una relación de $\frac{154}{120}$. Sobre estas portadoras se modulan los siguientes tipos de códigos y mensajes:

- el *Coarse/Acquisition code (C/A-code),* también llamado *"Standard Positioning Service (SPS)*[23]*",* disponible para uso civil.

- el *Precision Code (P-code)*, también llamado *"Precise Positioning Service (PPS)",* sólo disponible para uso militar y usuarios autorizados.

- el *Mensaje de Navegación*, contiene las órbitas de los satélites, correcciones de reloj, y otros parámetros del sistema.

Desde un punto de vista genérico se puede decir que el observable básico en GPS es el retardo, o tiempo dT, que tarda en viajar la señal desde el centro de fase de la antena del satélite (en el instante de emisión) hasta el centro de fase de la antena del receptor (en el instante de recepción). Este valor escalado con la velocidad de la luz, proporciona la distancia *aparente*[24] $D = c\,dT$ entre ambos. Este tiempo de propagación dT se puede obtener correlando el código (P o C/A) recibido del satélite con una réplica del mismo generada en el receptor, de forma que esta última se desplaza en tiempo una cantidad (Δt) hasta producir la máxima correlación (ver figura 12).

[23] http://www.navcen.uscg.mil/pubs/gps/sigspec/default.htm

[24] Se llama aparente para distinguirla de la distancia real, pues incluye diferentes efectos que hacen que difiera de ella.

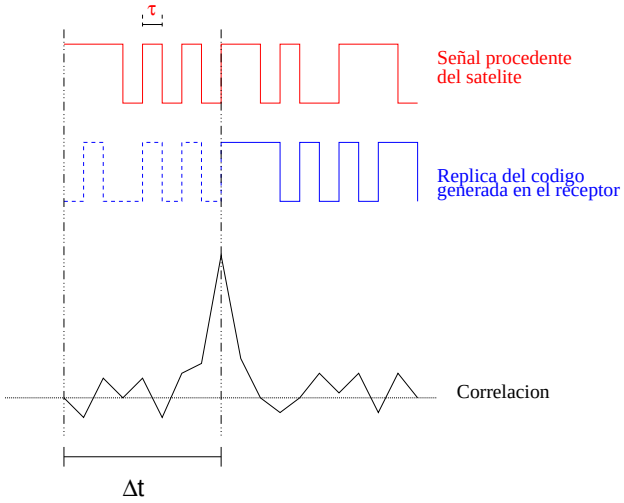


Fig. 12. Determinación del tiempo de propagación de la señal

Este desplazamiento Δt multiplicado por la velocidad de la luz en el vacío, es lo que se conoce como *pseudorango o pseudodistancia*. Dicho observable es una "distancia aparente" entre el satélite y el receptor que no coincide con su distancia geométrica debido, entre otros factores, a errores de sincronismo entre los relojes del receptor y del satélite. Teniendo en cuenta, explícitamente, los posibles errores de sincronismo entre estos relojes, la medida del tiempo transcurrido entre emisión y recepción se obtiene como una diferencia de tiempos medidos en dos escalas diferentes: la del satélite (t^j) y la del receptor (t_i). Considerando una escala de tiempos de referencia T, a la que llamaremos escala GPS, se tiene que la pseudodistancia para el satélite i y el receptor j viene dada por:

$$P_i^j = c\,[t_i(T_2) - t^j(T_1)] \tag{1}$$

donde:

- c es la velocidad de la luz en el vacío.
- $t_i(T_2)$ es el tiempo de recepción de la señal medido en la escala de tiempo dado por el reloj del receptor i.
- $t^j(T_1)$ es el tiempo de emisión de la señal medido en la escala de tiempo dado por el reloj del satélite j.

La medida de pseudodistancia P_i^j así obtenida por el receptor incluye, además de la distancia geométrica ρ_i^j entre el receptor y el satélite, otros términos de

naturaleza no geométrica –a parte del error de sincronismo entre los relojes del receptor y satélites– debidos a la propagación de la señal a través de la atmósfera (ionosfera y troposfera), efectos relativistas, retardos instrumentales (del satélite y del receptor), interferencia debida al multicamino, etc. (ver figura 17 en la página 77). Si se tienen en cuenta explícitamente todos estos términos, la ecuación anterior puede escribirse de la siguiente forma, donde P representa cualquiera de los códigos C/A, P1 o P2:

$$P_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_1 I_i^j + K1_i^j + M_{P,i}^j + \varepsilon_{P,i}^j$$

- ρ_i^j la distancia geométrica entre los centros de fase de las antenas del satélite j y el receptor i en los instantes de emisión y recepción, respectivamente: $\rho_i^j = \sqrt{(x^j - x_i)^2 + (y^j - y_i)^2 + (z^j - z_i)^2}$
- dt^j representa la diferencia entre el tiempo GPS y el del reloj del satélite j.
- dt_i representa la diferencia entre el tiempo GPS y el del reloj del receptor.
- T_i^j representa el retardo troposférico.
- I_i^j representa el retardo ionosférico, que depende de la frecuencia f de la señal ($\alpha_i = 40.3/f_i^2$).
- rel_i^j representa el efecto relativista.
- K_i^j representa los retardos debidos a las constantes instrumentales de los satélites y receptor, que son dependientes de la frecuencia.
- $M_{P,i}^j$ representa el efecto debido al multicamino (*multipath*), también dependientes de la frecuencia.
- $\varepsilon_{P_1,i}^j$ es un término de ruido que contiene todos los efectos no modelados.

La distancia aparente entre el satélite y el receptor también puede medirse a partir de la fase de la portadora de la señal, en cuyo caso se tiene:

$$L_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j - \alpha_1 I_i^j + B_i^j + w_L + m_{L,i}^j + \varepsilon_{L,i}^j$$

donde, además de los términos anteriores, hay que tener en cuenta:

- w_L es un término debido a la polarización de la señal (*wind-up*)[25].

[25] un giro de 360 grados en la antena del receptor, manteniendo su posición fija, introducirá una variación de una longitud de onda en la medida de distancia aparente entre el receptor y el satélite obtenida a partir de la fase.

- B es un término de ambigüedad de fase, debido a que cuando se adquiere la señal se tiene una ambigüedad en un número entero de longitudes de onda ($N\,\lambda$), a la hay que sumar las constantes instumentales k_i, k^j de los satélites y receptor, respectivamente ($B_i^j = k_i + k^j + \lambda\, N_i^j$).

Notar que el término ionosférico tiene distinto signo para el código y para la fase.

A continuación se presenta un cuadro resumen de los diferentes términos que intervienen en el modelado de los observables código P y fase L para las dos frecuencias f_1 y f_2. También se indica el órden de magnitud de cada uno.

Observables GPS:

Códigos (*pseudoranges*)

$$\mathrm{P1}_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_1 I_i^j + K1_i^j + M_{P_1,i}^j + \varepsilon_{P_1,i}^j$$
$$\mathrm{P2}_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_2 I_i^j + K2_i^j + M_{P_2,i}^j + \varepsilon_{P_2,i}^j$$

Fases (*carrier phases*)

$$\mathrm{L1}_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j - \alpha_1 I_i^j + B1_i^j + w_{L1} + m_{L_1,i}^j + \varepsilon_{L_1,i}^j$$
$$\mathrm{L2}_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j - \alpha_2 I_i^j + B2_i^j + w_{L2} + m_{L_2,i}^j + \varepsilon_{L_2,i}^j$$

ρ= dist. geométrica ($\simeq$*20.000Km*)	dt= *offset* reloj ($<$*300 Km*)	Donde:
rel= efecto relativista ($\simeq$ *13 m*)	w= wind-up ($<\lambda$)	$K1_i^j = K_{1_i} + TGD^j$
T= retardo troposfera $\simeq$*(2m*FO)*	I= ret. ionosf. $\simeq$*([2-10m]*FO)*	$K2_i^j = K_{2i} + \frac{f_1^2}{f_2^2} TGD^j$
m, M= multipath ($m_L \simeq$ *0.1-1 cm*)	ε= ruido ($\sigma_{\varepsilon_L} \simeq$*2mm*)	$B1_i^j = k_{1i} + {k_1}^j + \lambda_1 {N_1}_i^j$
($M_P \simeq$ *0.1-1m*, $M_{CA} \simeq$ *0.5-5 m*)	($\sigma_{\varepsilon_P} \simeq$*0.1-0.3 m*, $\sigma_{\varepsilon_{CA}} \simeq$*0.5-3 m*)	$B2_i^j = k_{2i} + {k_2}^j + \lambda_2 {N_2}_i^j$
B= ambigüedad fase (*cm-Km*)	K= retardo instrum. *(cm-m)*	
FO= Factor oblicuidad ($\simeq \frac{1}{sin(elev)}$)	$\gamma = (f_1/f_2)^2 = (77/60)^2$	N= ambigüedad entera
$\alpha_i = 40.3/f_i^2$; $\lambda_i = c/f_i$; $\frac{1}{\gamma - 1} \simeq 1.546$	λ_1=19.029 cm, λ_2=24.421 cm	TGD, K, k= ret. instrum.

Combinaciones de observables

A partir de los observables básicos anteriormente descritos, se pueden definir las siguientes combinaciones (donde P y L se expresan en metros):

- *Combinación libre de ionosfera*: el efecto de la ionosfera depende del cuadrado de la frecuencia ($\alpha_i = 40.3/f_i^2$). Ello permite que pueda cancelarse mediante la combinación:

$$PC = \frac{f_1^2 P1 - f_2^2 P2}{f_1^2 - f_2^2} \quad ; \quad LC = \frac{f_1^2 L1 - f_2^2 L2}{f_1^2 - f_2^2}$$

- *Combinaciones (PW) y wide-lane (LW)*: LW proporciona un observable con una longitud de onda $\lambda_W = 86.2\,cm$, cuatro veces superior a la de L1 ó L2, siendo muy útil para detectar saltos de ciclo en la fase (*cycle-slips*). Suele usarse la combinación de *Melbourne-Wübbena* ($W = LW - PW$).

$$\boxed{PW = \tfrac{f_1 P1 + f_2 P2}{f_1 + f_2} \quad ; \quad LW = \tfrac{f_1 L1 - f_2 L2}{f_1 - f_2}}$$

- *Combinación ionosférica*: cancela la parte geométrica de la medida, quedando únicamente el efecto de la ionosfera y las constantes instrumentales (además del multipath y el ruido de observación). Se utiliza también para detectar saltos de ciclo en la fase. Notar el cambio de orden de los factores en LI y PI.

$$\boxed{PI = P2 - P1 \quad ; \quad LI = L1 - L2}$$

Substituyendo las expresiones de P1, P2, L1 y L2 en las definiciones anteriores, se obtienen las siguientes expresiones y relaciones entre ambigüedades para PC, LC, PW, LW, PI y LI (cuya demostración se deja como ejercicio):

Combinación *libre de ionosfera*:

$PC = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + KC + M_{PC} + \varepsilon_{PC}$ $\qquad KC = \frac{f_1^2 K1 - f_2^2 K2}{f_1^2 - f_2^2} \equiv 0$

$LC = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + BC + m_{LC} + w_{LC} + \varepsilon_{LC}$ $\qquad BC = \frac{f_1^2 B1 - f_2^2 B2}{f_1^2 - f_2^2} = k_{ci} + k_c{}^j + \lambda_c Rc$

$Rc = \lambda_W(\frac{N_1}{\lambda_1} - \frac{N_2}{\lambda_2})$; $\lambda_C = \frac{c}{f_1+f_2}$=10.7cm

Combinaciones *narrow-lane (PW) y wide-lane (LW)*:

$PW = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + \alpha_W I + KW + M_{PW} + \varepsilon_{PW}$ $\qquad KW = \frac{f_1 K1 + f_2 K2}{f_1 + f_2}$

$LW = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + \alpha_W I + BW + m_{L_W} + \varepsilon_{LW}$ $\qquad BW = \frac{f_1 B1 - f_2 B2}{f_1 - f_2} = k_{W\,i} + k_W{}^j + \lambda_W N_W$

$(\alpha_W = \frac{40.3}{f_1 f_2})$ $\qquad N_W = N_1 - N_2$; $\qquad \lambda_W = \frac{c}{f_1 - f_2} = 86.2\,cm$

Combinación *ionosférica*:

$PI = \alpha_I I + KI + M_{PI} + \varepsilon_{PI}$ $\qquad KI = K2 - K1$

$LI = \alpha_I I + BI + m_{LI} + w_{LI} + \varepsilon_{LI}$ $\qquad BI = B1 - B2 = k_{I\,i} + k_I{}^j + \lambda_1 N_W - \lambda_I N_2$

$(\alpha_I = \alpha_2 - \alpha_1 \simeq 1.05)$ $\qquad \lambda_I = \lambda_2 - \lambda_1 = 5.4\,cm$

Relaciones entre ambigüedades

(variación de LW, LI, LC en función de ΔN_1 y ΔN_2)

$\Delta LW = \lambda_W \Delta N_W = \lambda_W\,(\Delta N_1 - \Delta N_2)$

$\Delta LI = \lambda_1 \Delta N_1 - \lambda_2 \Delta N_2 = \lambda_1 \Delta N_W - \lambda_I \Delta N_2$ $\qquad (N$ = ambig. entera)

$\Delta LC = \lambda_C \left(\frac{\lambda_W}{\lambda_1}\Delta N_1 - \frac{\lambda_W}{\lambda_2}\Delta N_2\right) =$

$= \lambda_C \Delta N_1 + \frac{f_2}{f_1+f_2}\,\lambda_W\,\Delta N_W \simeq \lambda_C\,\Delta N_1 + \frac{1}{2}\,\lambda_W\,\Delta N_W$

Práctica 3a
Observables GPS: L1,L2,P1,P2 y sus combinaciones

Objetivos

Visualizar gráficamente el código y la fase de los diferentes observables y sus combinaciones. Estudiar sus características y propiedades: *cycle-slips*, refracción ionosférica, multipath, ruido de los observables en general; en condiciones de Anti-Spoofing activado y desactivado. Determinar empíricamente el orden de magnitud de estos efectos.

Ficheros a utilizar
`95oct18casa___r0.rnx, 97jan09coco___r0.rnx,`
`gage2710.98o.a,gage2720.98o.a,gage2730.98o.a,`
`upci00178.tec0.anim.gif`

Programas a utilizar
`rnx2txt`

Desarrollo

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.

2. [**Lectura del RINEX**] Utilizando el programa `rnx2txt`, generar el fichero `95oct18casa.a` a partir del fichero `95oct18casa___r0.rnx` (notar que este fichero fué capturado en condiciones de *anti-spoofing desactivado*).

   Ejecutar:

   ```
   rnx2txt 95oct18casa___r0.rnx
   ls
   textedit 95oct18casa.a
   ```

   El fichero obtenido `95oct18casa.a` contiene los siguientes campos:

   ```
   estación día_del_año segundo satélite L1 L2 P1 P2 arco
   (L1, L2, P1, P2 se expresan en metros)
   ```

(a) Representar gráficamente la fase L1 en función del tiempo, para el satélite PRN28, e identificar los instantes en que se producen *cycle-slips*. ¿Tienen sentido valores negativos para la fase L1?
Ejecutar:

```
cat 95oct18casa.a| gawk '{if ($4==28) print $3,
        $5,$6,$7,$8}' >casa.a_28
gnuplot
set grid
plot "casa.a_28" u 1:2
```

(b) Representar en un mismo gráfico la fase L1 y el código P1.
Ejecutar:

```
cat 95oct18casa.a| gawk '{if ($4==28) print $3, $5}' >L1.a
cat 95oct18casa.a| gawk '{if ($4==28) print $3, $7}' >P1.a
gnuplot
plot "L1.a" u 1:2,"P1.a" u 1:2
```

(c) Ídem L2 y P2 (opcional).

3. [**Refracción ionosférica**] Representar gráficamente la *combinación ionosférica* L1-L2 para el satélite PRN28. ¿Cuál es el significado físico de esta combinación?
Ejecutar por ejemplo:

```
plot "<cat 95oct18casa.a|gawk '{if($4==28)print $3,$5-$6}'"
```

(a) Ídem para P1-P2. ¿Por qué esta combinación presenta signo contrario a la anterior? ¿Tiene sentido que la gráfica de la combinación P1-P2 atraviese el eje de abcisas? ¿(*)De qué factores puede depender el valor de la refracción ionosférica (geométricos, regionales, horarios, cíclicos,...)[26] ?

(b) Superponer en un mismo gráfico las combinaciones L1-L2 y P2-P1 (observar que esta última es P2-P1 para evitar el problema del signo) para el satélite PRN28.
Ejecutar por ejemplo:

[26] Ejecutando `netscape upci00178.tec0.anim.gif` se puede visualizar una "movie" de la evolución del retardo ionosférico "vertical" a lo largo de un día, a escala planetaria. El retardo "oblicuo" (en la dirección del rayo satélite-receptor) se obtendría multiplicando por el factor de oblicuidad $FO \simeq 1/sen(elev)$, donde $elev$ es la elevación del satélite respecto al horizonte local del receptor. (`IONEX Daily ionospheric TEC: ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gps/products/ionex/`)

```
plot "<cat 95oct18casa.a|gawk '{if($4==28)print $3,$5-$6}'",
  "<cat 95oct18casa.a|gawk '{if ($4==28) print $3, $8-$7}'"
```

A la vista de los plots, ¿qué combinación presenta mayor nivel de ruido, L1-L2 o P1-P2?

(c) Utilizando las habilidades adquiridas, representar en un mismo gráfico la combinación (L1-L2)-(P2-P1) ¿A qué puede deberse que la dispersión aumente en los extremos de los arcos? ¿Por qué el ruido no está centrado en cero?

4. (*) [**Ruido de los observables**] Adoptando los siguientes valores para el ruido de los observables código y fase $\sigma_{\varepsilon_{L1}} \simeq \sigma_{\varepsilon_{L2}} \simeq 2mm$, $\sigma_{\varepsilon_{P1}} \simeq \sigma_{\varepsilon_{P2}} \simeq 30cm$ (ver la tabla del apartado de fundamentos teóricos), calcular los valores teóricos $\sigma_{\varepsilon_{LI}}, \sigma_{\varepsilon_{PI}}$ del ruido para las combinaciones[27] LI, PI. ¿Se corresponden los valores obtenidos con los de las gráficas anteriores[28]? ¿Qué efecto produce el multipath?

5. [**Ruido de los observables: antispoofing**] Obtener el fichero `97jan09coco.a` a partir del `97jan09coco____r0.rnx` (repetir los pasos del principio del apartado 2) –fichero capturado en condiciones de *anti-spoofing activado*–

   (a) ¿Tiene sentido que el fichero contenga registros de P1 y P2, estado activado el antispoofing?

   (b) Representar en una misma gráfica L1-L2 y P2-P1 para el satélite PRN15. Interpretar la estructura de la dispersión de datos[29].

   (c) Representar en una misma gráfica L1-L2 y P2-P1 para el satélite PRN01 (por ejemplo). Comparar la dispersión obtenida para P1-P2 con la del ejercicio anterior (para el 18 de octubre de 1995, con el *anti-spoofing* desactivado). ¿Se aprecian diferencias significativas?

   (d) (*) Repetir el cálculo del ejercicio anterior, adoptando los valores de $\sigma_{L1} \simeq \sigma_{L2} \simeq 2mm$, $\sigma_{P1} \simeq \sigma_{P2} \simeq \sigma_{C/A} \simeq 3m$.

[27] Aplicar el siguiente resultado: dadas dos variables aleatorias independientes X, Y y dos costantes a, b, entonces, $\sigma_{aX+bY} = \sqrt{a^2\,\sigma_X^2 + b^2\,\sigma_Y^2}$.

[28] Para el caso de ruido gaussiano de media cero, el 68.27% de las realizaciones deben caer dentro del intervalo $[-\sigma, +\sigma]$.

[29] Nota: el código P1 corresponde al C/A y el P2 al código sintetizado a partir de C/A y de la correlación cruzada de los P1 y P2 encriptados (Y1, Y2)

6. [**Multipath**] El multipath del código puede observarse ploteando la combinación P1-L1 (con un periodo de muestreo de 1 segundo es posible incluso seguir su evolución). Puesto que se trata de un fenómeno geométrico, su efecto se repetirá al repetirse la geometría receptor-satélite. Los ficheros `gage2710.98o.a, gage2720.98o.a, gage2730.98o.a` contienen observaciones a 1 segundo obtenidas durante el mismo intervalo de tiempo para tres días consecutivos[30]. Representar gráficamente la combinación P1-L1 e identificar el efecto del mutipath[31].
   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "< cat gage2710.98o.a|gawk '{if ($4==14) print $3,$7-$5-23690187}'",
 "< cat gage2720.98o.a|gawk '{if ($4==14) print $3,$7-$5-22202591}'",
 "< cat gage2730.98o.a|gawk '{if ($4==14) print $3,$7-$5-22800909}'"
exit
```

   (a) ¿Se parecen las gráficas obtenidas para estos tres días consecutivos? ¿Qué tipo de tiempo se está considerando en el eje x?

   (b) Repetir la representación, desplazando $3^m56^s = 236^s$ la gráfica del segundo día y $2 * (3^m56^s) = 472^s$ la del tercero.

   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "< cat gage2710.98o.a|gawk '{if ($4==14) print $3,$7-$5-23690187}'",
 "< cat gage2720.98o.a|gawk '{if ($4==14) print $3+236,$7-$5-22202591}'",
 "< cat gage2730.98o.a|gawk '{if ($4==14) print $3+472,$7-$5-22800909}'"
set xrange[41500:41985]
replot
exit
```

   ¿A qué se debe el desplazamiento de 3^m56^s que se observa entre las gráficas de dos días consecutivos? ¿Por qué puede asegurarse que, básicamente, se está observando el efecto del multipath del código?

   (c) ¿A qué puede deberse la deriva que se observa en estas gráficas?

   (d) ¿Podría detectarse igualmente el multipath del código con la combinación PC-LC? (*)¿Qué ventajas o inconvenientes presentaría respecto de la combinación P1-L1?

[30] Su formato es el correspondiente a los ficheros `*.a`. Han sido obtenidos con la placa Lassen-SK8 (Trimble). Un receptor de muy bajo coste, que proporciona pseudodistancias y fases (truncadas) para la frecuencia $f1$.

[31] Superponer las gráficas, desplazándolas a lo largo del eje y, para que se puedan comparar.

Respuestas

Práctica 3a
Observables GPS y sus combinaciones

2.a
3.a
3.b
3.c
5.a
5.b
5.c
6.a
6.b
6.c
6.d

Práctica 3b
Detección de cycle-slips

Objetivos

Estudiar las combinaciones de observables GPS y su aplicación a la detección de saltos de ciclo *cycle-slips* en la fase. Estudiar las relaciones entre ambigüedades para los diferentes observables y sus combinaciones.

Ficheros a utilizar
`95oct18casa___r0.rnx`

Programas a utilizar
`rnx2txt, P3b_2.scr, P3b_3.scr, P3b_5.scr, plots_P3b.gnu`

Desarrollo

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.

2. Siguiendo los mismos pasos que en el apartado 2 de la práctica anterior (3a), generar el fichero `95oct18casa.a` a partir del `95oct18casa___r0.rnx` mediante el programa `rnx2txt`. A continuación, seleccionar los campos `[sec, L1, L2, P1, P2]` para el satélite PRN18 del fichero `95oct18casa.a`. Llamar `"s18.org"` al fichero obtenido.
   Ejecutar:

```
cat 95oct18casa.a | gawk '{if ($4==18)
                              print $3,$5,$6,$7,$8}' >s18.org
```

   Insertar un cycle-slip en L1 de 1 ciclo (0.19m) en el instante $t = 5000s$. Llamar `"s18.cl"` al fichero obtenido.
   Ejecutar:

```
cat s18.org | gawk '{if ($1>=5000) $2=$2+0.19;
      printf "%s %f %f %f %f \n", $1,$2,$3,$4,$5}' > s18.cl
```

   Estudiar gráficamente la detección del cycle-slip introducido en L1 mediante la representación de los siguientes observables: a) L1, b) L1-P1, c) LC-PC, d) LW-PW, e) LI-PI, f) LI
   Nota: para mayor claridad, hacer las gráficas en ciclos de la magnitud correspondiente ($\lambda_1 = 0.19m$, $\lambda_C = 0.107m$, $\lambda_W = 0.862m$, $\lambda_I = 0.054m$).

a) L1. Ejecutar:

```
cat s18.org| gawk '{printf "%f %f \n", $1,$2/0.19}' > l1.org
cat s18.cl | gawk '{printf "%f %f \n", $1,$2/0.19}' > l1.cl
gnuplot
set grid
set xrange[3000:8000]
plot "l1.org","l1.cl"
exit
```

A la vista de este gráfico, ¿se podría detectar el instante en que se produjo el cycle-slip? ¿Cuántos ciclos varía L1 (aproximadamante) entre dos observaciones consecutivas (visualizar, por ejemplo, el gráfico anterior en el intervalo [4900:5100] (`set xrange[4900:5100]`))? ¿De cuántos ciclos es el cycle-slip que se intenta detectar?

b) L1-P1. Ejecutar:

```
cat s18.org|gawk '{print $1,($2-$4+24027475.6)/0.19}' >lp1.org
cat s18.cl |gawk '{print $1,($2-$4+24027475.6)/0.19}' >lp1.cl
gnuplot
set grid
set xrange[3000:8000]
plot "lp1.org","lp1.cl"
plot "lp1.cl"
exit
```

Nota: observar que se han desplazado ambas gráficas 24027475.6 unidades a lo largo del eje de ordenadas para una mejor visualización.

A la vista del gráfico, ¿se podría detectar "de una forma fiable" el instante en que se produjo el cycle-slip? ¿Es constante (salvo el ruido) la diferencia entre el código y la fase que se observa en la gráfica? ¿Por qué? (razonar teóricamente a partir de las expresiones de los observables) ¿De cuántos ciclos es (aproximadamante) el ruido que se observa en la gráfica? ¿De cuántos ciclos es el salto que se observa en la gráfica en el instante en que se produce el cicle-slip ($t = 5000s$) (visualizar, por ejemplo, el gráfico anterior en el intervalo [4900:5100] (`set xrange[4900:5100]`))?

c) LC-PC. Ejecutar:

```
cat s18.org| gawk 'BEGIN{f1=1575.42;f2=1227.6}{print $1,
 ((f1^2*$2-f2^2*$3)/(f1^2-f2^2) - (f1^2*$4-f2^2*$5)/(f1^2-f2^2)
  +24027475.6)/0.107}' > lc.org
cat s18.cl | gawk 'BEGIN{f1=1575.42;f2=1227.6}{print $1,
 ((f1^2*$2-f2^2*$3)/(f1^2-f2^2) - (f1^2*$4-f2^2*$5)/(f1^2-f2^2)
  +24027475.6)/0.107}' > lc.cl
gnuplot
set grid
set xrange[3000:8000]
set yrange[10:60]
plot "lc.org","lc.cl"
plot "lc.cl"
exit
```

Responder a las mismas preguntas que en el caso anterior. (*)Teniendo encuenta las relaciones entre ambigüedades (ver página 41) justificar teóricamente el número de ciclos de λ_C que se observan cuando se produce el cycle-slip. (*)Adoptando los valores $\sigma_{L1} = \sigma_{L2} = 2mm$, $\sigma_{P1} = \sigma_{P2} = 30cm$, calcular teóricamente el ruido que debería esperarse para esta combinación de observables LC-PC (dar el resultado en centímetros y en ciclos de LC ($\lambda_C = 10.7cm$))

d) LW-PW. Ejecutar:

```
cat s18.org| gawk 'BEGIN{f1=1575.42;f2=1227.6}{print $1,
 ((f1*$2-f2*$3)/(f1-f2) - (f1*$4+f2*$5)/(f1+f2)
  +24027475.6)/0.862}' > lw.org
cat s18.cl| gawk 'BEGIN{f1=1575.42;f2=1227.6}{print $1,
 ((f1*$2-f2*$3)/(f1-f2) - (f1*$4+f2*$5)/(f1+f2)
  +24027475.6)/0.862}' > lw.cl
gnuplot
set grid
set xrange[3000:8000]
set yrange[-4:4]
plot "lw.org","lw.cl"
plot "lw.cl"
exit
```

Responder a las mismas preguntas que en el caso anterior. ($\lambda_W = 86.2cm$)

e) `LI-PI`. Ejecutar:

```
cat s18.org|gawk '{print $1,(($2-$3)-($5-$4))/0.054}' >lpi.org
cat s18.cl |gawk '{print $1,(($2-$3)-($5-$4))/0.054}' >lpi.cl
gnuplot
set grid
set xrange[3000:8000]
set yrange[-60:0]
plot "lpi.org","lpi.cl"
plot "lpi.cl"
exit
```

Responder a las mismas preguntas que en el caso anterior. ($\lambda_I = 5.4cm$)

f) `LI`. Ejecutar:

```
cat s18.org| gawk '{print $1,($2-$3)/0.054}' > li.org
cat s18.cl | gawk '{print $1,($2-$3)/0.054}' > li.cl
gnuplot
set xrange[3000:8000]
set yrange[-60:0]
plot "li.org","li.cl"
plot "li.cl"
exit
```

A la vista de este gráfico, ¿se podría detectar el instante en que se produjo el cycle-slip? ¿De cuántos ciclos es el cycle-slip en LI[32]? ¿Cuánto varía (aproximadamente) la refracción ionosférica entre dos observaciones separadas 30s? (visualizar por ejemplo el gráfico anterior en el intervalo [4900:5100] (`set xrange[4900:5100]`). Dar el resultado en ciclos de LI y en centímetros. ¿De qué depende este valor?

[32]Entiéndase *ciclo de LI* en un sentido amplio, como múltiplo de λ_I, pues, la combinación ionosférica no define una onda física: en ausencia de ionosfera y sin retardos instrumentales, esta combinación sería idénticamente nula

Ejercicios de Ampliación

3. Si en el ejercicio anterior se hubiera añadido un ciclo en ambas portadoras (L1 y L2), ¿se produciría cycle-slip en LW? ¿Y en LI? ¿De cuántos ciclos? Justificar teóricamente los resultados teniendo encuenta las relaciones entre ambigüedades del apartado de fundamentos teóricos (página 41).

   Nota: ejecutando el script `P3b_3.scr` se generan los ficheros `s18.cl, l1.org, l1.cl, lp1.org , lp1.cl , lc.org, lc.cl, lw.org, lw.cl` correspondientes a los mismos apartados que en el ejercicio anterior, pero para este caso. Los plots correspondientes se visualizan ejecutando `gnuplot plots_P3b.gnu`

   Ejecutar:

   ```
   P3b_3.scr
   gnuplot plots_P3b.gnu
   ```

   Nota: ejecutando `textedit P3b_3.scr` o `textedit plots_P3b.gnu` se puede ver el contenido de estos scripts (y comprobar que realizan las mismas instrucciones que se han ejecutado en el ejercicio anterior).

4. (*) [**wind-up**] Supóngase un usuario que, **sin variar la posición de la antena**, la hace girar 360 grados alrededor de su eje de simetría. Afectará esta operación a las medidas de código P1 o P2? ¿Y a las de fase L1 y L2? ¿En cuánto variarán (si lo hacen) las combinaciones LW, LC, LI? Razonar teóricamente la respuesta.

5. ¿Se puede producir un cycle-slip en LW sin que se produzaca en LI? ¿De qué manera? (*)Razonar teóricamente la respuesta.
   Ejecutar:

   ```
   P3b_5.scr
   gnuplot plots_P3b.gnu
   ```

6. (*) [**Demostraciones**] Partiendo de las expresiones P1, P2, L1 y L2 que se dan en el apartado de fundamentos teóricos, demostrar las expresiones de PC, PW y PI, y las relaciones entre ambigüedades de este mismo apartado.

Respuestas

Práctica 3b
Detección de cycle-slips

2.a

2.b

2.c

2.d

2.e

2.f

Tema 4
Órbitas y relojes de los satélites GPS

El conocimiento de las órbitas y relojes de los satélites es fundamental para un correcto posicionamiento. Un error en las coordenadas o relojes de los satélites se traducirá en un error de posicionamiento. La información sobre los parámetros de órbitas y relojes es transmitida en el mensaje de navegación.

A continuación se definen los elementos orbitales, se presenta el mensaje de navegación, y el algoritmo de cálculo de las coordenadas de los satélites a partir de él.

Elementos Keplerianos (problema de dos cuerpos)

El movimiento de una masa m_2 relativa a otra masa m_1 viene definido, considerando únicamente la fuerza de atracción entre ambas, por la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2\underline{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3}\underline{r} = \underline{0}$$

siendo $\underline{r}$ su vector de posición relativo, $\mu = G(m_1+m_2)$ y G la constante de gravitación universal. En el caso de un satélite artificial, su masa puede considerarse despreciable frente a la de la Tierra.

La integración de esta ecuación proporciona la órbita Kepleriana del satélite[33]

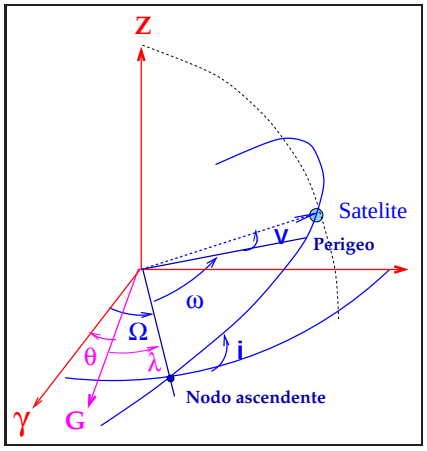
$$\underline{r}(t) = \underline{r}(t; a, e, i, \Omega, \omega, \tau)$$

que puede definirse a partir de los seis elementos siguientes (ver figuras 13, 14, 15 y 16):

- [Ω] *Ascensión recta del nodo ascendente:* es el ángulo geocéntrico entre la dirección del nodo ascendente y la del punto Aries. La línea de los nodos es la intersección entre el plano del ecuador y el de la órbita. Su intersección con la esfera de radio unidad define dos puntos: el nodo ascendente, por donde el satélite pasa a la región con Z positivas, y el descendente.

[33] nos restringimos al caso de órbitas elípticas.

- [i] *Inclinación del plano orbital:* es el ángulo entre el plano de la órbita y el del ecuador.
- [ω] *Argumento del perigeo:* es el ángulo entre las direcciones del nodo y el perigeo, medidas sobre el plano orbital. El perigeo es el punto de máxima aproximación del satélite al centro de masas de la Tierra. El más distante se llama apogeo. Ambos están en la dirección del semieje mayor de la órbita.
- [a] *Semieje mayor de la órbita elíptica*: es el semieje mayor de la elipse que define la órbita.
- [e] *Excentricidad de la órbita*: es la excentricidad de la elipse que define la órbita.
- [T_0] *Época de paso por el perigeo:* es un instante de paso del satélite por el punto más cercano a la Tierra (perigeo). La posición del satélite en la órbita en un instante t puede obtenerse a partir de $\tau(t) = t - T_0$ o cualquiera de las siguientes tres anomalías:
  - [$v(t)$] *Anomalía verdadera:* es el ángulo geocéntrico entre la dirección del perigeo y del satélite.
  - [$E(t)$] *Anomalía excéntrica:* es el ángulo, visto desde el centro de la órbita, comprendido entre el perigeo y la dirección del punto intersección de la recta normal al eje mayor que pasa por el satélite con el círculo de radio a (ver figura 14).
  - [$M(t)$] *Anomalía media:* es un valor ficticio.



a = semieje mayor de la órbita
e = excentricidad
i = inclinación
ω = argumento del perigeo
Ω = arg. nodo ascendente (Aries)
λ = long. nodo ascendente (Greenwich)
T = época de paso por el perigeo
M = anomalía media
V = anomalía verdadera
θ = tiempo sidéreo

Fig. 13. Elementos orbitales

Las tres anomalías están relacionadas por las siguientes fórmulas:

$$M(t) = n(t - T_0)$$

$$E(t) = M(t) + e \sin E(t)$$

$$V(t) = 2 \arctan \left[\sqrt{\tfrac{1+e}{1-e}} \tan \tfrac{E(t)}{2} \right]$$

$$n = \tfrac{2\pi}{P} = \sqrt{\tfrac{\mu}{a^3}}$$

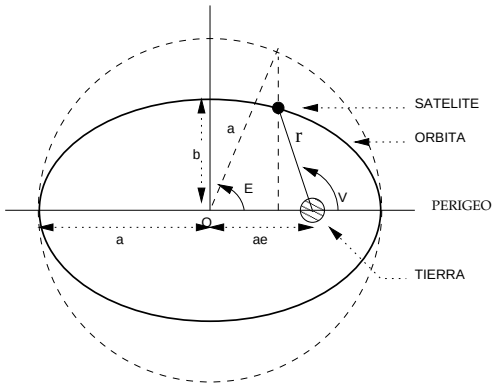


Fig. 14. Representación órbita elíptica.

donde n es la velocidad angular media del satélite, o movimiento medio, con periodo de revolución P. Substituyendo $a = 26560km$ (valor nominal para los satélites GPS) en la última de las ecuaciones anteriores, se obtiene un periodo orbital de 12 horas sidéreas[34].

Movimiento perturbado

El problema de dos cuerpos resuelto en el apartado anterior constituye únicamente una primera aproximación al caso real. En la práctica deben tenerse en cuenta un conjunto adicional de aceleraciones $\underline{k}$ o términos perturbativos, de forma que la ecuación diferencial anterior queda:

$$\ddot{\underline{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\underline{r} + \underline{k}$$

Estas perturbaciones son principalmente debidas a:

1. La no esfericidad de la Tierra y la no homegenidad de su distribución de masas de la Tierra[35].
2. La presencia de otros cuerpos celestes, principalmente el Sol y la Luna.
3. El efecto de las mareas
4. La presión de radiación solar.

[34] un día sidéreo es 3^m56^s más corto que un día solar (ver tema 2).

[35] Se considera un desarrollo en armónicos esféricos. El término n=0 corresponde al cuerpo central, el coeficiente C_{20} da cuenta del efecto debido al achatamiento de la Tierra. Su magnitud es cerca de 1000 veces superior a la de los restantes coeficientes.

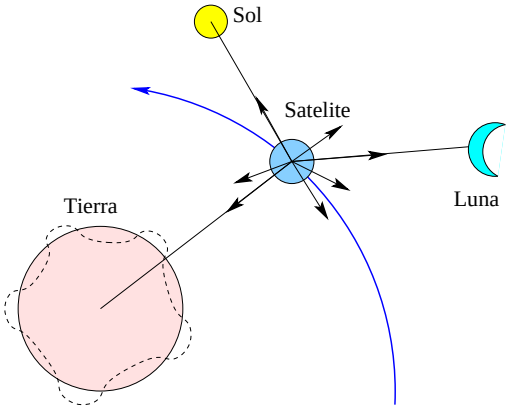


Fig. 15. Perturbaciones sobre la órbita del satélite (fuente. G. Seeber p. 73)

Perturbacion	Acceleracion	Efecto sobre la órbita	
	m/s^2	en 3 horas	en 3 días
Fuerza central (como referencia)	0.56		
C_{20}	5.10^{-5}	2 km	14 km
restantes armónicos	3.10^{-7}	50-80 m	100-1500 m
Solar + Lunar grav.	5.10^{-6}	5-150 m	1000-3000 m
Efecto de Mareas	1.10^{-9}	-	0.5-1.0 m
Presión de rad. solar.	1.10^{-7}	5-10 m	100-800 m

Tabla 6: Magnitud de las diferentes perturbaciones y su efecto sobre la órbita GPS.

Una manera de tener en cuenta el efecto de estas perturbaciones es considerar los elementos orbitales *osculantes*[36] que varíen con el tiempo, de manera que:

$$\underline{r}(t) = \underline{r}(t; a(t), e(t), i(t), \Omega(t), \omega(t), \tau)$$

En el mensaje de navegación se transmiten los parámetros necesarios para el cálculo de estos elementos orbitales en cada época de observación. Los parámetros contenidos en el mensaje de navegación se renuevan cada dos horas y no deben ser utilizados fuera del intervalo de tiempo prescrito (unas cuatro horas), pues el error de extrapolación

[36]Del verbo latín *osculor* (besar). Se utiliza en el sentido de que la órbita perturbada y la nominal son tangentes en cada instante de tiempo.

más allá de este periodo crece exponencialmente.

Parámetro	**Explicación**
$IODE$	Número de serie de los datos de efemérides.
t_{oe}	Época de referencia para las efemérides.
$\sqrt{a}$	Raíz cuadrada del semieje mayor.
e	Excentricidad.
M_o	Anomalía media en la época de referencia.
ω	Argumento del perigeo.
i_o	Inclinación en la época de referencia.
Ω_0	Longitud del nodo ascendente (respecto a Greenwich) al principio de la semana GPS.
Δn	Variación del movimiento medio.
$\dot{i}$	Variación del ángulo de inclinación.
$\dot{\Omega}$	Variación de la ascención recta del nodo ascendente.
c_{uc}, c_{us}	Corrección al argumento de latitud.
c_{rc}, c_{rs}	Corrección al radio orbital.
c_{ic}, c_{is}	Corrección a la inclinación.

Tabla 7: Efemérides en el mensaje de navegación

Para calcular las coordenadas WGS84 de los satélites a partir del mensaje de navegación debe aplicarse el siguiente algoritmo [GPS/SPS-SS, tabla 2-15] (ver subrutina FORTRAN `orbit.f`, apéndice IV):

Cálculo de las coordenadas de los satélites a partir del mensaje de navegación

Deben seguirse los siguientes pasos:

- Cálculo del tiempo t_k desde la época de referencia de las efemérides t_{oe} (t y t_{oe} se expresan en segundos dentro de la semana GPS):

  $$t_k = t - t_{oe}$$

  Si $t_k > 302400$ seg, restar 604800 seg de t_k. Si $tk < -302400$ seg, sumar 604800 seg.

- Cálculo de la anomalía media M_k para t_k,

  $$M_k = M_o + \left(\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{a^3}} + \Delta n \right) t_k$$

- Resolución (iterativa) de la ecuación de Kepler para el cálculo de la anomalía excéntrica E_k:

$$M_k = E_k - e \sin E_k$$

- Cálculo de la anomalía verdadera v_k:

$$v_k = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-e^2}\sin E_k}{\cos E_k - e}\right)$$

- Cálculo del argumento de latitud u_k a partir del argumento del perigeo ω, la anomalía verdadera v_k y las correcciones c_{uc} y c_{us}:

$$u_k = \omega + v_k + c_{uc}\cos 2\left(\omega + v_k\right) + c_{us}\sin 2\left(\omega + v_k\right)$$

- Cálculo de la distancia radial r_k, considerando las correcciones c_{rc} y c_{rs}:

$$r_k = a\left(1 - e\cos E_k\right) + c_{rc}\cos 2\left(\omega + v_k\right) + c_{rs}\sin 2\left(\omega + v_k\right)$$

- Cálculo de la inclinación i_k del plano orbital, a partir de la inclinación i_o en la época de referencia t_{oe}, y las correcciones c_{ic} y c_{is}:

$$i_k = i_o + \dot{i}\, t_k + c_{ic}\cos 2\left(\omega + v_k\right) + c_{is}\sin 2\left(\omega + v_k\right)$$

- Cálculo de la "longitud" del nodo ascendente Ω_k (respecto a Greenwich), a partir de la longitud Ω_o al principio de la semana GPS, corregida de la variación del tiempo sidéreo aparente en Greenwich entre principio de la semana y el tiempo de referencia $t_k = t - toe$, y el cambio en la longitud del nodo ascendente desde el tiempo de referencia toe.

$$\Omega_k = \Omega_o + \left(\dot{\Omega} - \omega_E\right) t_k - \omega_E t_{oe}$$

- Cálculo de las coordenadas en el sistema CTS, aplicando tres rotaciones (alrededor de u_k, i_k, Ω_k):

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix} = \mathbf{R}_3\left(-\Omega_k\right)\mathbf{R}_1\left(-i_k\right)\mathbf{R}_3\left(-u_k\right)\begin{bmatrix} r_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A continuación se proporciona un esquema de los cálculos necesarios para obtener los elementos orbitales osculatrices a partir de la posición y velocidad del satélite, y a la inversa:

Cálculo de los elementos orbitales a partir de la posición y la velocidad

$$\boxed{(x,\, y,\, z,\, v_x,\, v_y,\, v_z) \Longrightarrow (a,\, e,\, i,\, \Omega,\, \omega,\, T)}$$

$\vec{c} = \vec{r} \times \vec{v} \Longrightarrow p = \frac{c^2}{\mu} \Longrightarrow p$
$v^2 = \mu(2/r - 1/a) \Longrightarrow \boxed{a}$
$p = a(1 - e^2) \Longrightarrow \boxed{e}$

$\vec{c} = c\vec{S} \Longrightarrow \Omega = \arctan(-c_x/c_y);\ i = \arccos(c_z/c) \Longrightarrow \boxed{\Omega}, \boxed{i}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} r\cos(V) \\ r\sin(V) \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos\Omega\cos(\omega+V) - \sin\Omega\sin(\omega+V)\cos i \\ \sin\Omega\cos(\omega+V) + \cos\Omega\sin(\omega+V)\cos i \\ \sin(\omega+V)\sin i \end{pmatrix}$$
$\Longrightarrow \omega + V$

$r = \frac{p}{1+e\cos(V)} \Longrightarrow \boxed{\omega}, V$

$\tan(E/2) = (\frac{1-e}{1+e})^{1/2} \tan(V/2) \Longrightarrow E$

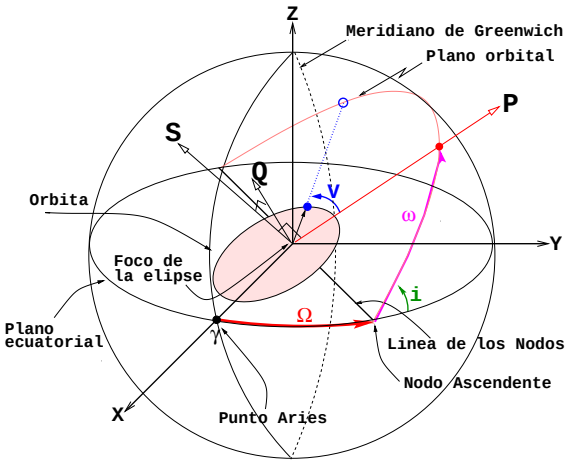


Fig. 16. La órbita en el espacio.

Cálculo de la posición y la velocidad a partir de los elementos orbitales

$$(a,\, e,\, i,\, \Omega,\, \omega,\, \underbrace{T; t}_{V}\,) \Longrightarrow (x,\, y,\, z,\, v_x,\, v_y,\, v_z)$$

$$\text{t} \underset{M = n(t-T)}{\Longrightarrow} M \underset{M = E - e\sin E}{\Longrightarrow} E \underset{\substack{\tan(V/2) = (\frac{1+e}{1-e})^{1/2} tan(E/2)}}{\Longrightarrow} (r, V)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} r\cos V \\ r\sin V \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \frac{na^2}{r}\{\vec{Q}(1-e^2)^{1/2}\cos E - \vec{P}\sin E\}$$

donde

$$\begin{aligned} R &= R_3(-\Omega)R_1(-i)R_3(-\omega) = \\ &= \begin{pmatrix} \cos\Omega & -\sin\Omega & 0 \\ \sin\Omega & \cos\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega & 0 \\ \sin\omega & \cos\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} P_x & Q_x & S_x \\ P_y & Q_y & S_y \\ P_z & Q_z & S_z \end{pmatrix} = [\vec{P}\ \vec{Q}\ \vec{S}] \end{aligned}$$

$$n^2a^3 = \mu; \quad \mu = G(M+m) = 3.986005\,10^{14}\, m^3 s^{-2}$$

$$n = \frac{2\pi}{P} = 1.46\,10^{-4}\, rad\, s^{-1}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$e = c/a$$

Práctica 4a
Elementos orbitales y sistemas de referencia

Objetivos

Familiarizarse con los elementos orbitales y sistemas de referencia. Manejar los diferentes sistemas de coordenadas. Visualizar las variaciones de los elementos orbitales, debido a las diferentes perturbaciones.

Ficheros a utilizar
`95oct18casa___r0.rnx, 95oct18casa___r0.eph, 1995-10-18.eci`

Programas a utilizar
`eph2txt, orb2xyz, rv2ele_orb, eq2wgs_ts,cart2esf`

Desarrollo

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.
2. [**Coordenadas del satélite**] El programa `orb2xyz` permite calcular las posiciones de los satélites en un sistema de referencia **ligado a la Tierra**[37] (con origen en el centro de masas de la Tierra, eje x en la dirección del meridiano de Greenwich, eje z paralelo al eje de rotación de la Tierra y el eje y formando un triedro directo con los anteriores) a partir de los elementos orbitales de los ficheros `*.b`. En estos ficheros la longitud del nodo ascendente está referida al meridiano de Greenwich.
   (a) Generar el fichero `95oct18.b` a partir del `95oct18casa___r0.eph` y, a partir de él, calcular las posiciones de los satélites para el día 18 de octubre de 1995, respecto al sistema de referencia ligado a la Tierra. Ejecutar:

```
cp 95oct18casa___r0.eph 95oct18.eph
eph2txt 95oct18.eph
cat 95oct18.b| orb2xyz >pos.b
more pos.b
```

[37] Básicamente se trata del sistema CTS (ver página 26).

(b) (*) Editar el programa `orb2xyz.f`[38] y comparar con el algoritmo descrito en la página 59. Describir los diferentes pasos que realiza el programa `orb2xyz.f` para el cálculo de estas coordenadas.

(c) Calcular la distancia geocéntrica (en km) del satélite PRN15 en los instantes de tiempo registrados en el fichero `95oct18.b`.
Ejecutar:

```
cat pos.b | awk '{if ($1==15) print $3 ,sqrt($4^2+$5^2
        +$6^2)/1000}' > dist.b
gnuplot
plot "dist.b"
exit
```

¿Cuál es el rango de variación que se observa? Calcular la variación relativa $(r_{max} - r_{min})/r_{min} \times 100$.
(*)Calcular el periodo de la órbita a partir del valor del semieje mayor (ver ecuaciones en el apartado de fundamentos teóricos). El satélite TOPEX/POSEIDON orbita a una altura de unos 1.400km sobre la superficie de la Tierra. ¿Cuál es su periodo orbital? (Radio Tierra $\simeq$ 6.400km)

3. [**Variación de los elementos orbitales**] El programa `rv2ele_orb` permite calcular los elementos orbitales *osculatrices* de un satélite, a partir de su posición y velocidad en un sistema de referencia inercial (en realidad pseudoinercial), "no ligado" a la rotación diurna de la Tierra. A este sistema lo llamaremos **sistema ecuatorial**: su origen es el centro de masas de la Tierra, el eje x está en la dirección del punto Aries, el eje z es paralelo al eje de rotación de la Tierra y el eje y forma un triedro directo con los anteriores.
La salida del programa `rv2ele_orb` presenta los siguientes campos:

`a, e, i, Ω, ω, M`

Los ficheros `*.eci` contienen órbitas y relojes precisos, procesados por el *Jet Propulsion Laboratory (JPL)* que se ofrecen al cabo de unos días. Estas órbitas se dan en el sistema de referencia *Conventional Inertial System (CIS)*[39] que, obviando las correcciones de precesión, nutación, etc., y a los

[38] Este programa implementa básicamente el primer algoritmo de cálculo de las coordenadas del satélite a partir de los elementos orbitales. No considera los parámetros de los términos perturbativos del mensaje de navegación. La subrutina `orbit.f` implementa el algoritmo completo de acuerdo con el documento (GPS/SPS-SS).

[39] Ver página 26.

efectos de estas prácticas, lo consideraremos como el sistema ecuatorial que acabamos de definir.

Los datos contenidos en estos ficheros se organizan en los siguientes campos:

```
sat año mes día hh mm ss.ss x y z vx vy vz flag
```

donde las coordenadas y velocidades se expresan em km y km/s respectivamente.

(a) A partir del fichero `1995-10-18.eci` y haciendo uso del mencionado programa, calcular los elementos orbitales del satélite PRN15 para el día 18 de octubre de 1995.
Ejecutar:

```
cat 1995-10-18.eci|awk '{if($1==15&&$4==18)print $8,$9,
        $10,$11,$12,$13}'| rv2ele_orb > eleorb
cat 1995-10-18.eci| awk '{if ($1==15 && $4==18)
print $5*3600+$6*60+$7}' > time
paste time eleorb >orb.jpl
more orb.jpl
```

(b) (*)Hacer un esquema de los pasos necesarios para el cálculo de los elementos orbitales a partir de la posición y velocidad del satélite en un sistema inercial.

(c) Estudiar gráficamente las variaciones de los elementos orbitales del satélite PRN15 en función del tiempo.
Ejecutar por ejemplo:

```
gnuplot
plot "orb.jpl" u 1:2
exit
```

i. Indicar las variables que se grafican en cada caso (abcisas y ordenadas). Indicar las unidades.

ii. Indicar el orden de magnitud de las variaciones observadas para cada uno de los elementos orbitales.

4. [**Comparación elementos orbitales broadcast y precisos**] Comparar los valores de los elementos orbitales obtenidos a partir del fichero `*.eci` con los del fichero de efemérides `*.eph`. ¿De qué orden son las discrepancias observadas?
   Observar que en los ficheros `*.eci` *o en los* `*.b` *las coordenadas se expresan en km y las componentes de la velocidad en km/s. Por otro lado, en los ficheros* `*.eph` *el argumento del nodo ascendente se expresa respecto al meridiano de Greenwich y, en algunos casos, puede presentar un offset acumulado de varios ciclos.*

   Ejecutar por ejemplo:

```
sed 's/D/E/g' 95oct18.b >nada
cat nada|awk '{if ($1==15 && $2==291) print $3,$4/1000,
$5,$6,$7+6*3.1416,$8,$9}' > orb.b
gnuplot
plot "orb.b" u 1:3,"orb.jpl" u 1:3
exit
```

   Discutir las diferencias encontradas. ¿A qué pueden deberse?

5. [**Sistemas de coordenadas**] Hacer un gráfico (en coordenadas esféricas) de las posiciones del satélite PRN15 para el día 18 de octubre de 1995, relativas al sistema ecuatorial (no ligado a la rotación diurna de la Tierra).

   Ejecutar:

```
cat 1995-10-18.eci|awk '{if($1==15&&$4==18)print $8,$9,
            $10 }'|cart2esf >pos_eq
gnuplot
plot "pos_eq" u 2:3
exit
```

   (a) Mediante el *script* `eq2wgs_ts` transformar las coordenadas ecuatoriales del fichero `*.eci` a coordenadas terrestres (para el satélite PRN15). Ejecutar:

```
cat 1995-10-18.eci|awk '{if($1==15 && $4==18)print $2,$3,
$4,$5+$6/60+$7/3600,$8,$9,$10}'|eq2wgs_ts|cart2esf >pos_ter
```

   (b) Hacer un esquema de la transformación.

   (c) Hacer un gráfico de las posiciones del satélite PRN15 relativas a la superficie terrestre para el día 18 de octubre de 1995.

Ejecutar:

```
gnuplot
plot "pos_ter" u 2:3
exit
```

(d) En una de las figuras anteriores se aprecian trazos formados por dos puntos contiguos. ¿A qué pueden ser debidos?

6. [**Miscelánea**]

(a) ¿Cuánto tiempo tarda aproximadamente en viajar la señal del satélite al receptor (tomar un valor aproximado de 20.000Km para la distancia satélite-receptor)?

(b) ¿Cuánto se desplaza (aproximadamante) el satélite durante este tiempo? (tomar un valor aproximado para la velocidad del satélite: ver por ejemplo el fichero `1995-10-18.eci` con las velocidades (en Km/s) referidas a un sistema (casi)-inercial).

(c) ¿Cuánto se desplaza (aproximadamente) el receptor terrestre, debido a la rotación de la Tierra?

Respuestas

Práctica 4a
Elementos orbitales y sistemas de referencia

2.c
3.c.i
3.c.ii
4
5.d
6.a
6.b
6.c

Práctica 4b
Errores en órbitas y relojes. Efecto de la S/A.

Objetivos

Estudiar y cuantizar los errores en las órbitas y relojes de los satélites (broadcast y precisas). Analizar el efecto de la Selective availability a partir de ficheros con S/A=on y S/A=off.

Ficheros a utilizar
`eph.on, sp3.on, eph.off, sp3.off, eph_5.on, eci_5.on, eph_5.off, eci_5.off`

Desarrollo

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.
2. [**Errores en las órbitas y relojes de satélites broadcast: S/A=on**] En el fichero `eph.on` se proporcionan las coordenadas[40] (x,y,z) en el sistema ligado a la tierra WGS-84 y los offsets de los relojes de los satélites, calculados a partir del mensaje de navegación para el día 23 de Marzo de 1999 (`99mar23.eph`). El fichero `sp3.on` contiene las coordenadas y relojes precisos, para el mismo día obtenidos a partir del fichero `igp10022.sp3` proporcionado por el servidor IGS[41], y que utilizaremos como referencia (sus errores son inferiores a unos 10cm). Estos ficheros contienen los siguientes campos: `[PRN segundo X Y Z dT]`, donde las coordenadas y el reloj se expresan en metros.

   (a) Calcular la discrepancia entre las coordenadas y relojes broadcast `eph.on` y los precisos `sp3.on`. Ejecutar:

```
paste eph.on sp3.on |
  gawk '{print $1,$2,$3-$9,$4-$10,$5-$11,$6-$12}'
                                          > dif_xyzt.on
```

[40] Calculadas mediante la subrutina `orbit.f`
[41] ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/product/

(b) Representar gráficamente los valores obtenidos y evaluar los errores en las órbitas y relojes.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "dif_xyzt.on" u 2:3
plot "dif_xyzt.on" u 2:4
plot "dif_xyzt.on" u 2:5
plot "dif_xyzt.on" u 2:6
exit
```

(c) ¿Razonar qué debe considerarse para evaluar el error de posicionamiento: todo el vector de error o únicamente su proyección sobre la dirección satélite-receptor?

(d) Calcular el error en la dirección satélite-receptor para un usuario que se encuentre en la ciudad de Barcelona (coordenadas WGS84: `[4789048, 176682, 4194989]`). Representar gráficamente los resultados obtenidos.
Ejecutar:

```
cat eph.on|gawk 'BEGIN{x0=4789048;y0=176682;z0=4194989}
  {printf "%02d %6d %14.4f \n",
  $1,$2,sqrt(($3-x0)**2+($4-y0)**2+($5-z0)**2)}' >eph.rho

cat sp3.on|gawk 'BEGIN{x0=4789048;y0=176682;z0=4194989}
  {printf "%02d %6d %14.4f \n",
  $1,$2,sqrt(($3-x0)**2+($4-y0)**2+($5-z0)**2)}' >sp3.rho

paste eph.rho sp3.rho |
  gawk '{printf "%02d %6d %9.3f \n",$1,$2,$3-$6}'
                                                > dif_rho.on


gnuplot
set grid
plot "dif_rho.on" u 2:3
exit
```

Acotar los errores en las órbitas y relojes broadcast (eph) para S/A=on.

(e) En el cómputo global del error de órbitas y relojes sobre la pseudodistancia, ¿qué proporción (%) (aproximada) corresponde a cada uno?

(f) Comparar los errores de los relojes de los satélites PRN15 y PRN19. ¿Por qué son tan distintos?

Ejecutar:

```
cat dif_xyzt.on | gawk '{if ($1==15) print $2,$6}' > reloj15.on
cat dif_xyzt.on | gawk '{if ($1==19) print $2,$6}' > reloj19.on
gnuplot
set grid
set yrange [-100:100]
plot "reloj15.on","reloj19.on"
exit
```

3. [**Errores en las órbitas y relojes de satélites brodacast: S/A=off**]

   (a) Repetir los mismos cálculos que en el ejercicio anterior para los ficheros `eph.off`, `sp3.off` . Acotar los errores en las órbitas y relojes broadcast (eph) para S/A=off.

   (b) ¿En la época en que se capturó el fichero del ejercicio anterior (1999-03-23) se aplicaba la S/A igualmente sobre órbitas y relojes?

   (c) ¿Qué error ha de afectar más al posicionamiento la Selective Availability (S/A) o el Antispoofing (A/S)?

4. [**Selective Availability**] Los ficheros `eph_5.off`, `eci_5.off`, `eph_5.on` y `eci_5.on` contienen el mismo tipo de datos que los anteriores, pero cada 5 minutos.
   Para el día 15 de Mayo de 2000, comparar gráficamente los valores del reloj del satélite PRN06 proporcionados por el mensaje de navegación (fichero `eph_5.off`) y por el fichero de órbitas y relojes precisos (`eci_5.off`).

   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "< cat eph_5.off|gawk '{if ($1==6) print $2,$6}'",
     "< cat eci_5.off|gawk '{if ($1==6) print $2,$6}'"
set xrange[20000:60000]
replot
exit
```

   (a) ¿Cuál es la deriva media (a lo largo de un día) del reloj del satélite PRN06? ¿Extrapolar el valor para 1 año? (dar el resultado en metros y en ns (c$\simeq 3\,10^8 m/s$)

(b) ¿Estaba activada la S/A cuando fueron capturados estos datos?

(c) (*)¿A qué puede deberse la oscilación que se observa en la figura?

(d) Repetir el plot anterior para el satélite PRN10 y PRN17. ¿Qué derivas presentan?

Repetir el estudio para el día 23 de Marzo de 1999.

(ficheros `eph_5.on` y `eci_5.on`).

(e) ¿Cuál es la amplitud de la oscilación observada para el satélite PRN06? ¿Estaba activada la S/A cuando se capturaron estos datos?

(f) Según los gráficos obtenidos, ¿la S/A supone una alteracion del valor del reloj en el mensaje de navegación, o una alteración del propio reloj (del oscilador) de los satélites?

(g) A la vista de la figura, ¿podría darse alguna cota superior del tiempo de correlación de la S/A?
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set xrange[20000:60000]
plot "< cat eci_5.on|gawk '{if ($1==6) print $2, $6}'"
     w linespoints

plot "< cat eci_5.on|gawk '{if ($1==10) print $2, $6}'"
     w linespoints

plot "< cat eci_5.on|gawk '{if ($1==17) print $2, $6}'"
     w linespoints
exit
```

5. (*)Los ficheros de órbitas y relojes precisos `eci_5.off` y `sp3.off` han sido generados por centros independientes. El primero procede de JPL[42] y el segundo es un promedio de las estimaciones de diferentes centros (IGS). Comparar las estimaciones de los relojes precisos contenidas en estos ficheros para el satélite PRN10:

[42]Los ficheros `eci_5.off` y `eci_5.on` se han obtenido de a partir de los ficheros `1999-03-23.eci.Z`, `1999-03-23.tdpc.Z`, `2000-05-15.eci.Z` y `2000-05-15.tdpc.Z` del servidor) `ftp://sideshow.jpl.nasa.gov` de JPL. Sobre ellos se ha aplicado una transformación (muy exacta) de coordenadas (del sistema CIS al CTS, teniendo en cuenta los términos de precesión y nutación y utilizando los parámetros de rotación de la tierra 1999-03-23tpeo.nml.Z, y 2000-05-15tpeo.nml.Z, disponibles en el mismo servidor.

Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "< cat eph_5.off|gawk '{if ($1==10) print $2,$6}'",
     "< cat eci_5.off|gawk '{if ($1==10) print $2,$6}'",
     "< cat sp3.off|gawk '{if ($1==10) print $2,$6}'"
exit
```

(a) ¿Cuál es la discrepancia (acumulada a lo largo de todo el día) entre ambas estimaciones? Repetir la comparación para otros satélites (por ejemplo, PRN06, PRN01, PRN09,...)

Calcular las discrepancias entre las estimaciones de órbitas y relojes precisos de ambos ficheros. Para ello, generar en primer lugar un fichero con las observaciones comunes (observar la particular estructura de la siguiente instrucción –que debe ser ejecutada en una sola línea–):

Ejecutar:

```
cat sp3.off eci_5.off| gawk '{i=$1*1" "$2*1;
    if (length(X[i])!=0) {
       printf "%02d %6d %8.4f %8.4f %8.4f %8.4f \n",
                  $1,$2,$3-X[i],$4-Y[i],$5-Z[i],$6-T[i]
                              }
          else {X[i]=$3;Y[i]=$4;Z[i]=$5;T[i]=$6}
                                 }' > eci_sp3.xyzt

gnuplot
set grid
plot "eci_sp3.xyzt" u 2:3,"eci_sp3.xyzt" u 2:4,
     "eci_sp3.xyzt" u 2:5
exit
```

(b) ¿De qué orden son las diferencias obtenidas entre las coordenadas precisas de los satélites?

Hacer un gráfico de la diferencia entre estimaciones de relojes precisos.

```
gnuplot
set grid
plot "eci_sp3.xyzt" u 2:6
exit
```

(c) ¿Cómo podría interpretarse la deriva observada en la figura?

(d) (**)¿Afectaría esta deriva (común para todos los satélites) al posicionamiento preciso (si se realizara con uno u otro fichero de relojes precisos)?

(e) (**)¿Qué ha de afectar más, la deriva (común) o la dispersión de valores? ¿Por qué?

6. **(*)[Programa órbitas]** Editar la subrutina FORTRAN `orbit.f` e identificar las diferentes partes del algoritmo descrito en el último apartado de fundamentos teóricos. Identificar asimismo, los diferentes parámetros orbitales procedentes del mensaje de navegación (ver formato RINEX).

Respuestas

Práctica 4b
Errores en órbitas y relojes

2.c
2.d
2.e
2.f
3.b
3.c
4.a
4.b
4.d
4.e
5.a
5.b
5.c

Tema 5
Modelado de la pseudodistancia (código)

La *pseudodistancia* o distancia aparente entre el satélite y el receptor, obtenida mediante la correlación del código modulado en la señal recibida del satélite con la réplica generada en el receptor, $P = c\,\Delta T$, está afectada de una serie de términos que se suman a la distancia geométrica. En la figura 17 se muestra un esquema de las diferentes contribuciones:

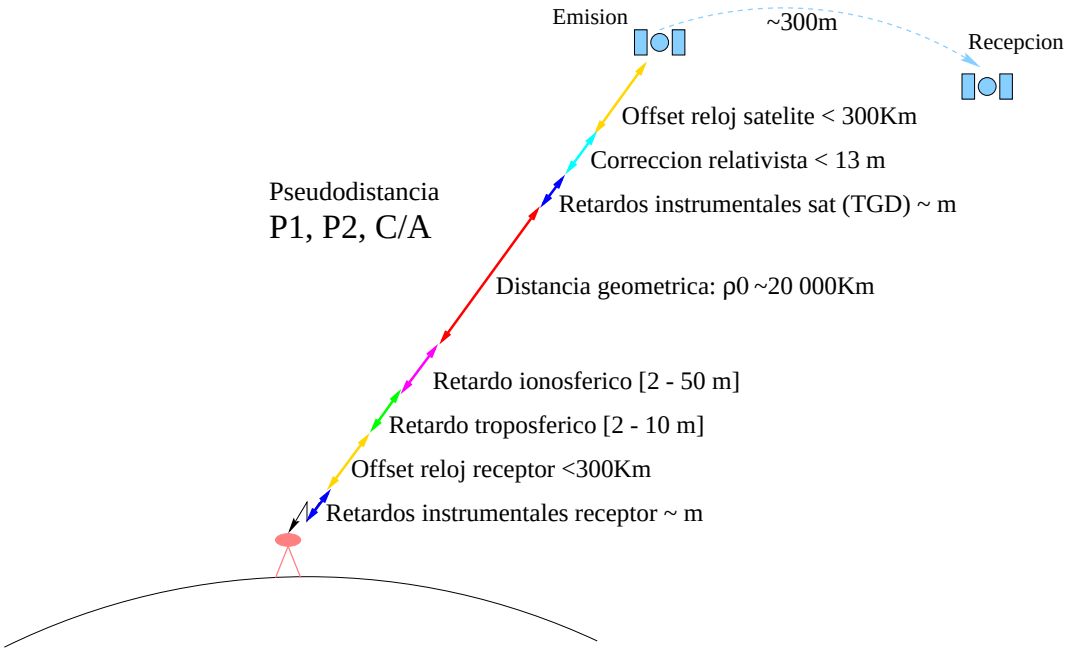


Fig. 17. Componentes de la pseudodistancia

El modelado de las medidas de pseudodistancia P1 (o C/A) y P2, entre un receptor i y un satélite j, debe tener en cuenta los siguientes términos[43] (ICD-GPS-200, 1992):

[43] Estas componentes del modelado se han implementado en el programa **GCAT** (ver página 90), que es el módulo de software que se utiliza en las practicas de este capítulo y siguientes.

$$\mathrm{P1}_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_1 I_i^j + K1_i^j + M_{P_1,i}^j + \varepsilon_{P_1,i}^j$$
$$\mathrm{P2}_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_2 I_i^j + K2_i^j + M_{P_2,i}^j + \varepsilon_{P_2,i}^j$$

donde:

- **Distancia geométrica (ρ_i^j)**
  Corresponde a la distancia ecuclídea entre la posición del satélite en el instante de *emisión* y la del receptor[44] en el instante de *recepción* de la señal:

$$\rho_i^j = \sqrt{(x_{i,rec} - x_{ems}^j)^2 + (y_{i,rec} - y_{ems}^j)^2 + (z_{i,rec} - z_{ems}^j)^2}$$

  Ver en la página 85 el algoritmo para el cálculo de las coordenadas en el instante de emisión a partir de la época de observación, y la posición aproximada del receptor (ver las subrutinas `coord_ems_P.f` y `rec2ems.f`).

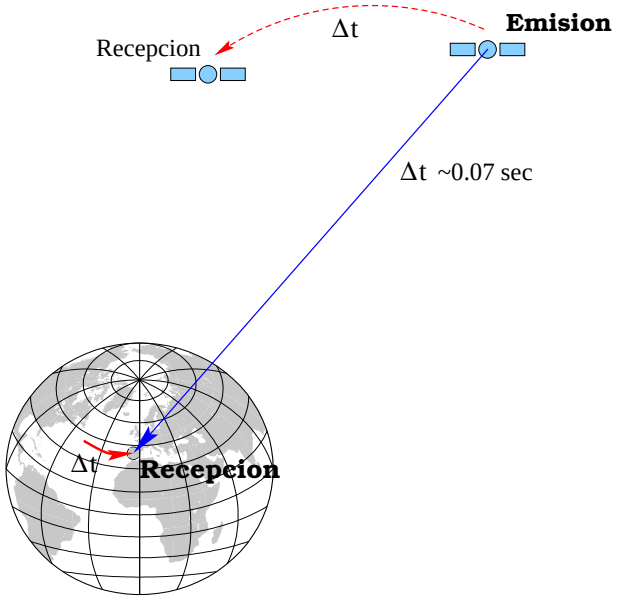


Fig. 18. Coordenadas en emisión y en recepción

[44] Puesto que las coordenadas del receptor no se conocen con precisión (pues son las incógnitas a determinar), en las ecuaciones de navegación se toma un valor nominal *"a priori"* $(x0_i, y0_i, z0_i)$ y se linealiza ρ en el entorno de este punto: $\rho_i^j = \rho 0_i^j + \nabla\rho_i^j \cdot (dx_i, dy_i, dz_i)$, siendo las desviaciones respecto de este valor nominal $dx_i = x_i - x0_i$, $dy_i = y_i - y0_i$, $dz_i = z_i - z0_i$ unas incógnitas estimar junto con el offset del reloj del receptor dt_i (ver tema 6).

- **Offsets de los relojes del receptor (dt_i) y del satélite (dt^j)**
  Corresponden a los errores de sincronismo de los relojes respecto a la escala de tiempo GPS.
  – El offset del reloj del receptor (dt_i) se estima al mismo tiempo que sus coordenadas.
  – El offsset de los relojes de los satélites (dt^j) se puede calcular a partir de los valores a_0, a_1, a_2 y $t0$ que se transmiten en el **mensaje de navegación**, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$dt^j = a_0 + a_1(t - t0) + a_2(t - t0)^2$$

  siendo: a_1= clock drift, a_2= clock drift rate, $t0$= time of clock (ver RINEX Format en el apéndice II).
  NOTA: Esta corrección está implementada en **GCAT** por defecto para órbitas broadcast. Para órbitas precisas puede activarse o no, mediante la opción `Satellite clock interpolation` (ver página 90).

- **Corrección relativista (rel_i^j)**
  El ritmo de avance de dos relojes idénticos situados en el satélite y sobre la superficie terrestre diferirán debido a la diferencia de potencial gravitatorio (relatividad general) y a la velocidad relativa entre ambos (relatividad especial). Esta diferencia puede descomponerse en (Hofmann-Wellenhof):

  – Una componente constante que depende únicamente del valor nominal del semieje mayor de la órbita del satélite, que se corrige modificando la frecuencia del oscilador del reloj del satélite[45]:

$$\frac{f_0' - f_0}{f_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \frac{\triangle U}{c^2} \simeq -4.464 \cdot 10^{-10}$$

  – Una componente periódica debida a la a la excentricidad de la órbita (que debe corregir el receptor del usuario):

$$rel = 2\frac{\sqrt{\mu a}}{c}\, e\, sin(E) = 2\,\frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}}{c} \quad (en\ metros)$$

[45] Siendo $f_0 = 10.23MHz$, se tiene $\Delta f_0 = 4.464 \cdot 10^{-10}\, f_0 = 4.57 \cdot 10^{-3} Hz$ de manera que el satélite deberá utilizar $f_0' = 10.22999999543\, Mhz$. Notar f_0' que la frecuencia "emitida" por el satélite y f_0 es la "recibida" sobre la superficie terrestre, i.e., se produce un aumento aparente de la frecuencia en $4.57 \cdot 10^{-3} Hz$, que se corrige disminuyendo en esta cantidad la frecuencia del oscilador del satélite.

siendo $\mu = 3.986005 \cdot 10^{14}$ (m^3/s^2) la constante de gravitación universal, $c = 299792458$ (m/s) la velocidad de la luz en el vacío, a el semieje mayor de la órbita, e su excentricidad, E la anomalía excéntrica del satélite en la órbita, y r y v la posición geocéntrica y velocidad del satélite en un sistema inercial.
NOTA: Esta corrección está implementada en **GCAT** bajo la opción `Relativistic Correction` (ver página 90).

- **Retardo troposférico (T_i^j)**
  a la frecuencia en que se emite la señal GPS la troposfera[46] se comporta como un medio no dispersivo, siendo su efecto independiente de la frecuencia. El retardo troposférico puede modelarse de forma aproximada (cerca de un 90%) mediante la siguiente expresión:

$$T_i^j = (d_{dry} + d_{wet}) \cdot m(elev)$$

  donde d_{dry} corresponde al retardo vertical debido a la componente seca de la troposfera (básicamente compuesta por oxígeno y nitrógeno en equilibrio hidroestático) y d_{wet} corresponde al retardo vertical asociado a la componente húmeda (debida al vapor de agua de la atmósfera), siendo[47]:

$$d_{dry} = 2.3\ exp\,(-0.116 \cdot 10^{-3} \cdot H)\ \ (m)$$
$$d_{wet} = 0.1\ \ (m) \quad \text{(H: altura sobre el nivel del mar, en metros)}$$

  Finalmente, $m(elev)$ es el factor de oblicuidad para proyectar el retardo vertical en la dirección de observación del satélite.

$$m(elev) = \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + sin^2(elev)}}$$

  donde $elev$ es la elevación respecto al horizonte local del receptor.
  NOTA: Este modelo se ha implementado bajo la opción `Tropospheric Correction` en **GCAT** (ver página 90).

- **Retardo ionosférico (αI_i^j)**

  La ionosfera es la zona de la atmósfera terrestre que se extiende desde unos 60 km hasta más de 2000km de altura. Debido a la interacción con los electrones libres, las señales electromagnéticas que la atraviesan sufren un retardo/adelanto respecto a la propagación en el vacío que viene dado por:

$$\delta_{ion} = \int (n-1)\ ds$$

[46] Región de la atmósfera que se extiende hasta unos 60km de altura.
[47] Modelos más completos puede encontarse, por ejemplo en Hofmann-Wellenhof, p. 109.

donde la integral se extiende a lo largo de la trayectoria del rayo y $n = \frac{c}{v}$ es el índice de refracción. Dado que la ionosfera es un medio dispersivo, su índice de refracción depende de la frecuencia y afecta de forma distinta a la fase y al código. Esta dependencia en la frecuencia de la señal permite corregir su efecto utilizando dos frecuencias diferentes[48]. Para receptores con una sola frecuencia puede utilizarse un modelo de predicción ionosférica. El modelo definido en el (GPS/SPSS-SS) es el de Klobuchar, cuyos parámetros se transmiten en el mensaje de navegación. A pesar de ser un modelo ionosférico bastante simple, en el que se suponen todos los electrones concentrados en una capa delgada situada a 350Km de altura sobre la superficie (ver figura 19), se consigue reducir el efecto de la ionosfera entre un 50% y un 60%. Ver su implementación (GPS/SPSS-SS) en la rutina `klob.f` (apéndice IV).

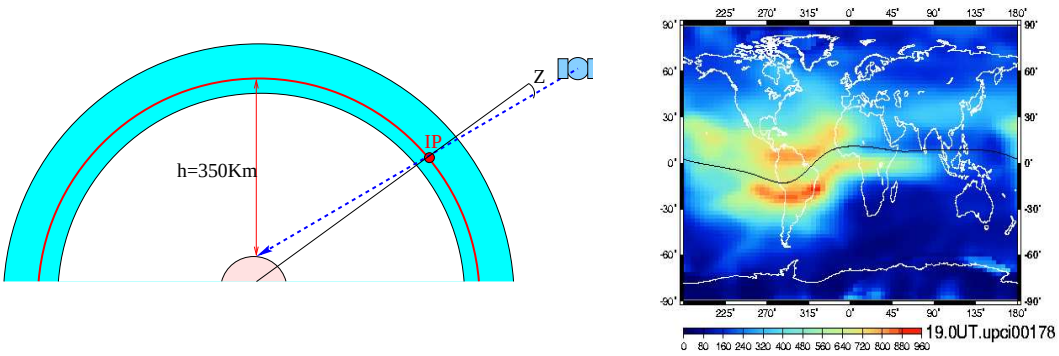


Fig. 19. Modelo de Klobuchar de una capa delgada (izquierda). Distribución del retardo vertical (TEC en unidades de 0.1 TECUs≃ 1.6cm de retardo en L1) a las 19UT del 26 de Junio del 2000 (derecha). Se indica también el ecuador geomagnético.

NOTA: La implementación del modelo de Klobuchar en **GCAT** corresponde a la opción `Ionospheric Correction` (ver página 90).

Los índices de refracción de la ionosfera para la velocidad de fase, v_f, y la velocidad de grupo, v_g, de la señal GPS vienen dados, en primer orden de aproximación, por:

$$n_f \simeq 1 - \alpha_f \cdot N$$
$$n_g \simeq 1 + \alpha_f \cdot N$$

[48] Mediante la combinación libre de ionosfera *PC* o *LC*, se puede cancelar el efecto ionosférico hasta un 99.9%.

donde:

- N es la densidad electrónica de la ionosfera (e^-/m^3)
- $\alpha_f = \frac{40.3}{f^2}$ (m^2/e^-).
  En particular:
  $\alpha_{f_1} = 1.6237 \cdot 10^{-17}$
  $\alpha_{f_2} = 2.6742 \cdot 10^{-17}$
  $\alpha_I = \alpha_{f_2} - \alpha_{f_1} = 1.0505 \cdot 10^{-17}$
- f es la frecuencia de la señal (Hz).

Con ello, el retardo ionosférico (en metros), en primera aproximación, viene dado por:

$$\boxed{\delta_{ion} = \alpha_f \cdot I}$$

siendo I el número de electrones por unidad de área en la dirección de observación o STEC (*Slant Total Electron Content*)[49]:

$$I = \int N_e \, ds$$

El retardo ionosférico correspondiente a las medidas de **fase** es $-\delta_{ion}$ y el correspondiente a las medidas de **pseudodistancia** es $+\delta_{ion}$, es decir, las medidas de fase experimentan un avance al atravesar la ionosfera y las medidas de pseudodistancia un retardo[50].

- **Retardos instrumentales (K_i^j)**

  Posibles fuentes de estos retardos son las antenas, los cables, así como los diferentes filtros utilizados en los receptores y satélites.

  Se descomponen en un retardo correspondiente al satélite y otro al receptor, que dependen de la frecuencia:

  $$K1_i^j = R1_i - T_{GD}^j \qquad ; \qquad K2_i^j = R2_i - \frac{f_1^2}{f_2^2} T_{GD}^j$$

  donde

  - $R1_i$ se puede tomar cero (incluyéndolo en el offset del reloj del receptor)
  - T_{GD}^j **se transmite en el mensaje de navegación** (*Total Group Delay*) del satélite.

[49] $1\,TECU = 10^{16}\,e^-/m^2 = 0.105\,m_{LI} = 0.162\,m_{L1} = 0.267\,m_{L2}$
$1\,m_{LI} = \frac{1}{\gamma - 1}\,m_{L1} = 1.54573\,m_{L1} \quad ; \quad \gamma = (\frac{77}{60})^2$

[50] Notar que aunque la fase viaje más rápido que la velocidad de la luz, no se vulnera el principio de la relatividad, pues no se transporta información.

NOTA: Esta corrección se ha implementado en **GCAT** bajo la opción `TGD Correction`.

De acuerdo con el ICD GPS-2000, el segmento de control monitoriza el *timing* del satélite de manera que el T_{GD} se cancele completamente al hacer la combinación libre de ionosfera. Esta es la razón por la que para la frecuencia f_2 se tenga $\alpha_2/\alpha_1 T^j_{GD}$.

- **Multicamino** ($M^j_{P,i}$)

  La interferencia por multicamino se produce cuando una señal llega por diferentes caminos a la antena (ver figura 20). Su causa principal es la proximidad de la antena a estructuras reflectantes, y es importante cuando la señal proviene de satélites con baja elevación. Este error es distinto para frecuencias distintas. Afecta tanto a las medidas de fase como a las de código. En el caso del código puede alcanzar un valor teórico de 1.5 veces la longitud de onda ("chip"). Esto significa para el código C/A hasta unos 450 m si bien valores superiores a unos 15m son difíciles de observar. Típicamente suele ser menor que unos 2 o 3 metros. En el caso de la fase, su valor máximo teórico es de un cuarto de longitud de onda. Ello significa unos 5 cm para L1 o L2.

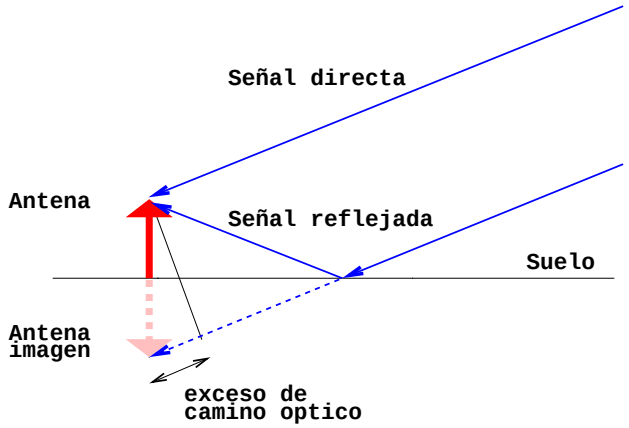


Fig. 20. Diferencia de camino óptico entre la señal directa y la señal reflejada

Este error suele minimizarse mejorando la calidad de las antenas, es decir, que puedan rechazar señales que provengan de ciertas direcciones, y alejando la antena de objetos reflectantes.

- **Ruido ($\varepsilon^j_{P,i}$)**

  En este término se incluye el ruido de medida de la pseudodistancia y todos los efectos no modelados anteriormente.

  La precisión de las mediadas de pseudodistancia es superior al 1% de la longitud de onda ("chip"). Esto significa un ruido de a lo sumo unos 3 m para el caso del código civil C/A y unos 30 cm para los códigos protegidos P. No obstante, los receptores actuales, mediante el suavizado del código con la fase, pueden proporcionar códigos C/A con un ruido del orden de unos 50 cm.

Anexo 5.1.: Algoritmo de cálculo de coordenadas en la época de emisión

• **Cálculo de la época de emisión**

Los siguientes algoritmos permiten calcular la época de emisión de la señal por el satélite t^{sat} a partir del instante de recepción de la misma t_{sta}.

A) Algoritmo utilizando el pseudorango

La época de emisión puede obtenerse directamente a partir de la época de recepción, teniendo en cuenta que la pseudodistancia P es una medida directa de la diferencia de tiempos entre ambos instantes, medidos cada uno de ellos en el reloj correspondiente (t^{sat} o t_{sta}): $P = c\ (t_{sta}[recepcion] - t^{sat}[emision])$

Así, la época de emisión de la señal, medida según el reloj del satélite (t^{sat}) viene dada por:

$$t^{sat}[emision] = t_{sta}[recepcion] - \Delta t$$

donde,

$$\Delta t = P/c$$

Para el cálculo de las coordenadas de los satélites, debe utilizarse la época de emisión "medida en la escala de tiempo GPS" $T[emision]$ (i.e., la definida por los relojes del Segmento de Control). Ésta puede obtenerse corrigiendo el valor t^{sat} con el offset $dt^{sat} = t^{sat} - T$ del reloj del satélite, que se puede obtener a partir del mensaje de navegación. Así, finalmente, se tiene:

$$T[emission] = t^{sat}[emission] - dt^{sat} = t_{sta}[reception] - P/c - dt^{sat}$$

Notar que la expresión anterior, relaciona la época de emisión $T[emision]$ en la escala de tiempo GPS con las épocas de observación (t_{sta}) registradas por el receptor, referidas al reloj interno del receptor.

El algoritmo anterior tiene la ventaja de proporcionar la época de emisión de la señal directamente y sin requerir ningún cálculo iterativo, si bien precisa de la medida de pseudorango para relacionar ambos instantes. La exactitud con que se determina $T[emision]$ es muy alta, y depende fundamentalmente del error en el término dt^{sat}: menos de 10 o 100 nanosegundos con S/A=off y S/A=on, respectivamente. Ello permite calcular las coordenadas de los satélites con un error inferior a la décima de milímetro en ambos casos (la velocidad de los satélites GPS es de unos pocos Km/s). Este algoritmo es el que se implementa "por defecto" en el programa **GCAT** bajo la opción "`Satellite coordinates at emission:Using the PR`", ver página 90).

B) Algoritmo puramente geométrico

El algoritmo anterior, proporciona la época de emisión de la señal, ligada al reloj del satélite (t^{sat}). El algoritmo que se presenta a continuación la liga esta época al reloj del receptor (t_{sta}):

$$t_{sta}[emision] = t_{sta}[recepcion] - \Delta t$$

donde ahora Δt se calcula de forma iterativa (suponiendo conocidas unas coordenadas aproximadas del receptor $r_{0_{sta}}$) de acuerdo con el siguiente algoritmo (su convergencia es muy rápida):

1. Calcular la posición r^{sat} del satélite en el instante de recepción de la señal t_{sta}.
2. Calcular la distancia geométrica entre las coordenadas del satélite obtenidas anteriormente y la posición del receptor[51], y a partir de ella, calcular el tiempo de propagación de la señal entre ambos puntos:
$$\Delta t = \frac{\|r^{sat} - r_{0_{sta}}\|}{c}$$
3. Calcular la posición del satélite en el instante: $t = t_{sta} - \Delta t \Longrightarrow r_{sat}$.
4. Comparar la nueva posición r^{sat} con la previa. Si difieren por encima de un cierto valor umbral, iterar el proceso a partir del paso 2.

Finalmente, la época de emisión en la escala de tiempo GPS, vendrá dada por[52]:

$$T[emision] = t_{sta}[emision] - dt_{sta}$$

donde dt_{sta} es el offset del reloj del receptor respecto al tiempo GPS, que puede obtenerse de la solución de navegación (aunque "a posteriori").

[51] En este punto deberá prestarse especial atención en asegurarse de que las coordenadas del satélite y del receptor estén expresadas en el mismo sistema de referencia, pues, al formar el rayo satélite-receptor, debe considerarse un sistema de referencia común para ambos.

[52] En rigor,

$$T[emision] = f(T[reception]) = f(t_{sta}[reception] - dt_{sta}) \simeq t_{sta}[emision] - dt_{sta}$$

donde la función $f(\cdot)$ representa el algoritmo geométrico.

Comentario:

Un algoritmo similar para el cálculo de las coordenadas de los satélites en el instante de recepción se utiliza en GIPSY OASIS-II de JPL, permitiéndole una mayor modularidad del software, pues no se precisa de las medidas de pseudorango lara el cálculo de la época de emisión.

Si el offset del reloj del receptor dt_{sta} es pequeño[53], puede prescindirse de este término, que por otro lado no se conocerá hasta despues de calcular la solución de navegación (también podría extrapolarse a partir de las estimaciones anteriores). Si dt_{sta} es grande (del orden de 1 milisegundo), éste puede introducir errores el cálculo de las coordenadas de los satélites del orden del metro, debiéndose de tener en cuenta a la hora de construir el modelo de navegación[54]; o más concretamente, en la derivada parcial relativa al reloj del receptor en la matriz de diseño.

También deberá tenerse en cuenta el posible error debido a la utilización de un valor aproximado de las coordenadas del receptor[55] $r_{0_{sta}}$. De ese modo, si no se conocen las coordenadas del receptor con una cierta precisión, dicho error deberá considerarse a la hora de calcular las derivadas parciales relativas a las coordenadas del receptor, las cuales resultarán algo más complicadas que las correspondientes al método del pseudorango descrito en el apartado anterior (ver anexo II, en el capítulo siguiente).

Este algoritmo se implementa bajo la opción "`Satellite coordinates at emission: Geometric`" en **GCAT** (ver página 90).

[53]Muchos de los receptores modernos ajustan su reloj época a época, proporcionando offsets del orden de unos 10 nanosegundos. Sin embargo, muchos otros receptores se esperan a acumular un offset de 1 milisegundo.

[54]en la "matriz de diseño" o matriz Jacobiana obtenida al linealizar el modelo respecto de los errores en las coordenadas y el reloj del receptor –ver capítulo siguiente –).

[55]si bien su impacto es muy pequeño para errores de unos pocos metros.

• **Cálculo de las coordenadas de los satélites**

Una vez conocido el instante de emisión de la señal, se pueden calcular las coordenadas del satélite en dicho instante, para lo cual puede adoptarse un sistema inercial o un sitema ligado a la Tierra.

Si el cálculo de las coordenadas de los satélites se realiza en un sistema ligado a la Tierra (por ejemplo, utilizando la rutina `orb.f`), deberá utilizarse (lógicamente) el mismo sistema de referencia para las coordenadas del receptor y del satélite, pues a la la hora de formar el rayo satélite-receptor ambos deben expresarse en un sistema de referencia común.

Si se adopta un sistema ligado a la Tierra "en el instante de recepción" de la señal[56], se deberá aplicar el siguiente algoritmo:

1. Calcular las coordenadas del satélite en el instante de emisión, y en el sistema ligado a la Tierra en dicho instante.
   Utilizando, por ejemplo, la rutina `orb.f`, se haría:
   $$T[emision] \Longrightarrow [\texttt{orb.f}] \Longrightarrow r^{sat}$$

2. Transformar las coordenadas del satélite del sistema ligado a la Tierra en el "instante de emisión" al sistema ligado a la Tierra en el "instante de recepción". Para ello, se considerará la rotación de la Tierra durante el intervalo de tiempo Δt que tarda la señal en propagarse del satélite al receptor:
   $$\tilde{r}^{sat} = R_3\left(\omega_E \Delta t\right) \cdot r^{sat}$$
   donde,
   $$\Delta t = \frac{\sqrt{(x_{0_{sta}} - x^{sat})^2 + (y_{0_{sta}} - y^{sat})^2 + (z_{0_{sta}} - z^{sat})^2}}{c}$$
   Nota: Es recomendable calcular el valor Δt utilizando la expresión anetrior, aunque se emplee el método de pseudorango para el cálculo del tiempo de propagación de la señal. Pues, la cantidad "P/c" incluye otros retardos (offsets relojes, ...) a parte del puramente geométrico ρ/c. En otras, palabras, P/c establece un link muy preciso entre los relojes del receptor (en recepción) y del satélite (en emisión), pero, como medida de distancia geométrica está sesgada; de ahí el nombre de "pseudodistancia.

[56] En cuyo caso, las coordenadas de un receptor fijo serían siempre las mismas para las diferentes épocas de observación.

Práctica 5a
Modelado de la pseudodistancia (código): Propagación y efectos dependientes del satélite

Objetivos

Estudiar las diferentes componentes del modelado de la pseudodistancia para el código. En particular, el retardo ionosférico y troposférico, las constantes instrumentales y los offsets de los relojes de los satélites

Ficheros a utilizar
`13oct98.a, 13oct98.eph, sta.pos`

Programas a utilizar
`GCAT`

Desarrollo

Los ficheros que se utilizan en esta práctica han sido capturados con la placa Lassen-SK8 (Trimble). Se trata de un receptor de bajo coste (unas 40.000 pts el año 1998) que proporciona el código[57] (mediante el protocolo TSIP) para la frecuencia f_1. El fichero `13oct98.a` se registró en condiciones de A/S=on.

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.

2. Mediante la aplicación `GCAT` generar un fichero con los diferentes términos del modelado de la pseudodistancia para los datos del fichero `13oct98.a`, utilizando las órbitas broadcast `13oct98.eph`. Para ello, seguir los pasos:

   - Ejecutar **GCAT &**.
     Se presentará el panel que se muestra a continuación (figura 21 a la izquierda):

[57] también proporciona la fase truncada.

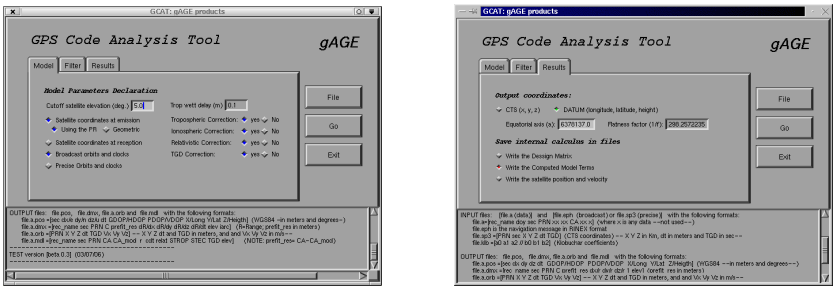


Fig. 21. Panel principal y carpeta Results de la aplicaión GCAT

- Pulsar **File** y seleccionar el fichero `13oct98.a` (por defecto se selecciona también el fichero `13oct98.eph` para las órbitas broadcast)
- En la carpeta **Results** (figura 21 derecha), seleccionar la opción: `Write the Computed Model terms`. Dejar los valores por defecto de los restantes parámetros en todas las carpetas.
- Ejecutar **Go** (tarda unos segundos en procesar el fichero)

Una vez finalizado el proceso, se habrá generado el fichero `13oct98.a.mdl` que contiene los siguientes campos:

`rec_name sec PRN CA CA_model` ρ *cdt rel STROP STEC* T_{GD} *elev*

donde:

"`rec_name`" es el nombre del receptor, "`sec`" son los segundos dentro del día, `PRN` indica el satélite, "CA" corresponde al valor de la pseudodistancia –en metros– medida por el receptor (código CA), "`CA_model`" es el valor de la pseudodistancia modelada (en metros), "ρ" es la distancia geométrica euclídea (en metros) satélite receptor, "cdt" es el offset del reloj del satélite –en metros–, "rel" es la corrección relativista –en metros– debida a la excentricidad de la órbita, "$STROP$" y "$STEC$" corresponden a los retardos troposférico y ionosférico oblicuos (slant) modelados –en metros–, "T_{GD}" es el retardo instrumental del satélite –en metros– y "$elev$" es la elevación del satélite respecto del horizonte local del observador –en grados–.

3. [**Retardo troposférico**] Representar gráficamente el retardo troposférico oblicuo modelado "`STROP`" en función del tiempo para el satélite PRN14. Ídem en función de la elevación. Repetir para otros satélites.

Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[0:20]
plot "<cat 13oct98.a.mdl|gawk '{if ($3==14) print $2,$9}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|gawk '{print $2,$9}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|gawk '{print $12,$9}'"
exit
```

(a) A la vista de los resultados obtenidos, dar una acotación del valor del retardo troposférico oblicuo.

(b) ¿Por qué se superponen las gráficas de los diferentes satélites al hacer la representación en función de la elevación?

(c) Representar gráficamente $STROP * sin(elev)$ en función del tiempo. Ídem. en función de la elevación.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[0:5]
plot "<cat 13oct98.a.mdl|
                  gawk '{print $2,$9*sin(3.14/180*$12)}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|
                 gawk '{print $12,$9*sin(3.14/180*$12)}'"
exit
```

¿A qué corresponde (aproximadamente) el valor que se observa en la gráfica?

(d) ¿El retardo troposférico oblicuo (tal como se ha modelado en el programa GCAT) es una cantidad que depende de la hora del día? ¿Y de la elevación?

(e) Dar un valor aproximado del retardo troposférico zenital (vertical).

(f) (**) Proponer un modelo sencillo para el retardo troposférico.

(g) (**) ¿Qué tanto por ciento del retardo troposférico real podría ser corregido mediante el modelo propuesto (aproximadamente)?

(h) ¿Si en vez del código C/A se utilizara la combinación libre de ionosfera (LC) se podría utilizar el mismo modelo para el retardo troposférico? ¿Y si se utilizara un código a la frecuencia f_2?

4. [**Retardo Ionosférico**] Representar gráficamente el retardo ionosférico oblicuo modelado `"STEC"` en función del tiempo, y en función de la elevación para el satélite PRN14. Repetir para otros satélites.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[0:20]
plot "<cat 13oct98.a.mdl|gawk '{if ($3==14) print $2,$10}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|gawk '{print $2,$10}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|gawk '{print $12,$10}'"
exit
```

(a) A la vista de la figura, dar una acotación del valor del retardo ionosférico oblicuo.

(b) Representar gráficamente $STEC * sin(elev)$ en función del tiempo y en función de la elevación
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[0:5]
plot "<cat 13oct98.a.mdl|
                  gawk '{print $2,$10*sin(3.14/180*$12)}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|
                 gawk '{print $12,$10*sin(3.14/180*$12)}'"
exit
```

¿Por qué, a diferencia de lo que ocurría con la troposfera, no se superponen las curvas de los diferentes satélites al hacer la representación en función de la elevación?

(c) (*) ¿De qué variables depende el retardo ionosférico STEC según el modelo de Klobuchar (ver subrutina `Klob.f`)? ¿Cuáles proceden del mensaje de navegación?

(d) (**) Editar la subrutina `klob.f` e identificar la implementación del algoritmo de Klobuchar definido en el documento GPS/SPS-SS.

(e) (**) ¿Qué tanto por ciento del retardo ionosférico real puede ser corregido mediante el modelo de Klobuchar (aproximadamente)?

(f) ¿Qué valor debe considerarse para el retardo ionosférico cuando se utiliza la combinación libre de ionosfera LC (si es que hay que considerar alguno). (*) Y si se utilizara un código en la frecuencia L2?

5. [**Constantes instrumentales satélites (TGD)**] Representar gráficamente las constantes instrumentales ("Total Group Delay" o "interfrequency bias") para el satélite PRN14 en función del tiempo. Repetir el gráfico para todos los satélites a la vez.

   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "<cat 13oct98.a.mdl|awk '{if ($3==14) print $2,$11}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|awk '{print $2,$11}'"
exit
```

   (a) ¿En qué rango de valores se encuentran los TGD's?

   (b) Estos valores ¿se obtienen directamente del mensaje de navegación, o debe calcularlos el programa de posicionamiento?

   (c) (**) ¿Si los T_{GD} fueran comunes para todos los satélites, deberían tenerse en cuenta en el modelado de la pseudodistancia para el posicionamiento? ¿Por qué?

   (d) (**) ¿Qué valores deben considerarse para los retardos instrumentales cuando se utiliza la combinación libre de ionosfera (LC)? ¿Y si se utilizara un código a la frecuencia L2? ¿Por qué?

6. [**Offset relojes satélites**] Representar gráficamente el offset del reloj del satélite PRN14 en función del tiempo. Repetir el gráfico para todos los satélites a la vez.
   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "<cat 13oct98.a.mdl|awk '{if ($3==14) print $2,$7}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|awk '{print $2,$7}'"
exit
```

(a) ¿En qué rango de valores se encuentran los offsets de los relojes de los satélites?

(b) Estos valores ¿se obtienen directamente del mensaje de navegación, o debe calcularlos el programa de posicionamiento?

(c) ¿Con qué exactitud pueden conocerse los relojes de los satélites a través del mensaje de navegación cuando está activada la S/A? ¿Y cuando está desactivada?

(d) (**) ¿Si los offsets relojes de los satélites *cdt* fueran comunes para todos los satélites (aunque variables en el tiempo), deberían tenerse en cuenta en el modelado de la pseudodistancia para el posicionamiento? ¿Por qué?

(e) (**) ¿Deben considerarse los mismos valores para los offsets de los relojes de los satélites cuando se utiliza la combinación libre de ionosfera (LC)? ¿Por qué?

Respuestas

Práctica 5a
Modelado de la pseudodistancia. Propagación y efectos dependientes del satélite

3.a
3.b
3.c
3.d
3.e
4.a
4.b
4.f
5.a
5.b
6.a
6.b
6.c

Práctica 5b

Modelado de la pseudodistancia (código): Corrección relativista, distancia geométrica y pseudodistancia modelada.

Objetivos

Estudiar las diferentes componentes del modelado de la pseudodistancia para el código. En particular, el efecto sobre la distancia geométrica receptor-satélite de considerar las coordenadas del satélite en el instante de emisión o de recepción, los efectos relativistas y la comparación de la pseudodistancia medida por el receptor y la modelada, antes de resolver las ecuaciones de navegación (prefit-residual). Estudiar su impacto sobre el error de posicionamiento.

Ficheros a utilizar
`13oct98.a, 13oct98.eph, sta.pos`

Programas a utilizar
`GCAT`

Desarrollo

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.

2. Mediante la aplicación `GCAT` generar un fichero con los diferentes términos del modelado de la pseudodistancia para los datos del fichero `13oct98.a`, utilizando las órbitas broadcast `13oct98.eph`. Para ello, seguir los pasos:

   - Ejecutar **GCAT**.

   - Pulsar **File** y seleccionar el fichero `13oct98.a` (por defecto se selecciona también el fichero `13oct98.eph` para las órbitas broadcast)

- En la carpeta **Results**, seleccionar las opciones: `Write the Computed Model terms` y `Write the satellite position and velocity`. Dejar los valores por defecto de los restantes parámetros en todas las carpetas.
- Ejecutar **Go** (tarda unos segundos en procesasr el fichero)

Una vez finalizado el proceso, se habrán generado los ficheros `13oct98.a.mdl` y `13oct98.a.orb` que contienen los siguientes campos:

– Fichero `13oct98.a.mdl`:

`rec_name sec PRN CA CA_model` ρ *cdt rel STROP STEC* T_{GD} *elev*

donde:
`CA CA_model` ρ *cdt rel STROP STEC TGD* se expresan en metros y *elev* en grados.

– Fichero `13oct98.a.orb`:

```
PRN sec X Y Z dt TGD Vx Vy Vz
```

donde:
`X,Y,Z,dt,TGD` se expresan en metros y `Vx,Vy,Vz` en m/s.

3. [**Correción relativista**] Representar gráficamente la corrección relativista para los diferentes satélites en función del tiempo.

```
gnuplot
set grid
set yrange[-5:5]
plot "<cat 13oct98.a.mdl|gawk '{print $2,$8}'"
exit
```

   (a) ¿Cuál es su rango de variación?

   (b) (*) Justificar teóricamente el resultado obtenido en el apartado anterior.

   (c) ¿Cuánto valdría esta corrección si la órbita fuera perfectamente circular?

   (d) (**) ¿En cuánto debe modificarse la frecuencia del oscilador del reloj del satélite para compensar el valor promedio de los efectos relativistas debidos 1) a la diferencia de potencial gravitatorio entre las posiciones del satélite y del receptor (relatividad general) y 2) a la velocidad del satĺite (relatividad especial)?

4. [**Distancia euclídea: coordenadas emision-recepción**] En los cálculos anteriores se han considerado las coordenadas de los satélites en el instante de emisión de la señal (calculadas mediante el método del pesudorango, ver página 85 –opción `Using PR` en carpeta `Model`–). Repetir el procesado, pero tomando las coordenadas del satélite en el instante de recepción en vez del de emisión. Para ello bastará seguir los mismos pasos que en el apartado 2, pero seleccionando la opción `Satellite coordinates at reception`.
   Nota: antes de ejecutar **GCAT**, renombrar como `13oct98.a.orb_em` el fichero obtenido anteriormente. Nombrar como `13oct98.a.orb_rc` al nuevo fichero.
   (a) Comparar las coordenadas de los satélites entre los instantes de emisión y recepción. Hacer un gráfico de la diferencia entre ambas para las diferentes épocas registradas en los ficheros. Representar separadamente las coordenadas x, y, z y el módulo del vector diferencia. ¿Cuál es el rango de variación de los valores obtenidos?

   Ejecutar

```
gnuplot
Coordenada x
plot "< paste 13oct98.a.orb_em 13oct98.a.orb_rc
      |awk '{print $2,($3-$13)}'"
Coordenada y
plot "< paste 13oct98.a.orb_em 13oct98.a.orb_rc
      |awk '{print $2,($4-$14)}'"
Coordenada z
plot "< paste 13oct98.a.orb_em 13oct98.a.orb_rc
      |awk '{print $2,($5-$15)}'"
Módulo vector diferencia:
plot "< paste 13oct98.a.orb_em 13oct98.a.orb_rc
      |awk '{print $2,sqrt(($3-$13)**2+($4-$14)**2+($5-$15)**2)}'"
exit
```

   (b) (*) Teniendo en cuenta la distancia satélite-receptor ($\simeq$ 20.000km) justificar teóricamente el desplazamiento del satélite obtenido en el apartado anterior (tomar $v \simeq 4km/s$). ¿Debe considerase también la rotación de la Tierra?

   (c) Calcular el error sobre la pseudodistancia modelada debido a considerar las coordenadas en el instante de emisión o de recepción para los diferentes satélites. ¿Cuál es el rango de variación de los valores obtenidos?
   Nota: las coordenadas del receptor en el momento de capturar los datos eran $[4789031, 176612, 4195008]$ (Barcelona).

Ejecutar:

```
gnuplot
plot "< paste 13oct98.a.orb_em 13oct98.a.orb_rc|
   gawk 'BEGIN{x0=4789031;y0=176612;z0=4195008}
       { print $2,(($3-$13)*($3-x0)+($4-$14)*($4-y0)+
                   ($5-$15)*($5-z0))/sqrt(($3-x0)**2+
                                    ($4-y0)**2+($5-z0)**2)}'"
exit
```

(d) (**) Diseñar un algoritmo que permita determinar el instante de emisión de la señal a partir del instante de recepción y de las coordenadas del receptor y el satélite en un sistema de referencia ligado a la Tierra (un ejemplo de algoritmo puede encontrarse en la subrutina FORTRAN `rec2ems.f`)

5. [**Pseudodistancia modelada**] Comparar la pseudodistancia modelada CA_mod) con la observada (CA) (la medida por el receptor –P1–).

(a) Representar en un mismo gráfico, y en función del tiempo, la pseudodistancia observada y la modelada para el satélite PRN14. Repetir el gráfico para el satélite PRN19.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "<cat 13oct98.a.mdl|awk '{if ($3==14) print $2,$4-$5}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|awk '{if ($3==19) print $2,$4-$5}'"

plot "<cat 13oct98.a.mdl|awk '{print $2,$4-$5}'"
exit
```

(b) ¿A qué puede atribuirse el diente de sierra observado en las figuras?

(c) (*)Hacer un gráfico (en función del tiempo) entre las diferencias de pseudodistancia observada para los satélites PRN16 y PRN19 (i.e. las diferencias simples: $\nabla^{16,19}CA = CA^{16} - CA^{19}$)
Ejecutar (en una sola línea)

```
cat 13oct98.a.mdl|
  gawk '{
           if ($3==16) {R[$2]=$4}
             else {if ($3==19 && length(R[$2])!=0)
                                    print $2,$4-R[$2]}
         }' > CA_16_19
```

Ejecutar:

```
gnuplot
plot "CA_16_19"
exit
```

¿Por qué ha desaparecido el diente de sierra?

(d) (*) Dar la expresión matemática de las diferencias simples entre dos satélites observados desde un mismo receptor. ¿Se cancela algún término?

(e) (*)Hacer un gráfico (en función del tiempo) entre las diferencias de pseudodistancia modelada para los satélites PRN16 y PRN19 (i.e. $\nabla^{16,19}CA_mod = CA^{16} - CA^{19}$)
Ejecutar (en una sola línea)

```
cat 13oct98.a.mdl|
  gawk '{
            if ($3==16) {R[$2]=$5}
              else {if ($3==19 && length(R[$2])!=0)
                                      print $2,$5-R[$2]}
          }' > CAm_16_19
gnuplot
plot "CAm_16_19"
exit
```

(f) (*)Representar en función del tiempo las diferencias $\nabla^{16,19}CA - \nabla^{16,19}CA_mod$.
Ejecutar

```
gnuplot
plot "< paste CA_16_19 CAm_16_19 |awk '{print $1,$2-$4}'"
exit
```

¿Qué se está visualizando en la gráfica (SA, multipath, ruido...)?

6. (**) [**Cálculo de la pseudodistancia modelada**] Utlizando los valores registrados en los ficheros `13oct98.rnx` y `13oct98.eph`[58], calcular *"a mano"* el pseudodistancia modelada para el satélite PRN14 correspondiente al instante t=38230sec. Para ello, se deberán seguir los siguientes pasos.

   (a) *[Selección elementos orbitales]* A partir del fichero `13oct98.eph` seleccionar el bloque de elementos orbitales más próximos al instante de tiempo t=38230sec.

   (b) *[Distancia geométrica satélite(emisión)--receptor(recepción)]*

[58] Estos ficheros han sido capturados por un receptor estático en el punto de coordenadas WGS'84 (4789031, 176612, 4195008) –en metros–

i. *[Coordenadas en emisión]* Aplicando el algoritmo del pseudorango (ver página 85), calcular las coordenadas del satélite PRN14 en el instante de emisión de la señal.
Nota: utilizar el programa `coord_ems_P.f` y la subrutina `orbit.f`. Si se desea calcular las cordenadas en el instante de emisión mediante el algoritmo geométrico, puede utilizarse la rutina `rec2ems.f` (ver detalles en la cabecera del código).

ii. Suponiendo el receptor estático en el punto de coordenadas (4789052, 176614, 4195020) calcular la distancia geométrica entre el receptor y el satélite en el instante de emisión de la señal.

(c) *[Offset del reloj del satélite]*. A partir de los coeficientes a_0, a_1, a_2 del mensaje de navegación para el instante t_0 correspondiente al bloque de órbitas seleccionado, calcular el offset del reloj del satélite: $cdt = a_0 + a_1\,(t - t_0) + a_2\,(t - t_0)^2$

(d) *[retardo instrumental Satélite]*. Seleccionar el valor del TGD del mensaje de navegación correspondiente al instante t_0 del apartado anterior.

(e) *[Efecto relativista]* Aplicando cualquiera de las siguientes expresiones $rel = 2\,\frac{r\,v}{c} = 2\frac{\sqrt{\mu\,a}}{c} e\,sinE$, calcular la corrección relativista debida a la excentricidad de la órbita.

(f) *[retardo ionosférico]* Aplicando el algoritmo definido para el cálculo del retardo ionosférico a partir del modelo de Klobuchar, calcular la corrección ionosférica (ver subrutina `klob.f`).

(g) *[retardo troposférico]* Adoptando un valor de $tr_{dry} = 2.3m$ para la componente seca[59] de la troposfera y de $tr_{wet} = 10cm$ para la componente húmeda y adoptando el factor de oblicuidad $m(elev) = \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + sin^2(elev)}}$, calcular el retardo troposférico, de acuerdo con la siguiente expresión: $trop = m(elev) \cdot\ (tr_{dry} + tr_{wet})$

(h) Calular el valor de la pseudodistancia modelada:
$CA_{mod} = \rho + rel + T + I - cdt + TGD$

[59] En la aplicación **GCAT** se utiliza el siguiente modelo para el cálculo del valor nominal de la troposfera seca: $trop_{dry} = 2.3e^{-0.116\,10^{-3} * h}$, donde h es la altura sobre el elipsoide (GIPSY OASIS-II).

7. (***) Diseñar un programa que implemente los pasos anteriores.

8. A partir de los resultados obtenidos en los ejercicios anteriores, completar la siguiente tabla resumen de los errores en las diferentes componentes del modelo (*error absoluto*) y su impacto sobre la pseudodistancia.

Componente	**Antes de corregir** *Error absoluto* *Er. pseudodistancia*	**Después corregir** *Error absoluto* *Er. pseudodistancia*	**Modelo** *Parámetros del modelo*
Error debido al retardo ionosférico	[2-10m]*FO [2-10m]*FO	[1-5m]*FO [1-5m]*FO	modelo. Klob. a0,a1,a2,a3 b0,b1,b2,b3 mensaje nav.
Error debido al retardo troposférico			
Error debido a la correción relativista (excentricidad de la órbita)	 	mm mm	$2rv/c = \frac{\sqrt{\mu\, a}}{c} sinE$
Error debido a los retardos instrumentales de los satélites (TGD)	 	 mm	
Error debido al offset de los relojes de los satélites (S/A=off)	 	 	$a0, a1, a2$ mensaje nav.
Error debido al offset de los relojes de los satélites (S/A=on)	 	 	
Error en la distancia (ρ) debido al error en las coordenadas de los satélites (S/A=off)	xxxxxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxxxxx	 	
Error en la distancia (ρ) debido al error en las coordenadas de los satélites (S/A=on)	xxxxxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxxxxx	 	
Error si se toman las coordenadas en el instante de recepción en vez del de emisión	 	 	

Respuestas

Práctica 5b
Modelado de la pseudodistancia. Efectos relativistas. Distancia geométrica y pseudodistancia modelada

3.a
3.c
4.a
4.c
5.a
5.b

Nota: Completar la tabla de la página anterior.

Tema 6
Resolución de las ecuaciones de navegación (con código)

Se trata de determinar la posición $\vec{r}$ y el *offset* dt del reloj de un receptor a partir de las pseudodistancias P^j, con al menos 4 satélites, y las posiciones $\vec{r}^j$ y *offsets* dt^j de los relojes de estos satélites (ver Hofmann-Wellenhof p. 179).

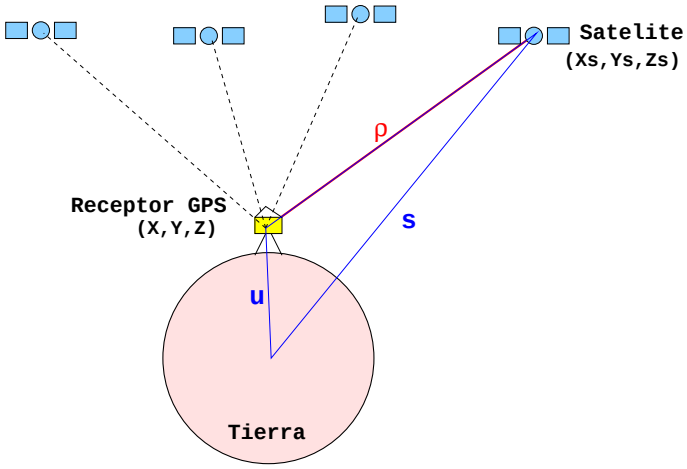


Fig. 22. Posicionamiento GPS

Datos
- Las *pseudodistancias* (receptor-satélite *j-ésimo*): P^j
- El *mensaje de navegación*. En particular:
  * posiciones de los satélites al emitir la señal: $\vec{r}^j = (x^j, y^j, z^j)$
  * *offsets* de los relojes de los satélites: dt^j

  (j=1,2,...,n) (n≥4)

Incógnitas
posición del receptor: $\vec{r} = (x, y, z)$
offset del reloj del receptor: dt

A partir de las pseudodistancias entre satélite y receptor:

$$P^j = \rho^j + c(dt - dt^j) + rel^j + T^j + \alpha_1 I^j + TGD^j + M^j_{P_1} + \varepsilon^j_{P_1}$$

se plantea un sistema de ecuaciones con cuatro incógnitas (x, y, z, dt) de la forma:

$$\boxed{\begin{array}{l} P^j + cdt^j - \delta^j \simeq \sqrt{(x - x^j)^2 + (y - y^j)^2 + (z - z^j)^2} + cdt \\ j = 1, 2, ..., n \qquad (n \geq 4) \end{array}}$$

(donde se han despreciado los términos de multipath y ruido en general, y se ha llamado $\delta = rel^j + T^j + \alpha_1 I^j + TGD^j$).
Se trata de un sistema *no lineal*, y en general sobredimensionado, cuya técnica de resolución habitual consiste en linealizar la distancia ρ en el entorno de un punto (x_0, y_0, z_0) correspondiente a una posición aproximada del receptor[60].

Entonces, linealizando $\rho^j(x, y, z) = \sqrt{(x - x^j)^2 + (y - y^j)^2 + (z - z^j)^2}$ en el punto $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$, se tiene :

$$\text{con:} \quad \begin{array}{l} \rho^j = \rho^j_0 + \frac{x_0 - x^j}{\rho^j_0} dx + \frac{y_0 - y^j}{\rho^j_0} dy + \frac{z_0 - z^j}{\rho^j_0} dz \\ dx = x - x_0;\ dy = y - y_0;\ dz = z - z_0 \end{array}$$

resultando el sistema de ecuaciones lineales:

$$\boxed{\begin{array}{l} P^j = \rho^j_0 + \frac{x_0 - x^j}{\rho^j_0} dx + \frac{y_0 - y^j}{\rho^j_0} dy + \frac{z_0 - z^j}{\rho^j_0} dz + c(dt - dt^j) + \delta^j \\ \\ j = 1, 2, ..., 4 \qquad (n \geq 4) \end{array}}$$

Expresión matricial del sistema de ecuaciones de navegación[61]:

$$\boxed{\begin{bmatrix} P^1 - \rho^1_0 + cdt^1 - \delta^1 \\ \vdots \\ P^n - \rho^n_0 + cdt^n - \delta^n \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_0 - x^1}{\rho^1_0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^1_0} & \frac{z_0 - z^1}{\rho^1_0} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \frac{x_0 - x^n}{\rho^n_0} & \frac{y_0 - y^n}{\rho^n_0} & \frac{z_0 - z^n}{\rho^n_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ c\,dt \end{bmatrix}}$$

En general se obtendrán sistemas sobredimensionados (para $n > 4$) que deberán resolverse mediante la técnica de mínimos cuadrados o el filtro de Kalman.

Notar que lo que se estima son las diferencias (dx, dy, dz) entre la posición verdadera (x, y, z) y la aproximada (x_0, y_0, z_0) donde se ha realizado la linealización. Este valor se puede ir refinando, iterando con las sucesivas correcciones obtenidas para una misma época, hasta reducir el error por debajo de un umbral.

[60] que puede obtenerse, por ejemplo, mediante el método de Bancroft (ver página 111).

[61] Estrictamente, este sistema corresponde al caso en que las coordenadas de los satélites en la época de emisión se han calculado utilizando el algoritmo del pseudorango descrito en la página 85. Caso de utilizarse el algoritmo puramente geométrico, los elementos de la matriz asociada (matrix de diseño o Jacobiana) variarían ligeramente (ver detalles en anexo II, página 119).

- *Resolución de las ecuaciones de navegación:*
  - **Solución por mínimos cuadrados**
    Se trata de resolver el sistema lineal sobredimensionado $Y = AX$ cuya solución mínimo cuadrática[62] es:

$$\boxed{\hat{X} = (A^t A)^{-1} A^t Y}$$

  - **Solución por mínimos cuadrados con pesos**
    Si W es una matriz de pesos para el vector de observaciones Y, entonces la solución de mínimos cuadrados con matriz de pesos W es:

$$\boxed{\hat{X} = (A^t\, W\, A)^{-1} A^t\, W\, Y}$$

    La matriz de pesos W suele tomarse de la forma:

$$W = \begin{pmatrix} 1/\sigma^2_{y_1} & & \\ & \ddots & \\ & & 1/\sigma^2_{y_n} \end{pmatrix}$$

    donde $\sigma^2_{y_i}$ son las varianzas del ruido de las observaciones $Y = (y_1, ..., y_n)^t$.
    Si P_Y es la matriz de covarianza del vector de observaciones Y, para $W = P_Y^{-1}$ se obtiene la solución de mínima varianza para X, siendo:

$$\boxed{P_{\hat{X}} = (A^t\, W\, A)^{-1}}$$

  - **Filtro de Kalman**
    Si $\widehat{X}(n-1)$ es la estimación obtenida para la época n-ésima, se realiza una predicción del vector $X(n)$ para la época siguiente $\widehat{X}^-(n)$, de acuerdo con el modelo[63]

$$\boxed{\begin{array}{l} \widehat{X}^-(n) = \Phi(n-1)\ \widehat{X}(n-1) \\ P^-_{\widehat{X}(n)} = \Phi(n-1)\ P_{\widehat{X}(n-1)}\ \Phi(n-1)^T + Q(n-1) \end{array}}$$

    Con estas predicciones $\widehat{X}^-(n)$, se puede ampliar la ecuación de observación $Y(n) = A(n)\, X(n)$, como si de nuevas observaciones se tratara, obteniendo el sistema.

$$\begin{bmatrix} Y(n) \\ \widehat{X}^-(n) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A(n) \\ I \end{pmatrix} X(n) \quad ; \qquad W = \begin{pmatrix} P_{Y(n)} & \\ & P^-_{\widehat{X}(n)} \end{pmatrix}^{-1}$$

[62] LLamando $\hat{Y} = A\,\hat{X}$, esta solución minimiza el residuo $\|Y - \hat{Y}\|^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$, o bien $\|Y - \hat{Y}\|^2_W = \sum w_i\, (y_i - \hat{y}_i)^2$ para el caso de mínimos cuadrados con pesos.

[63] Se trata de un modelo de Gauss-Markov de primer orden. Su caracter dinámico se establece a través de la matriz de transición de estados Φ y la matriz de ruido de proceso Q.

que se resuelve de la manera habitual por mínimos cuadrados con matriz de pesos W:

$$\widehat{X}(n) = \left(A(n)^T P^{-1}_{Y(n)}\ A(n) + \left(P^-_{\widehat{X}(n)} \right)^{-1} \right)^{-1} \left(A(n)^T P^{-1}_{Y(n)}\ Y(n) + \left(P^-_{\widehat{X}(n)} \right)^{-1} \widehat{X}^-(n) \right)$$

$$P_{\widehat{X}(n)} = \left(A^T P^{-1}_{Y(n)}\ A + \left(P^-_{\widehat{X}(n)} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

El algoritmo puede resumirse en el siguiente esquema[64]:

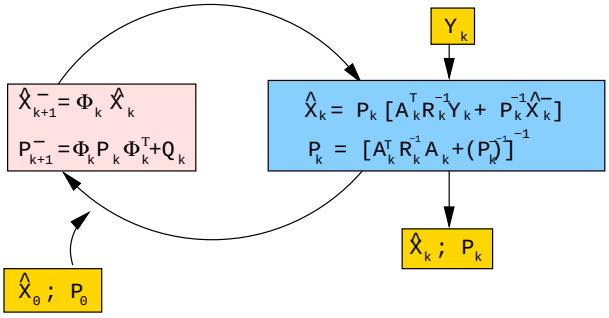


Fig. 23. Diagrama del filtro de Kalman. Notación: $R_k = P_{Y(k)}$, $P_k = P_{\widehat{X}(k)}$.

Nota: La formulación aquí presentada es algebraicamente equivalente a la formulación clásica definida en el siguiente esquema:

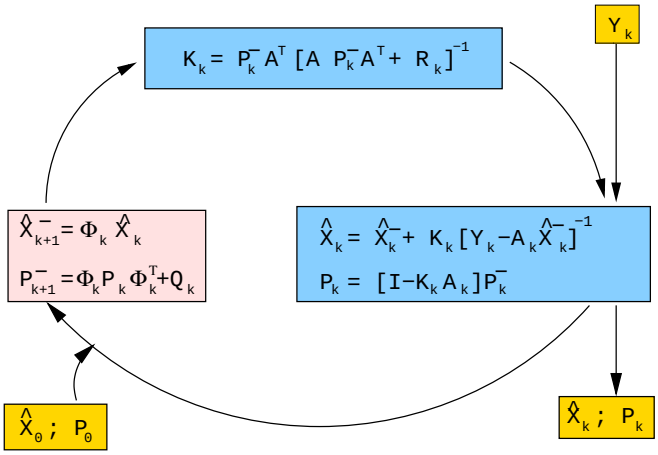


Fig. 24. Formulación clásica del filtro de Kalman.

[64] Si se desea profundizar más el tema se recomienda la lectura del excelente libro de G. J. Bierman (1977). En especial los capítulos correspondientes al U-D covariance filter y al SRIF.

Algunos ejemplos sencillos de definición de las matrices Φ y Q

a) Posicionamiento estático

El vector de estados a determinar $\widehat{X}$ viene dado por $\widehat{X} = (x_{rec}, y_{rec}, z_{rec}, dt_{rec})$ donde las coordenadas $(x_{rec}, y_{rec}, z_{rec})$ se consideran como constantes (pues el receptor se mantiene fijo) y el offset del reloj dt_{rec} como un ruido blanco de media cero. En estas condiciones las matrices Φ y Q son de la forma:

$$\Phi(n) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{pmatrix} \qquad Q(n) = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & \sigma_{dt}^2 \end{pmatrix}$$

siendo σ_{dt} el ruido de proceso asociado al offset del reloj (en cierto modo la incertidumbre en el valor del reloj).

b) Posicionamiento cinemático

1. Si se trata de un vehículo que se mueve a gran velocidad se modelarán las coordenadas[65] como un ruido blanco de media cero (*white noise*) al igual que el offset del reloj:

$$\Phi(n) = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{pmatrix} \qquad Q(n) = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & & & \\ & \sigma_y^2 & & \\ & & \sigma_z^2 & \\ & & & \sigma_{dt}^2 \end{pmatrix}$$

2. Si se trata de un vehículo que se mueve a poca velocidad, las coordenadas pueden modelarse como un camino aleatorio (*random walk*), con densidad espectral de proceso $Q' = \frac{d\sigma^2}{dt}$:

$$\Phi(n) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{pmatrix} \qquad Q(n) = \begin{pmatrix} Q'_x\delta t & & & \\ & Q'_y\delta t & & \\ & & Q'_z\delta t & \\ & & & \sigma_{dt}^2 \end{pmatrix}$$

[65] nos referimos a las desviaciones respecto de los valores nominales (dx, dy, dz), que es lo que se estima a partir de las ecuaciones de navegación.

- *Pérdida de precisión (DOP):*

  Sea A la matriz asociada al sistema de ecuaciones $Y = AX$ definido anteriormente (con tantas filas como satélites se estén observando en un instante dado).

  Entonces, dada la matriz:

$$Q_{xyzt} = (A^t A)^{-1} = \begin{pmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} & q_{xt} \\ q_{xy} & q_{yy} & q_{yz} & q_{yt} \\ q_{xz} & q_{yz} & q_{zz} & q_{zt} \\ q_{xt} & q_{yt} & q_{zt} & q_{tt} \end{pmatrix}$$

  - *Geometric Dilution of Precision:* GDOP=$\sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}}$
  - *Position Dilution of Precision:* PDOP=$\sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}}$
  - *Time Dilution of Precision:* TDOP=$\sqrt{q_{tt}}$

  Si la matriz de rotación $R = [\vec{e}, \vec{n}, \vec{u}]^T$ tiene por columnas las direcciones $\{\vec{e}, \vec{n}, \vec{u}\}$ de los ejes del sistema local de coordenadas (este,norte,vertical), y se toma $Q_{enu} = R\, Q_{xyz}\, R^T$, donde Q_{xyz} es la submatriz de Q que contiene únicamente las componentes geométricas, entonces:

  - *Horizontal Dilution of Precision:* HDOP=$\sqrt{q_{ee} + q_{nn}}$
  - *Vertical Dilution of Precision:* VDOP=$\sqrt{q_{uu}}$

  Básicamente, el DOP representa un factor de proporción aproximado entre la precisión en el prosicionamiento y la precisión de las medidas (σ_0) en las ecuaciones de navegación:

$GDOP\,\sigma_0$	...	precisión geométrica en posición y tiempo
$PDOP\,\sigma_0$	...	precisión en posición
$TDOP\,\sigma_0$	...	precisión en tiempo
$HDOP\,\sigma_0$	...	precisión en el posicionamiento horizontal
$VDOP\,\sigma_0$	...	precisión en el posicionamiento vertical

  Notar que la precisión de las soluciones de navegación dependen de dos factores: 1) la precisión de la medida (σ_0) y 2) la geometría de los satélites visibles (DOP).

Anexo 6.1

Método de Bancroft para el cálculo directo de la posición del receptor y offset del satélite

El método de Bancroft permite obtener una solución directa de la posición del receptor y el offset de su reloj, sin requerir el conocimiento de ningún "a priori" para el receptor. Así, este método puede proporcionar un valor inicial (x_0, y_0, z_0) para las ecuaciones de navegación vistas anteriormente.

Planteamiento y resolución:

Desarrollando la ecuación $P^j = \sqrt{(x-x^j)^2+(y-y^j)^2+(z-z^j)^2} + cdt$, se obtiene:

$$\left[x^{j\,2}+y^{j\,2}+z^{j\,2}-P^{j\,2}\right]-2\left[x^j x+y^j y+z^j z-P^j\,cdt\right]+\left[x^2+y^2+z^2-(cdt)^2\right]=0$$

lo cual, llamando $\mathbf{r}=[x,y,z]^t$ y considerando el producto interno de Lorentz[66] puede expresarse de forma más compacta como:

$$\frac{1}{2}\left\langle\begin{bmatrix}\mathbf{r}^j\\P^j\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\mathbf{r}^j\\P^j\end{bmatrix}\right\rangle-\left\langle\begin{bmatrix}\mathbf{r}^j\\P^j\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\mathbf{r}\\cdt\end{bmatrix}\right\rangle+\frac{1}{2}\left\langle\begin{bmatrix}\mathbf{r}\\cdt\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\mathbf{r}\\cdt\end{bmatrix}\right\rangle=0$$

La ecuación anterior puede plantearse para cada satélite (o medida P^j).

Supongamos que se dispone de cuatro medidas P^j, y consideremos la siguiente matriz, que contiene la información disponible de las coordenadas de los satélites y pseudodistancias (cada fila corresponde a un satélite):

$$B=\begin{pmatrix}x^1&y^1&z^1&P^1\\x^2&y^2&z^2&P^2\\x^3&y^3&z^3&P^3\\x^4&y^4&z^4&P^4\end{pmatrix}$$

Entonces, llamando:

$$\Lambda=\frac{1}{2}\left\langle\begin{bmatrix}\mathbf{r}\\cdt\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\mathbf{r}\\cdt\end{bmatrix}\right\rangle,\ \mathbf{1}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix},\ \mathbf{a}=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\end{bmatrix}\ \text{siendo}\ \ a_j=\frac{1}{2}\left\langle\begin{bmatrix}\mathbf{r}^j\\P^j\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\mathbf{r}^j\\P^j\end{bmatrix}\right\rangle$$

---

[66] $\langle\mathbf{a},\mathbf{b}\rangle=\mathbf{a}^t\,\mathbf{M}\,\mathbf{b}=\begin{bmatrix}a_1,a_2,a_3,a_4\end{bmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\b_3\\b_4\end{bmatrix}$

las cuatro ecuaciones para las pseudodistancias pueden expresarse como:

$$\mathbf{a} - B\,M \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ cdt \end{bmatrix} + \Lambda\,\mathbf{1} = 0 \ , \quad \text{siendo} \qquad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

de donde:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ cdt \end{bmatrix} = MB^{-1}(\Lambda\,\mathbf{1} + \mathbf{a})$$

Entonces, teniendo en cuenta que se cumple la igualdad $\langle M\mathbf{g}, M\mathbf{h}\rangle = \langle \mathbf{g}, \mathbf{h}\rangle$, y que $\Lambda = \frac{1}{2}\left\langle \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ cdt \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ cdt \end{bmatrix} \right\rangle$, de la expresión anterior se obtiene:

$$\left\langle B^{-1}\mathbf{1}, B^{-1}\mathbf{1} \right\rangle \Lambda^2 + 2\left[\left\langle B^{-1}\mathbf{1}, B^{-1}\mathbf{a} \right\rangle - 1\right]\Lambda + \left\langle B^{-1}\mathbf{a}, B^{-1}\mathbf{a} \right\rangle = 0$$

La expresión anterior es una ecuación cuadrática en Λ (notar que tanto la matriz B como el vector $\mathbf{a}$ son conocidos) y proporciona dos soluciones, una de las cuales es la solución buscada $\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ cdt \end{bmatrix}$.

Generalización al caso de n-observaciones:

Si se tienen más de cuatro observaciones la matriz B no es cuadrada. Sin embargo, multiplicando por B^t, se obtiene (solución de mínimos cuadrados):

$$B^t\mathbf{a} - B^tB\,M \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ cdt \end{bmatrix} + \Lambda\,B^t\mathbf{1} = 0$$

de donde:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ cdt \end{bmatrix} = M(B^tB)^{-1}B^t(\Lambda\,\mathbf{1} + \mathbf{a})$$

y de ahí:

$$\left\langle (B^tB)^{-1}B^t\mathbf{1}, (B^tB)^{-1}B^t\mathbf{1} \right\rangle \Lambda^2 + 2\left[\left\langle (B^tB)^{-1}B^t\mathbf{1}, (B^tB)^{-1}B^t\mathbf{a} \right\rangle - 1\right]\Lambda + \left\langle (B^tB)^{-1}B^t\mathbf{a}, (B^tB)^{-1}B^t\mathbf{a} \right\rangle = 0$$

Anexo 6.2

Cálculo de las derivadas parciales de la matriz de diseño

Tal como se ha visto al principio de este capítulo (página 106), la pseudodistancia P receptor-satélite, puede expresarse como:

$$P = \rho + c(dt_{sta} - dt^{sat}) + rel + T + \alpha_1 I + TGD^{sat} + M_{P_1} + \varepsilon_{P_1}$$

donde ρ es la distancia geométrica entre las coordenadas del satélite en el instante de emisión $\vec{r}^{sat}$ y las del receptor (o estación) en el de recepción $\vec{r}_{sta}$, ambos instantes $t^{emission}$ y $t_{reception}$ expresados en la escala de tiempo GPS, deteminada por los relojes del segmento de control.

Puesto que las coordenadas del receptor, así como la época de emisión de la señal $t_{reception}$ son desconocidas[67], la distancia ρ se proxima mediante un desarrollo de Taylor de primer orden:

$$\rho = \left[\frac{\partial \rho}{\partial x}\right]_{\rho_0} \Delta x + \left[\frac{\partial \rho}{\partial y}\right]_{\rho_0} \Delta y + \left[\frac{\partial \rho}{\partial x}\right]_{\rho_0} \Delta z + \left[\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]_{\rho_0} \Delta t$$

donde $\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$, $\Delta z = z - z_0$ son las correcciones a aplicar al valor nominal $\vec{\rho}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ para obtener la posición precisa del receptor $\vec{r}_{sta}$ y Δt es una corrección de reloj.

El cálculo de las derivadas parciales anteriores depende de la forma en que se determine ρ_0. En el capítulo anterior, se han desarrollado dos algoritmos para el cálculo de la época de emisión de la señal y, por tanto, de las coordenadas de los satélites en el instante de emisión y de la distancia ρ.

A continuación se determinarán las expresiones de dichas derivadas parciales para cada uno de los emncionados algoritmos:

1. Cálculo de la derivada: $\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Como ya se indicó en el capítulo anterior, paáginas 85, 86, los mencionados algoritmos relacionan la época de emisión $t^{emission}$ bien con el reloj del satélite $\iota^{emission}$ o bien con el del receptor $\tau^{emission}$. Es decir:

Algoritmo del pseudorango:

$$t^{emission} = \tau_{reception} - P/c - d\iota = \iota^{emission} - d\iota$$

Algoritmo geométrico:

$$t^{emission} = f(\tau_{reception} - d\tau) \simeq \tau^{emission} - d\tau$$

[67] Se conoce la época de recepción, pero según el reloj del receptor $\tau_{reception}$. Por otra parte, la determinación de las coordenadas $\vec{r}_{sta}$ es el objeto del posicionamiento.

donde $f(\tau_{reception})$ significa la época de emisión calculada a partir del algoritmo geométrico, que es una función de la época de recepción τ (según el reloj del receptor) y puede aproximarse por la época de emisión en el reloj del receptor $\tau^{emission}$ más el offset $d\tau$.

1 A. Caso del algoritmo basado en el pseudorango

Si se considera únicamente la variación de ρ con el tiempo, en el caso del algoritmo basado en el pseudorango P, se tiene:

$$\rho(t) \simeq \rho(\iota) + \frac{\partial \rho}{\partial t}(t - \iota) = \rho(\iota) - \dot{\rho}(\iota) d\iota$$

donde $d\iota = \iota - t$.

Así, en la aproximación lineal anterior, el error cometido al calcular la distancia geométrica ρ utilizando la época de emisión medida según el reloj del satélite ι, en vez de en la escala de tiempo GPS t, resulta ser proporcional al ritmo de variación de la distancia receptor-satélite[68] y al error de sincronismo entre ambas escalas de tiempo $d\iota$.

En la práctica el offset $d\iota$ puede calcularse a partir del mensaje de navegación con una precisión del orden de 10 a 100 nanosegundos, según sea SA/=on o A/S=off, con lo cual, teniendo en cuenta que $\dot{\rho} < 1Km/s$, el error cometido en el cálculo de ρ es inferior al milímetro, y puede despreciarse esta fuente de error.

1 B. Caso del algoritmo puramente geométrico

Al igual que en el caso anterior, linealizando ρ alrededor de τ, y considerando únicamente la variación con el tiempo, resulta[69]:

$$\rho(t) \simeq \rho(\tau) + \frac{\partial \rho}{\partial t}(t - \tau) = \rho(\tau) - \dot{\rho}(\tau) d\tau$$

donde $d\tau = \tau - t$.

En este caso, el offset del reloj del receptor es una cantidad desconocida, que se estimará conjuntamente con las coordenadas del receptor en la solución de navegación[70].

[68] En rigor debe considerarse $\dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial t^{emission}}$, pues el observable P proporciona directamente la época emisión $\iota^{emission}$, muy precisa (a nivel del ruido de P, unos pocos nanosegundos), aunque según el reloj del receptor. El error en el cálculo de ρ, entonces se deberá al error en la determinación de $t^{emission} = \iota^{emission} - d\iota$ debido al error de sincronismo entre el reloj del satélite y la escala de tiempo GPS.

[69] En este caso, a diferencia del anterior, la medida directa de que se dispone es la época de recepción $\tau_{reception}$ (según el reloj del receptor) calculándose la época de emisión $t^{emission}$ en función de la misma $t^{emission} = f(t_{reception}) = f(\tau_{reception} - d\tau)$. Por tanto, deberá considerarse: $\dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial t_{reception}}$ (ver el cálculo de esta derivada en la página 118).

[70] También podría extrapolarse a partir de las estimaciones de las épocas anteriores, aunque no es necesario.

Si bien algunos receptores modernos actualizan su reloj, época a época, de manera que el offset $d\tau$ se mantenga dentro de unas pocas decenas de nanosegundos, muchos receptores no efectúan esta actualización hasta que dicho offset alcanza 1 milisegundo. En este caso, teniendo encuenta que $\dot{\rho} < 1Km/s$, el error introducido en el cálculo de ρ puede llegar a ser de varios decímetros.

Si, como es habitual, el offset $d\tau$ ha de determinarse con la solución de navegación, entonces deberá tenerse en cuenta la corrección $-\dot{\rho}(\tau)d\tau$ en el coeficiente del reloj del receptor a la hora de contruir las ecuaciones de navegación (i.e., la matriz de diseño o Jacobiana, ver página 106). Debiéndose de substituir el coeficiente 1 de $cd\tau$ por $1 - \frac{\dot{\rho}}{c}$. En efecto:

$$\begin{aligned} P = c(\tau_{reception} - \iota^{emission}) = & \quad c(t_{reception} - t^{emission}) + c(d\tau - d\iota) = \\ = & \quad \rho(t) + c(d\tau - d\iota) \simeq \\ \simeq & \quad \rho(\tau) - \dot{\rho}(\tau)d\tau + c(d\tau - d\iota) = \\ = & \quad \rho(\tau) + \left[1 - \tfrac{\dot{\rho}(\tau)}{c}\right] cd\tau - cd\iota \end{aligned}$$

2. Cálculo de las derivadas: $[\frac{\partial\rho}{\partial x}, \frac{\partial\rho}{\partial y}, \frac{\partial\rho}{\partial z}]$

Al igual que en el cálculo de la parcial $\frac{\partial\rho}{\partial t}$, deberá distinguirse entre el caso en que la época de emisión se calcula utilizando el algoritmo del pseudorango y el caso en que se utiliza el púramente geométrico, pues las relaciones de dependencia implícita entre las variables involucradas es distinta en cada caso:

2 A. Caso del algoritmo basado en el pseudorango En este caso, la elección del valor nominal para la posición del receptor no afecta de ningún modo al cálculo de la época de emisión de la señal, ni a las coordenadas de los satélites en dicho instante. Es decir, las coordenadas $\vec{r}_{sta} = (x, y, z)$ de receptor y del satélite $\vec{r}^{sat} = (x^{sat}, y^{sat}, z^{sat})$ son "variables independientes".

En consecuencia, tal como ya se obtuvo en la página 106 al construir las ecuaciones de navegación, se tiene:

$$\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{x - x^{sat}}{\rho} \quad , \quad \frac{\partial\rho}{\partial y} = \frac{y - y^{sat}}{\rho} \quad , \quad \frac{\partial\rho}{\partial z} = \frac{z - z^{sat}}{\rho},$$

o lo que es lo mismo:

$$\left[\frac{\partial\rho}{\partial x}, \frac{\partial\rho}{\partial y}, \frac{\partial\rho}{\partial z}\right] = \frac{\vec{\rho}}{\rho}$$

2 B. Caso del algoritmo puramente geométrico En desarrollo que se presenta a continuación deben tenerse presente los si- guientes puntos:

- **Efecto del error de sincronismo del reloj del receptor** con la escala de tiempo GPS (dt_{rec}):
  Dada una época de recepción, el algoritmo geométrico calcula la época de emisión (mediante un procediemiento iterativo) teniendo encuenta únicamente la geometría receptor-satélite. Más concretamente, calcula el tiempo de propagación de la señal, suponiendo que ésta se ha recibido en una determinada época.

  Entonces, si la época de recepción está expresada en la escala de tiempo GPS, la época de emisión obtenida también lo estará. Si por el contrario viene dada por las marcas de tiempo del receptor, el error de sincronismo entre el reloj del receptor y el tiempo GPS introducirá un error en las coordenadas de los satélites (pues no se calcularán "exactamente en la época de emisión GPS") y, en consecuencia, sobre la el rango geométrico ρ.

- **Efecto de los errores en el valor nominal de las coordenadas** del receptor $r_0 = (x_0, y_0, z_0)$:
  Para el calculo de la distancia geométrica receptor-satélite, el algoritmo utiliza un valor nominal de las coordenadas del receptor $r_0 = (x_0, y_0, z_0)$. En consecuencia, cualquier error en estas coordenadas afectará al resultado obtenido y, por tanto, al rango geométrico ρ.

Teniendo encuenta las consideraciones anteriores, el cálculo de las derivadas parciales, se reduce a la aplicación reiterada de la regla de la cadena:

Dada la distancia geométrica

$$\rho = c\left(t_{reception} - t^{emission}\right) = \sqrt{\vec{\rho}^t \cdot \vec{\rho}} = \left\|\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right\|$$

resulta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\,\vec{\rho}^t \cdot \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial x}$$

Por otra parte,

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial x} = \frac{\partial\left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)}{\partial x} = \frac{\partial \vec{r}_{sta}}{\partial x} - \frac{\partial \vec{r}^{sat}}{\partial \vec{r}_{sta}} \cdot \frac{\partial \vec{r}_{sta}}{\partial x}$$

Teniendo en cuenta que las coordenadas del satélite en la época de emisión $\vec{r}^{sat}$ dependen de la época de emisión $t^{emission}$ obtenida mediante el algoritmo

geométrico y, ésta a su vez depende de las coordenadas del receptor $\vec{r_{sta}}$ utilizadas para calcular la distancia geométrica receptor-satélite, resulta:

$$\frac{\partial \vec{r}^{sat}}{\partial \vec{r}_{sta}} = \frac{\partial \vec{r}^{sat}}{\partial t^{emission}} \cdot \frac{\partial t^{emission}}{\partial \vec{r}_{sta}} = \dot{\vec{r}}^{sat} \cdot \frac{\partial t^{emission}}{\partial \vec{r}_{sta}}$$

La derivada $\frac{\partial t^{emission}}{\partial \vec{r}_{sta}}$ se puede obtener diferenciando implícitamente la ecuación

$$\rho^2 = c^2 \left(t_{reception} - t^{emission}\right)^2 = \left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t \cdot \left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)$$

de donde:

$$c^2 \left(t_{reception} - t^{emission}\right) \left(-\frac{\partial t^{emission}}{\partial \vec{r}_{sta}}\right) = \left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t \cdot \left(\frac{\partial \vec{r}^{sta}}{\partial \vec{r}_{sta}} - \frac{\partial \vec{r}^{sat}}{\partial \vec{r}_{sta}}\right)$$

Entonces, teniendo en cuenta en la expresión anterior que $\frac{\partial \vec{r}^{sat}}{\partial \vec{r}_{sta}} = \dot{\vec{r}}^{sat} \cdot \frac{\partial t^{emission}}{\partial \vec{r}_{sta}}$ y $\frac{\partial \vec{r}^{sta}}{\partial \vec{r}_{sta}} = I_3$, se obtiene:

$$\frac{\partial t^{emission}}{\partial \vec{r}_{sta}} = \frac{-\left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t}{-c^2 \left(t_{reception} - t^{emission}\right) + \left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t \cdot \dot{\vec{r}}^{sat}} = \frac{-\left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t}{c\rho \left(1 - \frac{(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})^t}{\rho} \cdot \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}\right)}$$

Finalmente, substituyendo en la ecuación de $\frac{\partial \rho}{\partial x}$, se obtiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \vec{\rho}^t \cdot \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t \cdot \left[I_3 + \frac{\dot{\vec{r}}^{sat} \cdot \left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t}{c\rho \left(1 - \frac{(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})^t}{\rho} \cdot \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}\right)}\right] \frac{\partial \vec{r}_{sta}}{\partial x}$$

donde $\frac{\partial \vec{r}_{sta}}{\partial x} = (1, 0, 0)^t$.

En general, teniendo en cuenta que $\vec{\rho} = \vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}$, se tendrá:

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial \rho}{\partial z}\right] = \frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \left[I_3 + \frac{\frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c} \cdot \frac{\vec{\rho}^t}{\rho}}{1 - \frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}}\right]$$

Complemento: Cálculo de la derivada del rango $\dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial t_{reception}}$

Calculando la derivada parcial $\frac{\partial}{\partial t_{reception}}$ de la ecuación $\rho = c\,(t_{reception} - t^{emission})$, resulta:

$$\dot{\rho} = c\left(1 - \frac{\partial t^{emission}}{\partial t_{reception}}\right)$$

Igualmente, de la ecuación $\rho^2 = c^2\,(t_{reception} - t^{emission})^2 = (\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})^t \cdot (\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})$, se obtiene:

$$2c\left(t_{reception} - t^{emission}\right)\left(1 - \frac{\partial t^{emission}}{\partial t_{reception}}\right) = 2\left(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat}\right)^t \cdot \left(\dot{\vec{r}}_{sta} - \dot{\vec{r}}^{sat}\frac{\partial t^{emission}}{\partial t_{reception}}\right)$$

de donde, despejando $\frac{\partial t^{emission}}{\partial t_{reception}}$, resulta:

$$\frac{\partial t^{emission}}{\partial t_{reception}} = \frac{c\rho - (\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})^t \cdot \dot{\vec{r}}_{sta}}{c\rho - (\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})^t \cdot \dot{\vec{r}}^{sat}}$$

y, por tanto:

$$\dot{\rho} = c\left(1 - \frac{\partial t^{emission}}{\partial t_{reception}}\right) = \frac{(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})^t \cdot \left(\dot{\vec{r}}_{sta} - \dot{\vec{r}}^{sat}\right)}{c\rho\left(1 - \frac{(\vec{r}_{sta} - \vec{r}^{sat})^t}{\rho} \cdot \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}\right)}$$

O, lo que es lo mismo:

$$\dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial t_{reception}} = \frac{\frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \left(\frac{\dot{\vec{r}}_{sta}}{c} - \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}\right)}{1 - \frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}}$$

3. Matriz de diseño

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, la matriz asociada al sistema de ecuaciones de navegación $Y = \mathbf{A} \cdot x$, o matriz de diseño $\mathbf{A}$ (ver página 106), vendrá dada por:

3 A. Caso del algoritmo basado en el pseudorango

$$A = \begin{pmatrix} \frac{x_0 - x^1}{\rho_0^1} & \frac{y_0 - y^1}{\rho_0^1} & \frac{z_0 - z^1}{\rho_0^1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_0 - x^n}{\rho_0^n} & \frac{y_0 - y^n}{\rho_0^n} & \frac{z_0 - z^n}{\rho_0^n} & 1 \end{pmatrix}$$

3 B. Caso del algoritmo puramente geométrico

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial x}\big|_{\rho_0^1} & \frac{\partial \rho}{\partial y}\big|_{\rho_0^1} & \frac{\partial \rho}{\partial z}\big|_{\rho_0^1} & 1 - \frac{\dot{\rho}_0^1}{c} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \rho}{\partial x}\big|_{\rho_0^n} & \frac{\partial \rho}{\partial y}\big|_{\rho_0^n} & \frac{\partial \rho}{\partial z}\big|_{\rho_0^n} & 1 - \frac{\dot{\rho}_0^n}{c} \end{pmatrix}$$

Siendo:

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial \rho}{\partial z}\right] = \frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \left[I_3 + \frac{\frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c} \cdot \frac{\vec{\rho}^t}{\rho}}{1 - \frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}} \right] \quad ; \quad \dot{\rho} = \frac{\frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \left(\frac{\dot{\vec{r}}_{sta}}{c} - \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c} \right)}{1 - \frac{\vec{\rho}^t}{\rho} \cdot \frac{\dot{\vec{r}}^{sat}}{c}}$$

Para más detalles, consultar el documento Observation Model and Parameter Partials fro the JPL Geodetic GPS MOdelling Software "GPSOMC". O.J. Sovers and J.S. Border. JPL/NASA, June 15, 1990.

Práctica 6a
Resolución de las ecuaciones de navegación: Posicionamiento y efecto de la S/A

Objetivos

Resolver las ecuaciones de navegación. Posicionar con órbitas y relojes broadcast y precisos. Estudiar el efecto de la S/A sobre el posicionamiento. Estudiar la implementación del filtro de Kalman para posicionamiento estático y cinemático (white-noise, random walk).

Ficheros a utilizar
`13oct98.a, 13oct98.eph, 13oct98.sp3, 13oct98.a.klb`
`30may00.a, 30may00.eph, sta.pos`

Programas a utilizar
`GCAT`

Desarrollo

La carpeta **Filter** de la aplicación **GCAT** contiene las siguientes opciones:

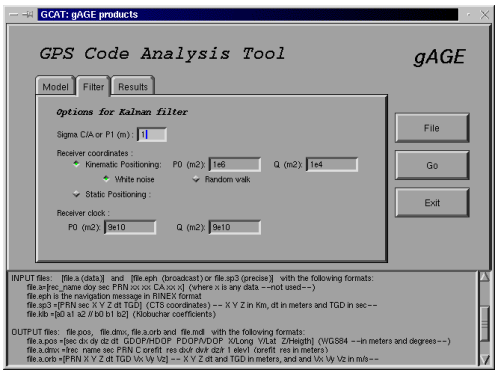


Fig. 25. Carpeta Filter de la aplicación GCAT

- **Receiver coordinates**: permite definir el tipo de posicionamiento a realizar, así como sus parámetros asociados:
  - `Static Positioning`: las coordenadas se consideran constantes en el filtro (ésta es la opción por defecto). La covarianza inicial $\sigma^2_{x_0} = \sigma^2_{y_0} = \sigma^2_{z_0} = P0\ (m^2)$ es configurable.
  - `Kinematic positioning`: hay dos opciones disponibles:
    - `White noise`: la corrección respecto al nominal para las coordenadas se considera como un ruido blanco de media cero y varianza $\sigma^2 = Q$, es decir, no se asume ninguna dinámica en el filtro. La covarianza inicial $\sigma^2_{x_0} = \sigma^2_{y_0} = \sigma^2_{z_0} = P0\ (m^2)$ y el ruido de proceso $Q\ (m^2)$ son parámetros configurables.
    - `Random walk`: la corrección respecto al nominal para las coordenadas se considera como un camino aleatorio (cuya incertidumbre crece con el tiempo $\sigma^2 = Q'\delta t$). La covarianza inicial $\sigma^2_{x_0} = \sigma^2_{y_0} = \sigma^2_{z_0} = P0\ (m^2)$ y $Q'\ (m^2/sec)$ son parámetros configurables.
- **Receiver Clock**: el offset del reloj del receptor es considerado como un ruido blanco de media cero y varianza $\sigma^2 = Q$. La covarianza inicial $\sigma^2_{dt_0} = P0\ (m^2)$ y el ruido de proceso $Q\ (m^2)$ son parámetros configurables.

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.
2. [**Posicionamiento con órbitas broadcast y S/A=on**] Mediante la aplicación **GCAT**, calcular las coordenadas (x,y,z) WGS'84 del receptor, procesando los ficheros `13oct98.a` y `13oct98.eph` en modo estático[71]. Para ello, se deberán seguir los siguientes pasos:
   - Ejecutar **GCAT &**.
     Se presentará el panel que se muestra a continuación (figura 26 izquierda):

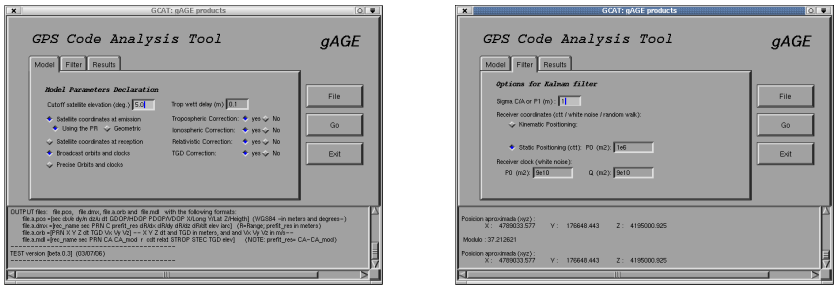


Fig. 26. Panel principal y carpeta Filter de la aplicaión GCAT

[71] los datos se registraron manteniendo el receptor inmóvil. En la época en que se capturaron estos datos la S/A estaba activada.

- Pulsar **File** y seleccionar el fichero `13oct98.a` (por defecto se selecciona también el fichero `13oct98.eph` para las órbitas broadcast)
- Mantener todas las opciones establecidas por defecto en las carpetas **Model**, **Filter** y **Results** (todos los botones activados deben tener color azul –ver figura 26–).
- Ejecutar **Go** (tarda unos segundos en procesar el fichero)

Una vez finalizado el proceso, se habrá generado el fichero `13oct98.a.pos` que contiene los siguientes campos:

`sec` dx/e dy/n dz/u dT `GDOP/HDOP PDOP/VDOP` x/λ, y/ϕ, z/h

donde:
- (dx, dy, dz) o (de, dn, du) son las desviaciones estimadas por el filtro respecto al valor nominal (x_0, y_0, z_0) estabecido en el fichero `sta.pos`. Todos ellos están expresadas en metros en el sistema WGS'84.
- dT es la estimación del offset del reloj del receptor (en metros).
- `GDOP` y `PDOP` se proporcionan con la opción CTS en la carpeta **Results**, y `HDOP` y `VDOP` con la opción DATUM.
- x/λ, y/ϕ, z/h son las cordenadas cartesianas CTS [WGS84 (x, y, z) (en metros)], o bien las elipsoidales DATUM [longitud (grad), latitud (grad), altura sobre el elipsoide (metros)] (ver carpeta **Results**).

3. [**Posicionamiento estático**] Representar gráficamente las desviaciones (dx, dy, dz) respecto al valor nominal[72] (x_0, y_0, z_0).
   (a) Representar gráficamente los valores (dx, dy, dz) e interpretar los resultados obtenidos.
   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[-200:200]
plot "13oct98.a.pos" u 1:2 w d,"13oct98.a.pos" u 1:3 w d,
     "13oct98.a.pos" u 1:4 w d
exit
```

   (b) Representar los valores estimados para el offset del reloj del receptor dt.

[72] El valor nominal (x_0, y_0, z_0) adoptado (ver `sta.pos`) corresponde al valor verdadero de las coordenadas (x, y, z) del receptor, con lo cual (dx, dy, dz) son en realidad el error en la determinación de las coordenadas del receptor (que estaba fijo).

Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set auto
plot "13oct98.a.pos" u 1:5
exit
```

¿A qué se debe la forma de diente de sierra que presenta la gráfica?

(c) ¿Con qué valor se inicializan (dx,dy,dz, dt)? ¿Con qué precisión ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) se han supuesto conocidas las coordenadas? ¿Y el offset del reloj?

(d) ¿Qué valor se ha tomado para el ruido de proceso `Q` del reloj? Repetir el procesado tomando `Q=0.0001` para el reloj. ¿Por qué se degrada tanto la solución? ¿Qué carácter estocástico se confiere al reloj tomando `Q`$\simeq$ `0`?

4. [**Posicionamiento Cinemático: white-noise**] Activar las opciones `Kinematic Positioning` y `white noise` en la carpeta `Filter` y repetir el procesado (tomar los valores por defecto para la covarianza inicial `P0` y ruido de proceso `Q` de las coordenadas y el reloj).

(a) Representar gráficamente las desviaciones respecto del valor nominal (dx,dy,dz). ¿Cuál es el rango del error de posicionamiento? Teniendo en cuenta que el fichero se capturó en condiciones de S/A=on, es consitente con el error que cabría esperar?
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[-200:200]
plot "13oct98.a.pos" u 1:2 w d,"13oct98.a.pos" u 1:3 w d,
     "13oct98.a.pos" u 1:4 w d
exit
```

(b) Representar gráficamente los valores estimados para el offset del reloj del receptor dt.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set auto
plot "13oct98.a.pos" u 1:5
exit
```

¿Se obtiene alguna diferencia respecto de las estimaciones obtenidas en el caso de posicionamiento estático? (*)¿Debe haberla?

(c) `[Sincronización de relojes]` Utilizando las estimaciones obtenidas para corregir la deriva del reloj dt, ¿con qué exactitud se puede determinar el tiempo GPS?

5. [**Posicionamiento Cinemático: random-walk**] Activar las opciones `Kinematic Positioning` y `random walk` en la carpeta `Filter` y repetir el procesado (tomar los valores por defecto para la covarianza inicial `P0` y ruido de proceso `Q` de las coordenadas y el reloj).

(a) Representar las desviaciones respecto del valor nominal (dx, dy,dz) en función del tiempo e interpretar las gráficas obtenidas.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[-200:200]
plot "13oct98.a.pos" u 1:2 w d,"13oct98.a.pos" u 1:3 w d,
     "13oct98.a.pos" u 1:4 w d
exit
```

(b) Representar gráficamente los valores estimados para el offset del reloj del receptor dt.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set auto
plot "13oct98.a.pos" u 1:5
exit
```

¿Se obtiene alguna diferencia respecto de las estimaciones obtenidas en el caso de posicionamiento estático? (*)¿Debe haberla?

(c) Repetir el procesado tomando $Q' = 0$. Ídem para $Q' = 9999$. Comparar los resultados con los obtenidos en posicionamiento estático y cinemático (`white-noise`). (*)Justificar teóricamente por qué el caso $Q' = 0$ se corresponde con el posicionamiento estático y el caso $Q' = 9999$ con el cinemático `white-noise`.

6. [**Procesado con órbitas y relojes precisos (S/A=on)**] Repetir el procesado del fichero `13oct98.a`, pero utilizando las órbitas y relojes precisos del fichero `13oct98.sp3` *(procesar en modo cinemético, con la opción white noise)*.
   Para ello, seleccionar en la carpeta `Model`:
   - `Precise orbits and clocks`: `Orbit interpolation polinomyal degree: 10`
   - `Satellite clock interpol.`: `No`

   (a) Comparar las estimaciones (dx, dy, dz, dt) con las obtenidas utilizando órbitas broadcast.

   (b) (*)Dar un valor aproximado del error de rango debido a las órbitas y relojes broadcast. Ídem. para órbitas y relojes precisos (ver prácticas 5a y 5b).

   (c) Repetir el procesado interpolando los relojes de los satélites mediante un polinomio de grado 1.
   Para ello, seleccionar en la carpeta `Model`:
   - `Satellite clock interpol.`: `yes`

     `Clock interpolation Polinomial degree` 1

   ¿Por qué se degradan tanto los resultados?

7. [**Posicionamiento con órbitas Broadcast (S/A=off)**] Calcular las coordenadas (x, y, z) WGS84 del receptor procesando el fichero `30may00.a` en modo cinemático (con opción white-noise). Utilizando las opciones por defecto de la carpeta `Model` (todos los botones deben estar de color azul), así como las órbitas broadcast `30may00.eph`.
   Nota: el fichero `30may00.a` se ha capturado manteniendo la posición del receptor fija.

   (a) Representar gráficamente los valores[73] de (dx,dy,dz) en función del tiempo.
   Ejecutar:

[73] El valor nominal para las coordenadas corresponde a la posición verdadera (ver `sta.pos`), por tanto las desviaciones respecto de este nominal dan directamente el error en el posicionamiento.

```
gnuplot
set grid
set yrange[-200:200]
plot "30may00.a.pos" u 1:2 w d,"30may00.a.pos" u 1:3 w d,
     "30may00.a.pos" u 1:4 w d
set yrange[-40:40]
replot
exit
```

(b) ¿De qué orden es el error? ¿Estaba activada la S/A?

8. [**DOP**] El procesado del ejercicio anterior se ha realizado con la opción CTS de la carpeta **Results** activada. Por tanto, el fichero `30may00.a.pos` contiene los valores del `GDOP` y `PDOP` en los campos 6 y 7, respectivamente (ver página 123).

   (a) Representar gráficamente los valores de `GDOP` y `PDOP` obtenidos, en función del tiempo.
   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[0:4]
plot "30may00.a.pos" u 1:6,"30may00.a.pos" u 1:7
exit
```

   (b) Activar la opción DATUM de la carpeta **Results** y repetir el procesado para calcular los `HDOP` y `VDOP`. Representar gráficamente los valores obtenidos en función del tiempo.
   Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set yrange[0:4]
plot "30may00.a.pos" u 1:6,"30may00.a.pos" u 1:7
exit
```

   (*) Razonar de forma intuitiva por qué el `VDOP` siempre es mayor que el `HDOP`.

Ejercicios complementarios

9. (*)En las tablas que se presentan a continuación, se resumen las diferentes componentes de error (1-sigma)[74] para los casos: 1) Standard Positioning Service (SPS) con S/A=off, 2) Standard Positioning Service (SPS) con S/A=on y 3) Precise Positioning Service (PPS). Cada componente de error se describe mediante un *bias* (persistencia de minutos) y un *random* que corresponde a un ruido blanco.

SPS error model with SA=off	One-sigma error, m		
Error Source	Bias	Rand.	Total
Ephemeris data	2.1	0.0	2.1
Satellite clock	2.0	0.7	2.1
Ionosphere	4.0	0.5	4.0
Troposphere	0.5	0.5	0.7
Multipath	1.0	1.0	1.4
Receiver Measurement	0.5	0.2	0.5

SPS error model with SA=on	One-sigma error, m		
Error Source	Bias	Rand.	Total
Ephemeris data	2.1	0.0	2.1
Satellite clock	20.0	0.7	20.0
Ionosphere	4.0	0.5	4.0
Troposphere	0.5	0.5	0.7
Multipath	1.0	1.0	1.4
Receiver Measurement	0.5	0.2	0.5

PPS error model, P/Y code dual frequency	One-sigma error, m		
Error Source	Bias	Rand.	Total
Ephemeris data	2.1	0.0	2.1
Satellite clock	2.0	0.7	2.1
Ionosphere	1.0	0.7	1.2
Troposphere	0.5	0.5	0.7
Multipath	1.0	1.0	1.4
Receiver Measurement	0.5	0.2	0.5

   (a) Suponiendo que las diferentes componentes de error son incorreladas, calcular el UERE (User Equivalent Range Error)[75]

[74]Fuente: BW Parkinson Vol. I, pag 481-483.

[75]UERE (*rms*): error estadístico en (1-sigma) que representa la contibución total de las diferentes fuentes de error sobre la pseudodistancia.

(b) Si para reducir el ruido en el UERE de cada satélite, el receptor realiza un promedio cada 16 muestras, calcular el nuevo UERE.

(c) Suponiendo incorreladas[76] las observaciones de los diferentes satélites, y adoptando los valores HDOP=2.0 y VDOP=2.5, dar una estimación de los errores en el posicionamiento horizontal y vertical.

[76] Naturalmente esta hipótesis se incumple sistemáticamente pues, por ejemplo, un error en el valor del retardo ionosférico vertical se transmite proporcionalmente (a través del factor de oblicuidad) a las medidas de pseudodistancia de los diferentes satélites observados. Debido a ello una parte de este error puede ser absorbida por el error del reloj del receptor, que es común para todos los satélites y se estima conjuntamente con las coordenadas.

Respuestas

Práctica 6a
Resolución de las ecuaciones de navegación:
posicionamiento y efecto de la S/A

3.a

3.b

3.c

3.d

4.a

4.c

6.a

6.c

7.b

Práctica 6b

Resolución de las ecuaciones de navegación: Análisis de las componentes del modelo y su impacto sobre el posicionamiento

Objetivos

Resolver las ecuaciones de navegación. Analizar el efecto sobre el posicionamiento de las diferentes componenets del modelado del pesudorango: efectos relativistas, propagación de la señal, relojes, número de satélites, etc. Estudiar el efecto de la correlación entre parámetros a estimar.

Ficheros a utilizar
`13oct98.a, 13oct98.eph, 13oct98.sp3, 13oct98.a.klb`
`30may00.a, 30may00.eph, sta.pos, kalman.nml_e6b`

Programas a utilizar
`GCAT`, `kalman0`

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.

2. **Análisis de las componentes del modelo**] En este ejercicio se estudiará el efecto de las diferentes componentes del modelado de la pseudodistancia sobre el posicionamiento con código[77].
   Utilizando las opciones por defecto de la carpeta `Model` (todos los botones deben estar de color azul), y activando la opción `DATUM` en la carpeta `Results`, procesar cinemáticamente (con la opción white-noise en la carpeta `Filter`) el fichero `30may00.a` con las órbitas broadcast `30may00.eph`. Renombar como `30may00.a.pos.org`.

[77] En el caso de posicionar con la fase habría que añadir el *wind-up* (ver tema 3) debida a la polarización de la señal GPS y a la rotación del satélite en un movimiento relativo al observador.

Ejecutar:

```
cp 30may00.a.pos 30may00.a.pos.org
```

(a) Desactivar la opción `Tropospheric Correction` en la carpeta `Model` y repetir el procesado (mantener los valores por defecto de las restantes opciones –color azul–). Representar en un mismo gráfico, en función del tiempo, las estimaciones de la altura sobre el elipsoide h del fichero obtenido (`30may00.a.pos`) y las del fichero original (`30may00.a.pos.org`). Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set auto
plot "30may00.a.pos.org" u 1:10, "30may00.a.pos" u 1:10
exit
```

¿De qué orden son la diferencias? ¿Cuál era su incidencia sobre la pseudodistancia (ver tema 5)?

(b) Ídem. para la opción `Ionospheric Correction`[78].

(c) Ídem. para la opción `Relativistic Correction`.

(d) Ídem. para la opción `TGD Correction`.

(e) Ídem. tomando las coordenadas de los satélites en el instante de recepción en vez de emisión
(opción `Satellite coordinates at reception: Using PR`).

3. [**Efecto del número de satélites**] Representar gráficamente los satélites observados en función del tiempo para el fichero `30may00.a`.

Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set auto
plot "30may00.a" u 3:4
exit
```

(a) Eliminar el satélite PRN21 del fichero `30may00.a` y volver a posicionar utilizando las mismas opciones con las que se generó el fichero `30may00.a.pos.org`.

[78] Con todas las restantes opciones activadas.

Ejecutar:

```
mv 30may00.a 30may00.a.org
cat 30may00.a.org|gawk '{if ($4!=21) print $0}' > 30may00.a
```

Procesar de nuevo `30may00.a` con **GCAT**

(b) Representar en una misma gráfica los valores de la altura sobre el elipsoide h del fichero obtenido y del fichero `30may00.a.pos.org`.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
set auto
plot "30may00.a.pos.org" u 1:10, "30may00.a.pos" u 1:10
exit
```

¿En cuánto ha variado la altura?.

(c) Eliminar ahora los satélites PRN21 y PRN03 del fichero `30may00.a.org` y volver a posicionar utilizando las mismas opciones con las que se generó el fichero `30may00.a.pos.org`.
Ejecutar:

```
cat 30may00.a.org|
   gawk '{if ($4!=21 && $4!=3) print $0}' > 30may00.a
```

Procesar de nuevo `30may00.a` con **GCAT**

¿En cuánto ha variado la altura? Probar con otros satélites.

4. [**Filtrado por elevación de satélites**] En la carpeta `Model`, seleccionar una elevación mínima de 15 grados para los satélites (`Cutoff satellite elevation`) y volver a procesar con las restantes opciones por defecto –color azul–.

(a) Comparar el VDOP obtenido con el del fichero `30may00.a.pos.org`
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "30may00.a.pos" u 1:7, "30may00.a.pos.org" u 1:7
exit
```

(b) Comparar las estimaciones de la altura sobre el elipsoide obtenidas con las del fichero `30may00.a.pos.org`.
Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "30may00.a.pos" u 1:10, "30may00.a.pos.org" u 1:10
exit
```

¿Por qué mejora la estimación de la altura a pesar de haber empeorado el VDOP?.

5. (*)[**Correlación entre parámetros**] Desactivar la opción `Tropospheric Correction` en la carpeta `Model` y repetir el procesado (mantener las restantes opciones en su valor por defecto –color azul–).

   Ejecutar:

```
paste 30may00.a.pos 30may00.a.pos.org|gawk '{print $1,$5-$15}' > dclk
paste 30may00.a.pos 30may00.a.pos.org|gawk '{print $1,$10-$20}'> dh
gnuplot
set grid
set xrange [31900:32350]
plot "dclk","dh"
exit
```

   (a) ¿Que debería ocurrir con la altura sobre el elipsoide cuando se desactiva la correción troposférica? ¿Qué ocurre?.

   (b) Compara las estimaciones de la altura sobre el elipsoide h obtenidas con las del fichero `13oct98.a.pos.org` ¿En cuánto han variado los relojes? ¿Y la coordenada vertical? ¿Cuánto supone (aproximadamente) el retardo troposférico vertical? ?Cómo se relacionan estos valores?.

   (c) Explica por qué el error en la troposfera se ha transferido de esta forma a la h y a los relojes.

Complemento

6. [**Filtro de Kalman y efecto de la matriz Jacobiana sobre la solución de navegación**]
   Procesar el fichero `30may00.a` utilizando el progama **GCAT**, de acuerdo con el siguiente esquema:

   - Aplicar el algoritmo del pseudorango para el cálculo de la época de emisión: En la carpeta `Model` deben estar activadas la opciones: `Satellite coordinates at emission: Using PR`.

En la carpeta `Filter` deben estar activadas la opciones: `Kinematic Positioning: White noise`.
En la carpeta `Results` debe activarse la opción `Write the design matrix`.
Dejar los valores por defecto de las restantes opciones.

Renombrar los ficheros obtenidos como:

Ejecutar:

```
cp 30may00.a.pos 30may00.a.posP
cp 30may00.a.dmx 30may00.a.dmxP
```

- Aplicar el algoritmo geométrico para el cálculo de la época de emisión:
En la carpeta `Model` deben estar activadas la opciones:
`Satellite coordinates at emission: Geometric`.
En la carpeta `Filter` deben estar activadas la opciones: `Kinematic Positioning: White noise`.
En la carpeta `Results` debe activarse la opción `Write the design matrix`.
Dejar los valores por defecto de las restantes opciones.

  Renombrar los ficheros obtenidos como:

  Ejecutar:

```
cp 30may00.a.pos 30may00.a.posG
cp 30may00.a.dmx 30may00.a.dmxG
```

(a) Representar gráficamente las soluciones obtenidas y comparar los resultados. ¿Se obtiene la misma solución de navegación en ambos casos?

Ejecutar:

```
gnuplot
set grid
plot "30may00.a.posP" u 1:2, "30may00.a.posG" u 1:2
plot "30may00.a.posP" u 1:3, "30may00.a.posG" u 1:3
plot "30may00.a.posP" u 1:4, "30may00.a.posG" u 1:4
exit
```

(b) Calcular la diferencia entre las soluciones de navegación `30may00.a.posP` y `30may00.a.posG`, y representar gráficamente el resultado.

Ejecutar:

```
paste 30may00.a.posP 30may00.a.posG|
  gawk '{if ($1==$11) print $1,$2-$12,$3-$13,$4-$14}'
                                          > diff.dat
gnuplot
set grid
plot "diff.dat" u 1:2 t "x","diff.dat" u 1:3 t "y",
     "diff.dat" u 1:4 t "z"
exit
```

¿De qué orden son las diferencias obtenidas? ¿A qué pueden atribuirse?

(c) Partiendo de los ficheros `30may00.a.dmxP` y `30may00.a.dmxG` generados con el **GCAT**, calcular la solución de navegación utilizando el programa `kalman0`[79] y comparar los resultados obtenidos con los proporcionados por **GCAT**. Tomar los siguientes valores para la namelist `kalman.nml`[80]:

```
$parameters
Pxx=1.d+6    fi_x=0.d0  Qxx=1.d+4
Pyy=1.d+6    fi_y=0.d0  Qyy=1.d+4
Pzz=1.d+6    fi_z=0.d0  Qzz=1.d+4
Ptt=9.d+10   fi_t=0.d0  Qtt=9.d+10
$end
```

(o bien, ejecutar: `cp kalman.nml_e6b kalman.nml`).

Ejecutar:

Adaptar el formato del fichero `30may00.a.dmxP` al formato de `kalman0`:
`[obs_type sec PRN Prefit_res` σ_{prefit_res} `∂R/∂x ∂R/∂y ∂R/∂z ∂R/∂t]`

```
cat 30may00.a.dmxP|
    gawk 'print "C1",$2,$3,$5,"1",$6,$7,$8,$9'> fileP.dat
```

Procesar utilizando `kalman0`:

```
cat fileP.dat |kalman0 > posP.dat
```

Comaprar los resultados obtenidos con los proporcionados por **GCAT**:

```
gnuplot
set grid
plot "30may00.a.posP" u 1:2,"posP.dat" u 2:3 w p 3
plot "30may00.a.posP" u 1:3,"posP.dat" u 2:4 w p 3
plot "30may00.a.posP" u 1:4,"posP.dat" u 2:5 w p 3
exit
```

Repetir el mismo proceso con el fichero `30may00.a.posG`

[79] Este programa implementa el filtro de Kalman. Los parametros del filtro se establecen a través de la namelist `kalman.nml` (ver detalles en la cabeera del código `kalma0.f`).

[80] Se trata de los mismos valores que se han aplicado con **GCAT**

¿Se obtienen los mismos resultados utilizando **GCAT** y `kalman0`?

(d) En este último apartado se pretende analizar el efecto de utilizar la matriz Jacobiana correspondiente al caso en que la época de emisión de la señal se calcula aplicando el algoritmo del pseudorango (i.e., $\frac{\partial R}{\partial x} = \frac{x_0 - x^{sat}}{\rho}$, $\frac{\partial R}{\partial y} = \frac{y_0 - y^{sat}}{\rho}$, $\frac{\partial R}{\partial z} = \frac{z_0 - z^{sat}}{\rho}$, $\frac{\partial R}{\partial t} = 1$), cuando la época de emisión se calcula utilizando el algoritmo geométrico (ver página 85 y siguiente, y ver el apéndice II de este tema).

- Substituir las columnas correspondientes a las derivadas parciales `∂R/∂x ∂R/∂y ∂R/∂z ∂R/∂t]` del fichero `30may00.a.dmxG` por las del fichero `30may00.a.dmxP`[81].

  Ejecutar:

```
cat 30may00.a.dmxP 30may00.a.dmxG |
 gawk '{if (length(r[$2" "$3])!=0){$5=r[$2" "$3]; print $0}
                         else{r[$2" "$3]=$5}}' >30may00.a.dmxN
```

- Reporcesar, de nuevo, con el programa `kalman0`:

  Ejecutar:

```
cat 30may00.a.dmxN|
    gawk 'print "C1",$2,$3,$5,"1",$6,$7,$8,$9'> fileN.dat

cat fileN.dat |kalman0 > posN.dat
```

- Calcular la diferencia respecto de la solución obtenida a partir de `fileP.dat` y representar gráficamente el resultado. Incluir en el plot, el offset del reloj del receptor (proporcionado, por ejemplo, por el fichero posP.dat).

  Ejecutar:

```
paste posP.dat posN.dat|
 awk '{if ($2==$8) print $2,$3-$9,$4-$10,$5-$11}'>diff.dat

gnuplot
set grid
plot "diff.dat" u 1:2 t "x","diff.dat" u 1:3 t "y",
     "diff.dat" u 1:4 t "z",
     "posP.dat" u 2:($6/100000) t "receiver clock"
```

¿De qué orden son las discrepancias obtenidas entre las soluciones de navegación `posP.dat` y `posN.dat`? ¿Existe alguna relación entre el offset del reloj del receptor y las discrepancias obtenidas?

[81] Sólo se susbstituye la parte relativa a las dertivadas parciales. Los prefit-residuals se mantienen con sus valores originales. Notar que el efecto de utilizar las coordenadas proporcioonadas por el algoritmo geométrico, en vez del algoritmo del pseudorango, se manifestará fundamentalmente en los prefit-residuals.

7. [**Sistema de ecuaciones de navegación**] Procesar de nuevo el fichero `13oct98.a` con las órbitas broadcast `13oct98.eph`, activando las siguientes opciones de la carpeta `Results`:

   - `Write the design matrix`
   - `Write the Computed Model terms`
   - `Write the Satellite Position and velocity`

   Se generarán los ficheros `13oct98.a.dmx`, `13oct98.a.mdl` y `13oct98.a.orb`. Estos ficheros se organizan en los siguientes campos:

   ```
   file.a.dmx:
   [rec_name sec PRN C prefit_res ∂R/∂x ∂R/∂y ∂R/∂z ∂R/∂t elev]
   (prefit_res en metros)

   file.a.orb:
   [PRN sec X Y Z dt TGD Vx Vy Vz]
   (X Y Z dt y TGD en metros y V en m/s)

   file.a.mod:
   [rec_name sec PRN CA CA_mod  r  cdt relat STROP STEC TGD elev]
   (NOTA: prefit_res= CA-CA_mod)
   ```

   Construir el sistema de ecuaciones de navegación (ver apartado de fundamentos) para el instante $t = 38230sec$. Para ello, se puede proceder de la siguiente forma:
   - Del fichero `13oct98.a.dmx`, obtener el valor $CA - CA_{mod}$ (prefit residual). Comparar con el valor obtenido en el ejercicio 6 de la práctica 5b para el satélite PRN14.
   - Del fichero `13oct98.a.orb`, obtener las coordenadas en el instante de emisión.
   - Del fichero `sta.pos` obtener el valor nominal para las coordenadas (x_0, y_0, z_0) del receptor `gage`.

   Comparar los valores obtenidos con los del fichero `13oct98.a.dmx`[82]

[82] Pueden haber pequeñas variaciones debidas a que **GCAT** implementa unas fórmulas más precisas para el cálculo de las derivadas parciales.

8. (*)`[Resolución por LMS (mínimos cuadrados)]` Calcular la solución del sistema de ecuaciones anterior aplicando la técnica de resolución por mínimos cuadrados.

   (a) ¿A qué caso del filtrado de Kalman correspondería este cálculo.

   (b) ¿Variaría el resultado si este sistema de ecuaciones se resolviera asignando un mismo peso $\omega = 1/\sigma^2$ a todas las observaciones?

9. [**DOP**] Calcular el GDOP y el PDOP para esta época.

10. (*)[**Resolución por el Filtro de Kalman**] Considerar tres bloques de observaciones correspondientes a las tres épocas consecutivas $t = 38230$, $t = 38231$, $t = 38232$ del fichero `13oct98.a.mdl`.

    (a) Escribir el algoritmo de resolución mediante el filtro de Kalman, indicando las ecuaciones a utilizar en cada caso, para la resolución de este sistema. Considerar las coordenadas como constantes con `P=`10^6 m^2 y el reloj como un white-noise con `P0=`$9\,10^{10}$ m^2, `Q=`$9\,10^{10}$ m^2. Tomar $\sigma_y^2 = 1m^2$ para el ruido de las observaciones.

    (b) Calcular numéricamente la solución después de estas tres iteraciones.

Respuestas

Práctica 6b
Resolución de las ecuaciones de navegación: análisis de las componentes del modelo y su impacto sobre el posicionamiento

2.a

2.b

2.c

2.d

2.e

3.b

3.c

Tema 7
Posicionamiento diferencial con código y fase

Se trata de posicionar un receptor respecto a otro que actúa como referencia y cuyas coordenadas son conocidas. Ello permite reducir de forma importante el error de posicionamiento, debido a la cancelación de los errores de rango comunes.

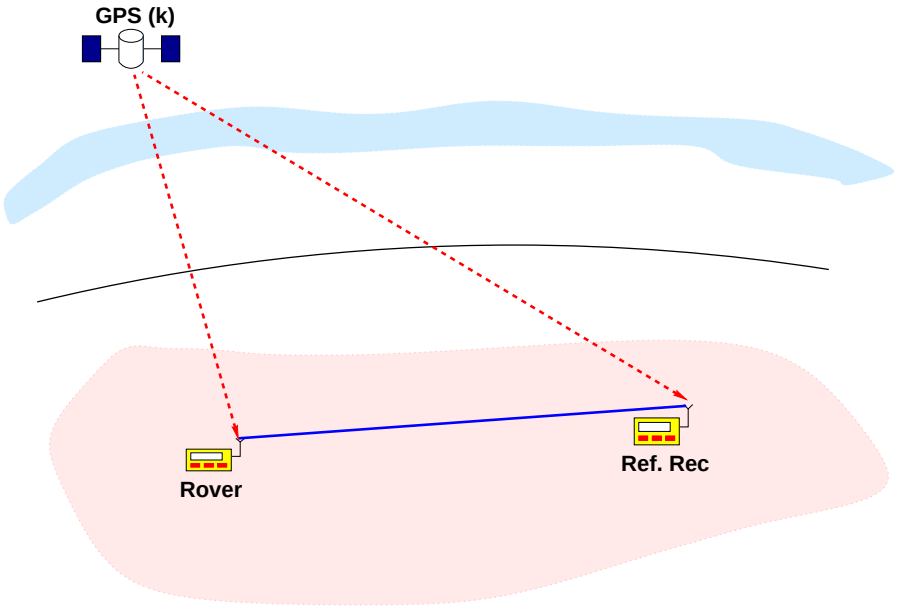


Fig. 27. Posicionamiento diferencial con diferencias simples. Dos receptores observan el mismo satélite en la misma época.

Básicamente, la estación de referencia, cuyas coordenadas son fijas y conocidas, proporciona correcciones de rango para los diferentes satélites visibles, que son utilizadas por el receptor a posicionar ("rover") para cancelar la parte de error de los efectos no modelados que es común a ambos receptores (S/A, errores de órbitas y relojes, ionosfera, troposfera, ...).

1. Posicionamiento con diferencias simples (con código)

Si P^j_{rov} y P^j_{ref} son las medidas de código del rover (rov) y de la estación de referencia (ref), respectivamente, para el satélite j-ésimo, se tiene:

$$P^j_{rov} - \rho^j_{rov,0} + cdt^j - \delta^j_{rov} = \frac{x_{rov,0}-x^j}{\rho^j_{rov,0}}\,dx + \frac{y_{rov,0}-y^j}{\rho^j_{rov,0}}\,dy + \frac{z_{rov,0}-z^j}{\rho^j_{rov,0}}\,dz + cdt_{rov} + \varepsilon^j_{rov}$$

$$P^j_{ref} - \rho^j_{ref} + cdt^j - \delta^j_{ref} = cdt_{ref} + \varepsilon^j_{ref} \qquad j = 1,2,...,4 \quad (n \geq 4)$$

donde el miembro de la izquierda corresponde a los "prefit-residuals" ($prefit^j_\bullet = P^j_\bullet - \rho^j_\bullet + cdt^j - \delta^j_\bullet$) y contiene la parte modelada de los errores de rango[83]. El término ε contiene la parte del error no modelada[84]. Notar que únicamente se ha linealizado la ρ para el rover, por ser conocidas las coordenadas de la estación de referencia.

Introduciendo la notación $\Delta\diamondsuit^j \equiv \diamondsuit^j_{rover} - \diamondsuit^j_{ref}$ (diferencias simples entre estaciones), resulta:

$$\Delta prefit^j = \frac{x_{rov,0}-x^j}{\rho^j_{rov,0}}\,dx + \frac{y_{rov,0}-y^j}{\rho^j_{rov,0}}\,dy + \frac{z_{rov,0}-z^j}{\rho^j_{rov,0}}\,dz + \Delta(cdt) + \Delta\varepsilon^j$$

donde[85], siendo buena parte de los errores comunes a ambos receptores, "el término de ruido" $\Delta\varepsilon^j$ se habrá reducido considerablemente.

Se obtiene por tanto, un sistema de ecuaciones lineales del mismo tipo que para el posicionamiento absoluto, pero donde el offset del reloj a estimar es el relativo al del reloj del receptor de referencia $\Delta(cdt) = cdt_{rov} - cdt_{ref}$.

$$\begin{bmatrix} \Delta prefit^1 \\ \vdots \\ \Delta prefit^n \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_0-x^1}{\rho^1_0} & \frac{y_0-y^1}{\rho^1_0} & \frac{z_0-z^1}{\rho^1_0} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \frac{x_0-x^n}{\rho^n_0} & \frac{y_0-y^n}{\rho^n_0} & \frac{z_0-z^n}{\rho^n_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \Delta\,(c\,dt) \end{bmatrix}$$

Para la resolución de este sistema se aplicarán las mismas técnicas que en el caso de posicionamiento absoluto con código (LMS, WMS, filtro de Kalman,...).

[83] Ver tema 6, página 106.

[84] El error de modelado ionosférico y troposférico, de órbitas y relojes de los satélites, y en especial la S/A. A ello se le sumará el multipath y el ruido del código.

[85] En la práctica, desde la estación de referencia se calcula una corrección de rango para cada satélite $PRC^j = P^j_{ref} - \rho^j_{ref} - \delta^j_{ref}$, la cual se transmite al usuario para que pueda cancelar/mitigar los errores diferenciales comunes. De esta forma, al igual que en la ecuación anterior, se tiene: $\Delta prefit^j = P^j_{rov} - \rho^j_{rov,0} - \delta^j_{rov} - PRC^j$ (notar que los relojes de los satélites se han cancelado al fromar la diferencia).

En la siguiente tabla se muestran los valores (1σ) de los diferentes tipos de errores en posicionamiento absoluto y diferencial, indicando la degradación debida a la decorrelación geográfica. Nótese que la cancelación de los errores debidos a las órbitas, y en especial a la ionosfera y troposfera, se degrada al aumentar la distancia (línea de base). Por otra parte, los errores debidos al ruido de receptor y multipath no se cancelan.

Tipo de Error	Sin corrección DGPS		Línea base y Latencia nulas		Decorrel. Geográfica
	Bias (m)	Random (m)	Bias (m)	Random (m)	(m/100Km)
Ruido receptor	0.5	0.2	0.5	0.3	0.0
Multipath	0.3 - 3	0.2 - 1	0.4 - 3	0.2 - 1	0.0
Reloj sat (SA=on)	21	0.1	0.0	0.0	0.0
Reloj sat (SA=off)	3	0.0	0.0	0.0	0.0
Orbitas (**)	< 5	0.0	0.0	0.0	< 0.05
Ionosfera (*)	(1 - 10)*FO	< 0.1*FO	0.0	0.0	< 0.2
Troposfera (*)	0.3 *FO	< 0.1*FO	0.0	0.0	< 0.2

Tabla 8. Resumen de errores absolutos y diferenciales. (*) Efectos no modelados [FO= factor de oblicuidad]. (**) Suponiendo S/A no aplicada a las efemérides.

2. Posicionamiento con diferencias dobles (con código)

Esta técnica encuentra su principal aplicación en la resolución de ambigüedades de la fase (ver siguiente apartado). No obstante, por cuestiones de continuidad en la presentación de conceptos, introduciremos primero los resultados para el posicionamiento con código y después para la fase.

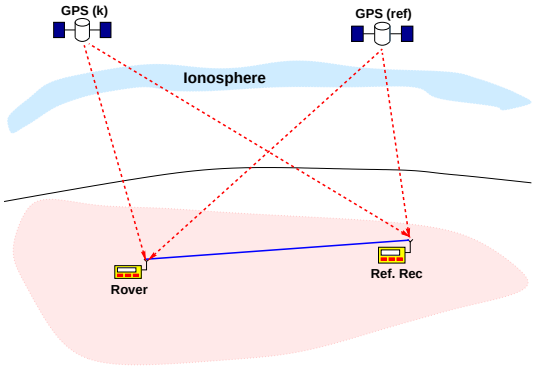


Fig. 28. Posicionamiento con dif. dobles. Dos receptores observan dos satélites en la misma época.

Tomando una estación y un satélite de referencia pueden formarse las difrencias dobles. Introduciendo las notaciones:

$$\Delta\diamondsuit^{\bullet} \equiv \diamondsuit^{\bullet}_{rov} - \diamondsuit^{\bullet}_{ref}$$
$$\nabla\diamondsuit_{\bullet} \equiv \diamondsuit^{j}_{\bullet} \quad - \diamondsuit^{k}_{\bullet}$$
$$\Delta\nabla\diamondsuit \equiv \Delta\diamondsuit^{j} - \Delta\diamondsuit^{R} = \nabla\diamondsuit_{rov} - \nabla\diamondsuit_{ref}$$

Resulta:

$$\Delta\nabla\diamondsuit = [\diamondsuit^{j}_{rov} - \diamondsuit^{j}_{ref}] - [\diamondsuit^{R}_{rov} - \diamondsuit^{R}_{ref}] = [\diamondsuit^{j}_{rov} - \diamondsuit^{R}_{rov}] - [\diamondsuit^{j}_{ref} - \diamondsuit^{R}_{ref}]$$

Con las diferencias sencillas entre receptores (Δ) se cancelan los términos comunes asociados al satélite (reloj, efemérides, propagación atmosférica, ...). Del mismo modo, las diferencias sencillas entre satélites (∇) cancelan los errores comunes asociados al receptor (i.e, $\nabla(cdt) = 0$). En consecuencia[86]:

$$\Delta\nabla(cdt) = \Delta\left[\nabla(cdt)\right] = \Delta 0 = 0$$

De forma similar al apartado anterior, aplicado estas dobles diferencias a las ecuaciones del código, resulta[87] (aunque suponga un abuso de notación, explicitamos el satélite j en la doble diferencia $\Delta\nabla prefit$):

$$\Delta\nabla prefit^{j} = \nabla\left[\frac{x_{rov,0} - x^{j}}{\rho^{j}_{rov,0}}\right] dx + \nabla\left[\frac{y_{rov,0} - y^{j}}{\rho^{j}_{rov,0}}\right] dy + \nabla\left[\frac{z_{rov,0} - z^{j}}{\rho^{j}_{rov,0}}\right] dz + \Delta\nabla\varepsilon^{j}$$

donde los términos $\nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^{j}}{\rho^{j}_{rov,0}}\right]$ indican diferencias sencillas entre el satélite j-ésimo y el de referencia[88].

Se obtiene por tanto, un sistema de ecuaciones lineales, en el que ha desaparecido el offset del reloj del receptor como parámetro a estimar.

$$\begin{bmatrix} \Delta\nabla prefit^{1} \\ \vdots \\ \Delta\nabla prefit^{n} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^{1}}{\rho^{1}_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{y_{rov,0}-y^{1}}{\rho^{1}_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{z_{rov,0}-z^{1}}{\rho^{1}_{rov,0}}\right] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^{n}}{\rho^{n}_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{y_{rov,0}-y^{n}}{\rho^{n}_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{z_{rov,0}-z^{n}}{\rho^{n}_{rov,0}}\right] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

[86] Ver comentarios al final de este apartado.

[87] Notar que se ha cancelado el término correspondiente al reloj del receptor: $\Delta\nabla(cdt) = \Delta\left[\nabla(cdt)\right] = \Delta 0 = 0$

[88] Notación: $\nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^{j}}{\rho^{j}_{rov,0}}\right] \equiv \frac{x_{rov,0}-x^{j}}{\rho^{j}_{rov,0}} - \frac{x_{rov,0}-x^{R}}{\rho^{R}_{rov,0}}$

Para la resolución de este sistema se aplicarán las mismas técnicas que en el caso de posicionamiento absoluto con código (mínimos cuadrados, filtro de Kalman,...).

Comentario:

El resultado $\Delta\nabla(cdt) = 0$ se ha basado en suponer que el término correspondiente al reloj del receptor "cdt" en el modelado del código P es el mismo para todas las observaciones, y por tanto se cancela al formar diferencias simples entre satélites (i.e., $\nabla(cdt) = 0$). Esta propiedad se cumplirá cuando se determine la época de emisión de la señal para el cálculo de las coordenadas de los satélites utilizando el Algoritmo del Pseudorango descrito en la página 85. *Sin embargo, no podrá asegurarse si se utiliza el Algoritmo Geométrico de la página 86.* En efecto:
Tal como se demuestra en el Anexo II, página 113, cuando se utiliza el método geométrico, el coeficiente el reloj del receptor deja de ser "1", quedando afectado por una corrección que depende del satélite:

$$1 - \frac{\dot{\rho}^j}{c}$$

y por tanto, no se cancela completamente al formar diferencias entre satélites.

El impacto de este efecto sobre la solución de navegación se pone de manifiesto en los ejercicios 4 y 5 de la práctica 7a (posicionamiento con código), y los ejercicios 3 y 4 de la práctica 7b (posicionamiento con código y fase).

3. Posicionamiento con diferencias dobles con código y fase (Flotando)

Si además de observaciones de código P se dispone de observaciones de fase L, se podrá ampliar el sistema de ecuaciones anterior con estas nuevas medidas.

Las observaciones de fase se modelarán de forma similar a las de código[89], aunque teniendo en cuenta los términos de ambigüedad de la fase (ver tema 3), que son cantidades desconocidas que deberán estimarse conjuntamente con la posición del rover.

Entonces, añadiendo las medidas de fase al sistema de ecuaciones en diferencias dobles anterior e introduciendo los bias de los arcos doble diferenciados[90] como parámetros adicionales a estimar, se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \Delta\nabla prefit(P)^1 \\ \Delta\nabla prefit(L)^1 \\ \vdots \\ \Delta\nabla prefit(P)^n \\ \Delta\nabla prefit(L)^n \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^1}{\rho^1_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{y_{rov,0}-y^1}{\rho^1_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{z_{rov,0}-z^1}{\rho^1_{rov,0}}\right] & 0 \ \dots & \underbrace{0}_{} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^1}{\rho^1_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{y_{rov,0}-y^1}{\rho^1_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{z_{rov,0}-z^1}{\rho^1_{rov,0}}\right] & 0 \ \dots & \underbrace{1}_{k} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & & \\ \nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^n}{\rho^n_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{y_{rov,0}-y^n}{\rho^n_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{z_{rov,0}-z^n}{\rho^n_{rov,0}}\right] & 0 \ \dots & 0 & \dots & \underbrace{0}_{} & \dots & 0 \\ \nabla\left[\frac{x_{rov,0}-x^n}{\rho^n_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{y_{rov,0}-y^n}{\rho^n_{rov,0}}\right] & \nabla\left[\frac{z_{rov,0}-z^n}{\rho^n_{rov,0}}\right] & 0 \ \dots & 0 & \dots & \underbrace{1}_{l} & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \Delta\nabla B^1 \\ \vdots \\ \Delta\nabla B^k \\ \vdots \\ \Delta\nabla B^l \\ \vdots \\ \Delta\nabla B^s \end{bmatrix}$$

Igualmente se obtiene un sistema de ecuaciones lineales que se puede resolver mediante el filtro de Kalman, considerando los bias de los arcos $\Delta\nabla B^i$ como "constantes" a lo largo de arcos contínuos de fase y "white-noise" en los instantes en que se produzcan los cycle-slips.

A este procedimiento de resolución de este tipo se le llama *flotar* las ambigüedades. Flotar en el sentido de que se van estimando por el filtro "como números reales". Las estimaciones de los bias $\Delta\nabla B^i$ convergerán hacia una solución después de superar un transitorio cuya duración dependerá de la geometría de las observaciones, la calidad del modelado y el ruido de los datos. En general son de esperar errores del orden del decímetro en un posicionamiento cinemático puro (i.e., las coordenadas (x, y, z) modeladas como white-noise).

[89] En el modelado de la fase se deberá tener en cuenta además el efecto del *wind-up*, debido a la polarización de la señal (ver página 39).

[90] Es decir, las dobles diferencias de las ambigüedades de los arcos de fase (B^j_i) para cada par satélite–receptor: $\Delta\nabla B^j \equiv B^j_{rov} - B^R_{rov} - (B^j_{ref} - B^R_{ref})$.

4. Resolución de Ambigüedades de la fase: Fijar versus Flotar

La solución que se obtiene flotando las ambigüedades no proporciona los valores "exactos" de los bias $\Delta\nabla B^i$, debido al ruido de la estimación. El error cuadrático medio (ECM) de estas estimaciones dependerá de la calidad del modelado, de la geometría receptores-satélites (i.e., de las correlaciones entre los parámetros) y del ruido de las observaciones. Asímismo, los errores en estos bias se transferirán a las coordenadas (que se estiman conjuntamente), degradando la solución cinemática en tiempo real (x,y,z) y resultando, en general, errores por encima del decímetro, aún después de estabilizados los arcos.

Si se desean obtener precisiones subdecimétricas, es preciso aplicar técnicas basadas en la resolución de ambigüedades (a su valor exacto). Estas consisten en explotar el hecho de que las ambigüedades en ambas frecuencias son múltiplos enteros de longitudes de onda[91] y, por tanto, si se consiguen combinaciones de observables con un ruido inferior a una longitud de onda, se podrá obtener su valor exacto mediante redondeo[92].

A modo de ejemplo, se presentan a continuación un conjunto de ecuaciones basadas en (Colombo et al., 1999) que permiten fijar las ambigüedades $\Delta\nabla N_1$ y $\Delta\nabla N_2$ a partir de medidas de fase en dos frecuencias para dos receptores cercanos[93]. Más concretamente, permiten obtener el "valor exacto" del bias $\Delta\nabla Bc$ a partir de una estimación $\Delta\nabla\widehat{Bc}$ proporcionada por el filtro "flotando" esta ambigüedad como un número real:

Resolución de la ambigüedad $\Delta\nabla N_W$ a partir de las medidas de fase en dos frecuencias y las estimaciones $\Delta\nabla\widehat{Bc}$:

$$\Delta\nabla N_W = nint\left[\frac{\Delta\nabla L_W - \Delta\nabla Lc + \Delta\nabla\widehat{Bc}}{\lambda_W}\right]$$

Siendo las medidas $\Delta\nabla L_W$ y $\Delta\nabla Lc$ precisas al nivel de unos milímetros, el factor limitante es el error en la estimación de $\Delta\nabla\widehat{Bc}$, que debe ser inferior a $\lambda_W/2 \simeq 40cm$ para poder redondear al valor correcto.

---

[91] Notar que, si $B1_i^j = k_{1i} + k_1{}^j + \lambda_1 N_1{}_i^j$ y $B2_i^j = k_{2i} + k_2{}^j + \lambda_2 N_2{}_i^j$ son las ambigüedades en las fases L_1 y L_2, respectivamente (b son retardos instrumentales —valores reales— y N números enteros de ciclos, ver tema 3), al formar las dobles diferencias, se cancelan las constantes instrumentales, resultando $\Delta\nabla B1 = \lambda_1\Delta\nabla N_1$, $\Delta\nabla B2 = \lambda_2\Delta\nabla N_2$.
También es entera la ambigüedad en la combinación wide-lane: $\Delta\nabla B_W = \lambda_W\Delta\nabla N_W$. No ocurre lo mismo para la ambigüedad en la combinación libre de ionosfera $\Delta\nabla Bc$, aunque puede expresarse en función de $\Delta\nabla N_1$ y $\Delta\nabla N_2$: $\Delta\nabla Bc = \lambda_C\lambda_W\left(\frac{\Delta\nabla N_1}{\lambda_1} - \frac{\Delta\nabla N_2}{\lambda_2}\right)$.

[92] U otros procedimientos de búsqueda. Ver por ejemplo Leick (1994).

[93] De forma que pueda asumirse que la refracción ionosférica se cancela (i.e., $\Delta\nabla STEC \simeq 0$). Esto será válido, en general, para líneas de base inferiores a 10-20 Km.

Resolución de las ambigüedades $\Delta\nabla N_1$ y $\Delta\nabla N_2$ a partir de la ambigüedad $\Delta\nabla N_W$, resuelta anteriormente, y de las medidas de fase $\Delta\nabla L_1$ y $\Delta\nabla L_2$:

$$\Delta\nabla N_1 = nint\left[\frac{\Delta\nabla L_1 - \Delta\nabla L_2 - \lambda_2\Delta\nabla N_W}{\lambda_1 - \lambda_2}\right]$$

$$\Delta\nabla N_2 = \Delta\nabla N_1 - \Delta\nabla N_W$$

Obtención del valor "exacto" del bias $\Delta\nabla Bc$, una vez resueltas las ambigüedades $\Delta\nabla N_1$ y $\Delta\nabla N_2$:

$$\Delta\nabla Bc = \lambda_W\left(\frac{\Delta\nabla N_1}{\lambda_1} - \frac{\Delta\nabla N_2}{\lambda_2}\right)$$

A partir de las ecuaciones anteriores podría definirse el siguiente algoritmo de resolución de ambigüedades en tiempo real:

- El filtro empieza estimando las ambigüedades $\Delta\nabla\widehat{Bc}$ (como números reales —flotándolas—) conjuntamente con las coordenadas (x,y,z)[94].
- A partir de las estimaciones de $\Delta\nabla\widehat{Bc}$ se calculan los valores "exactos" de $\Delta\nabla Bc$ aplicando las ecuaciones anteriores. Las ambigüedades $\Delta\nabla Bc$ no se considerarán resueltas hasta superar un test estadístico de hipótesis nula.
- Las ambigüedades resueltas $\Delta\nabla Bc$, se asimilarán en el filtro de Kalman, FIJANDOSE sus valores hasta que se produzca de nuevo un cycle-slip.
- Cada ambigüedad resuelta (a su valor exacto) y asimilada por el filtro (i.e., fijada) supondrá un parámetro menos a estimar, disminuyendo las correlaciones y dando más robustez a la solución de navegación.

A parte de la reducción del error de navegación, otra ventaja de este método de resolución de ambigüedades en tiempo real es la velocidad de convergencia de la solución. En unos pocos minutos, varias ambigüedades pueden ser asimiladas, disminuyendo de forma importante el error de la solución.

[94] También podrían ajustarse parámetros orbitales, estimar el retardo troposférico, ...

Resolución de ambigüedades a escalas de centenares de kilómetros

Para distancias superiones a unos 10-20 Km, deja de ser válida la hipótesis de que la refracción ionosférica se cancela al formar las dobles diferencias, debiéndose añadir el término $\Delta\nabla STEC$ en las dos primeras ecuaciones anteriores:

$$\Delta\nabla N_W = nint\left[\frac{\Delta\nabla L_W - \Delta\nabla Lc - 1.98\Delta\nabla\widetilde{STEC} + \lambda_c\Delta\nabla\widehat{Bc}}{\lambda_W}\right]$$

$$\Delta\nabla N_1 = nint\left[\frac{\Delta\nabla L_1 - \Delta\nabla L_2 - \Delta\nabla\widetilde{STEC} - \lambda_2\Delta\nabla N_W}{\lambda_1 - \lambda_2}\right]$$

La resolución de ambigüedades On-The-Fly (OTF) para largas líneas de base es un tema de reciente investigación. En Colombo et al. (2000) se presenta la prueba de concepto de navegación subdecimétrica a distancias de centenares de kilómetros de la estación de referencia más cercana y en condiciones de alta actividad geomagnética.

Uno de sus puntos clave es poder proporcionar al rover correcciones ionosféricas muy precisas de forma que pueda predecir su $\Delta\nabla STEC$ con un error inferior[95] a $1/4\,TECU \simeq \lambda_I/2$. Estas correciones pueden calcularse mediante un elaborado proceso en cuyo núcleo se encuentra un modelo tomográfico de la ionosfera en tiempo real que procesa observaciones recogidas (continuamente) por una red de estaciones permanentes (Hernández-Pajares et al., 1999). De forma intuitiva, puede decirse que la constelación de satélites GPS y los receptores de tierra se utilizan como un enorme escáner a nivel planetario. Esta técnica está actualmente en fase de validación, habiéndose aplicado con éxito a escalas WADGPS (varios centenares de kilómetros) y con alta variabilidad ionsoférica (Hernández-Pajares et al., 2000, 2001).

Comentarios:
¿Por qué se requiere la refracción ionosférica $\Delta\nabla STEC$, trabajando con la combinación libre de ionosfera $\Delta\nabla Lc$?

La combinación $\Delta\nabla Lc$ permite cancelar la refracción ionosférica hasta un 99.9%, quedando las medidas de rango libres de tal perturbación. Así para el posicionamiento "flotando" las ambigüedades $\Delta\nabla Bc$ no se necesita ningún modelo ionosférico.

En el caso de resolución de ambigüedades, no se requiere el $\Delta\nabla STEC$ para corregir el rango LC (pues está libre de ella), sino para resolver las ambigüedades enteras $\Delta\nabla N_1$ y $\Delta\nabla N_2$ y, a partir de ellas, resolver "exactamente" la ambigüedad real $\Delta\nabla Bc$.

[95] Notar que las medidas de fase $\Delta\nabla L_1$ y $\Delta\nabla L_2$ tienen un ruido de unos pocos milímetros, por tanto, siendo $\Delta\nabla N_W$ un valor exacto, el factor limitante es el error en el término ionosférico $\Delta\nabla STEC$, que debe ser inferior a $\lambda_I/2 = (\lambda_2 - \lambda_1)/2 \simeq 2.7cm$.

Práctica 7a
Posicionamiento diferencial con código.

Objetivos

Estudiar el posicionamiento diferencial con código en diferencias simples y dobles. Hacer énfasis en el procedimiento "manual" de cálculo con vistas a ensayar la estrategia para la práctica 7b en que se utilizará el código y la fase.

Ficheros a utilizar
`99mar23bell_ebre.s.gz, kalman.nml_D_WN, kalman.nml_DD_WN, sta.pos, 99mar23bell.eph, 99mar23ebre.eph,99mar23bell.a.pos, 99mar23ebre.a.pos`

Programas a utilizar
`GCAT, kalman0, Dbell_ebre.scr, DDbell_ebre21.scr`

Desarrollo

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.

2. [**Posicionamiento diferencial: Diferencias Simples**].
   El fichero `99mar23bell_ebre.s.gz` contiene observaciones a 30 segundos, registradas por dos receptores (bell, ebre)[96] situados a unos 100Km de distancia. Los datos están dispuestos según los siguientes campos[97]:

   `[sta doy sec PRN LC LI PC PI arco]`

   Utilizar el programa **GCAT** para generar la matriz de diseño[98] (con órbitas broadcast) para cada receptor. A continuación, calcular las diferencias sencillas de los "prefit-residuals" de la estación `bell` respecto a `ebre`. Finalmente, y siguiendo el esquema desarrollado en tema 7 de teoría, plantear y resolver las ecuaciones de navegación con estas diferencias sencillas.

   Para ello, se propone seguir los siguientes pasos:

[96] Con vistas a formar diferencias simples o dobles entre las observaciones de ambas estaciones, se han seleccionado únicamente las correspondientes a satélites registrados por ambos receptores a la vez.

[97] Notar que, a diferencia de los ficheros utilizados en las prácticas anteriores, en los campos quinto y séptimo del fichero `99mar23bell_ebre.s.gz` se proporcionan los observables LC y PC, (i.e, las combinaciones libres de ionosfera), en vez de L1 y P1.

[98] Es decir, generar los ficheros "`*.dmx`" con los prefit-residuals y las derivadas parciales (ver página 119) para cada receptor: `[sta sec PRN "C" prefit` $\partial R/\partial x$ $\partial R/\partial y$ $\partial R/\partial z$ $\partial R/\partial t$ `elev iarc]`.

(a) A partir del fichero `99mar23bell_ebre.s.gz`, generar los ficheros de datos `99mar23bell.a` y `99mar23ebre.a`, seleccionando las observaciones correspondientes cada estación por separado (`bell` y `ebre`). Estos ficheros, juntamente con los de las órbitas[99] (`99mar23bell.eph`, `99mar23ebre.eph`), constituirán el INPUT del programa **GCAT**.

Ejecutar:

```
Seleccionar las observaciones para cada receptor
zgrep bell 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23bell.a
zgrep ebre 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23ebre.a
```

(b) Mediante el programa **GCAT** calcular la matriz de diseño para cada estación por separado *(también aprovecharemos para posicionar cinemáticamente cada receptor*).
Para ello, se deberán seleccionar las siguientes opciones (dejando las restantes por defecto):

- Carpeta `[MODEL]`
  `[Ionspheric refraction = NO]`, pues se está trabajando con la combinación libre de ionosfera PC.
  `[Satellite coordinates at emission: Using the PR]`, pues se utiliza el algoritmo basado en el pseudorango.
- Carpeta `[FILTER]`
  `[Kinematic Positioning]` `[White noise]`
- Carpeta `[RESULTS]`
  `[Write Dessign matrix]`: para que escriba la matriz de diseño (con los prefit residuals y las derivadas parciales para la estación procesada).

Finalmente, pulsar **File**, con las opciones indicadas anteriormente, seleccionar el fichero `99mar23bell.a` y pulsar **Go**[100]. Repetir lo mismo para el fichero `99mar23ebre.a`.
Con todo ello, se habrán generado los ficheros `99mar23bell.a.dmx` y

[99] Se trata de las órbitas broadcast proporcionadas en el mensaje de navegación. Ambos ficheros son iguales al `auto0820.99n` obtenido del servidor `ftp://lox.ucsd.edu/pub/rinex/99data/082/auto0820.99n.Z`.

[100] Notar que **GCAT** procesa las observaciones correspondientes a la séptima columna del fichero de datos `*.a` y no utiliza los valores de las columnas quinta, sexta o octava. De acuerdo con el formato indicado anterioremente los ficheros `99mar23bell.a` o `99mar23ebre.a` contienen en su séptima columna las medidas de código `PC`, y por tanto, éstas serán las que se procesarán por defecto.

`99mar23ebre.a.dmx`, conteniendo los siguientes datos:

`sta sec PRN "C" prefit` $\partial R/\partial x$ $\partial R/\partial y$ $\partial R/\partial z$ $\partial R/\partial t$ `elev iarc`

Nota: `iarc` indica el número de arco de fase. Sirve para identificar los instantes en que se producen cycle-slips en la fase. Puesto que estamos trabajando con medidas de código podemos ignorar este campo. "El caracter C" es fijo.
También se habrán generarado los ficheros: `99mar23bell.a.pos` y `99mar23ebre.a.pos`, con las estimaciones de coordenadas de cada receptor en modo cinemático (recordar que se han seleccionado las opciones `[Kinematic Positioning] [White noise]`).

(c) Calcular las diferencias sencillas de los prefit-residuals de la estación `bell` respecto a `ebre` ($[\Delta$`prefit`$]_{bell,ebre}$= `prefit`$_{bell}-$`prefit`$_{ebre}$) y generar un fichero con los siguientes campos (INPUT del programa `kalman0`):

`type sec PRN` $[\Delta$`prefit`$]_{bell,ebre}$ `10` $[\partial R/\partial x]_{bell}$ $[\partial R/\partial y]_{bell}$ $[\partial R/\partial z]_{bell}$ $[\partial R/\partial t]_{bell}$ `iarc`

donde las derivadas parciales $[\partial R/\partial x]_{bell}$, $[\partial R/\partial y]_{bell}$, $[\partial R/\partial z]_{bell}$ y $[\partial R/\partial t]_{bell}$ son las de la estación `bell`, y el valor "10 (metros)" es el ruido de las observaciones (σ_{obs}) adoptado para el código "PC".
Ejecutar[101]:

```
cat 99mar23ebre.a.dmx 99mar23bell.a.dmx |
   gawk '{if ($1=="ebre") {r[$2 $3]=$5}
    else {if (length(r[$2 $3])!=0) printf "%s %6i %02i %14.6f
    %6.3f %14.9f %14.9f %14.9f %14.9f %3i \n",
    "PC",$2,$3,$5-r[$2 $3],10,$6,$7,$8,$9,$11}}'>Dbell_ebre.mod
```

(d) De acuerdo con el esquema definido en la sección 7.1 de teoría (página 142, escribir el sistema de ecuaciones de navegación para este problema en diferencias simples.

(e) Calcular la solución de navegación mediante el filtro de Kalman implementado en el programa `kalman0`[102]. Modelar las coordenadas y el reloj del receptor como "white-noise" (posicionamiento cinemático puro), estableciendo los siguientes parámetros en la namelist `kalman.nml`[103]:

[101] Estas instrucciones están contenidas en el script `Dbell_ebre.scr`. Por tanto, basta con ejecutar: `Dbell_ebre.scr`.

[102] Ver la descripción de `kalman0` en la cabecera del código `textedit kalman0.f`.

[103] Estos valores se han salvado en el fichero `kalman.nml_D_WN`.

```
Pxx=1.d+8 m2      fi_x=0.d0     Qxx=1.d+8 m2
Pyy=1.d+8 m2      fi_y=0.d0     Qyy=1.d+8 m2
Pzz=1.d+8 m2      fi_z=0.d0     Qzz=1.d+8 m2
Ptt=9.d+16m2      fi_t=0.d0     Qtt=9.d+16m2
```

Ejecutar:

```
cp kalman.nml_D_WN kalman.nml
cat Dbell_ebre.mod | kalman0 > Dbell_ebre.pos
```

El fichero obtenido `Dbell_ebre.pos` contiene los siguientes campos (ver la cabecera del programa `kalman0`):

```
sec x y z t
```

donde `x, y, z` son las desviaciones de las estimaciones respecto del valor nominal adoptado (apriories correspondientes al fichero `sta.pos`[104]) (WGS'84) y `t` es el offset del reloj del receptor de la estación `bell` relativo al de la estación `ebre` (notar que se están utilizando como datos las diferencias de observables entre `bell` y `ebre`).

(f) Representar gráficamente los valores obtenidos para `x,y,z`, al posicionar cinemáticamente la estación `bell` relativa a la estación `ebre` (cuyas coordenadas se han supuesto conocidas y fijas).

Ejecutar:

```
gnuplot
set yrange[-20:20]
plot "Dbell_ebre.pos" u 2:3, "Dbell_ebre.pos" u 2:4,
     "Dbell_ebre.pos" u 2:5
set yrange[-200:200]
replot
exit
```

(g) Comparar las estimaciones diferenciales obtenidas en el apartado anterior (`Dbell_ebre.pos`), con las las estimaciones absolutas de los ficheros `99mar23bell.a.pos` y `99mar23ebre.a.pos`, obtenidos en el apartado (b) al procesar cada estación por separado con el **GCAT**.

[104] Al igual que en las prácticas anteriores, los valores contenidos en el fichero `sta.pos` definen las verdaderas coordenadas de los receptores. Por tanto, los valores de `x,y,z` son, directamente el error de posicionamiento (o discrepancia respecto al verdadero valor).

Ejecutar:

```
gnuplot
set yrange[-200:200]
plot "99mar23bell.a.pos" u 2:3,"99mar23bell.a.pos" u 2:4,
     "99mar23bell.a.pos" u 2:5
plot "99mar23ebre.a.pos" u 2:3,"99mar23ebre.a.pos" u 2:4,
     "99mar23ebre.a.pos" u 2:5
exit
```

i. ¿Estaba activada la S/A en la época en que se registraron estas observaciones (23 de Mayo de 1999)?

ii. ¿Qué error cabría esperar en el posicionamiento absoluto de cada receptor?

iii. ¿Por qué se ha reducido de forma tan notable el error de posicionamiento en modo diferencial?

(h) Calcular la diferencia de las estimaciones individuales contenidas en los ficheros `99mar23bell.a.pos` y `99mar23ebre.a.pos` y compararlas con los valores del fichero `Dbell_ebre.pos`.
Ejecutar:

```
cat 99mar23ebre.a.pos 99mar23bell.a.pos|
    gawk '{if (length(x[$1])!=0)
    {print $1,$2-x[$1],$3-y[$1],$4-z[$1],$5-t[$1]}
    else {x[$1]=$2;y[$1]=$3;z[$1]=$4;t[$1]}}' > dif.pos

gnuplot
set yrange[-20:20]
plot "Dbell_ebre.pos" u 2:3,"dif.pos" u 2:3
plot "Dbell_ebre.pos" u 2:4,"dif.pos" u 2:4
plot "Dbell_ebre.pos" u 2:5,"dif.pos" u 2:5
plot "Dbell_ebre.pos" u 2:6,"dif.pos" u 2:6
exit
```

i. A la vista de este resultado, justificar "intuitivamente" por qué disminuye el error al posicionar en modo diferencial.

ii. ¿Deberían coincidir "exactamente" los valores de los ficheros `dif.pos` y `Dbell_ebre.pos`?

3. [**Posicionamiento diferencial: Dobles Diferencias**].

   Al igual que en el ejercicio anterior, utilizar el programa **GCAT** para calcular la matriz de diseño (con órbitas broadcast) para cada receptor. A continuación, calcular las dobles diferencias de los "prefit-residuals" y de las derivadas parciales, con el fin de plantear y resolver las ecuaciones de navegación (en modo doble diferenciado). Tomar como estación de referencia `"ebre"` y como satélite de referencia `PRN21`.

   Para ello, se pueden seguir los siguientes pasos:

   (a) A partir del fichero, `99mar23bell_ebre.s.gz`, y seleccionando las observaciones correspondientes a las estaciones `bell` y `ebre`, generar los ficheros `99mar23bell.a` y `99mar23ebre.a` para ser procesados por el **GCAT**.

   ```
   zgrep bell 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23bell.a
   zgrep ebre 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23ebre.a
   ```

   (b) Mediante el programa **GCAT** calcular la matriz de diseño para cada estación por separado.

   Para ello, se seleccionarán las mismas opciones que en el ejercicio anterior:

   - Carpeta `[MODEL]`
     `[Ionspheric refraction = NO]`, pues se está trabajando con la combinación libre de ionosfera PC.
     `[Satellite coordinates at emission: Using the PR]`, pues se utiliza el algoritmo basado en el pseudorango.
   - Carpeta `[FILTER]`
     `[Kinematic Positioning]` `[White noise]`
   - Carpeta `[RESULTS]`
     `[Write Design matrix]`: para que escriba la matriz de diseño conteniendo los prefit residuals y las derivadas parciales para la estación procesada.

   Finalmente, pulsar **File**, con las opciones indicadas anteriormente, seleccionar el fichero `99mar23bell.a` y pulsar **Go**. Repetir lo mismo para el fichero `99mar23ebre.a`.
   Se habrán generado los siguientes ficheros: `99mar23bell.a.dmx` y `99mar23ebre.a.dmx`

(c) Tomando como referencia la estación `ebre` y el satélite `PRN21`, calcular las dobles diferencias de los siguientes campos [`prefit` $\partial R/\partial x$ $\partial R/\partial y$ $\partial R/\partial z$] entre ambos ficheros y generar un nuevo fichero con el formato correspondiente al input del programa `kalman0`. Utilizar para ello el script `DDbell_ebre21.scr`[105]:

Ejecutar:

```
DDbell_ebre21.scr PC 99mar23bell.a.dmx 99mar23ebre.a.dmx
```

Como resultado, se habrá generado el fichero `DDbell_ebre21_PC.mod` conteniendo los siguientes campos[106]:

`type sec PRN` $\nabla\Delta$`prefit 10` $\nabla\partial R/\partial x$ $\nabla\partial R/\partial y$ $\nabla\partial R/\partial z$ $\nabla\partial R/\partial t$ `iarc`

(d) De acuerdo con el esquema definido en la sección 7.2 de teoría (página 143) escribir el sistema de ecuaciones de navegación para este problema en diferencias dobles.

(e) Calcular la solución de navegación mediante el filtro de Kalman implementado en el programa `kalman0`. Modelar las coordenadas como "white-noise" (posicionamiento cinemático puro) y "fijar el reloj del receptor", de acuerdo con los siguientes parámetros[107]:

```
Pxx=1.d+8 m2      fi_x=0.d0     Qxx=1.d+8 m2
Pyy=1.d+8 m2      fi_y=0.d0     Qyy=1.d+8 m2
Pzz=1.d+8 m2      fi_z=0.d0     Qzz=1.d+8 m2
Ptt=9.d-16m2      fi_t=0.d0     Qtt=9.d-16m2
```

¿Por qué debe fijarse el reloj del receptor en el programa `kalman0`?

Ejecutar:

```
cp kalman.nml_DD_WN kalman.nml
cat DDbell_ebre21_PC.mod | kalman0 > DDbell_ebre21.pos0
```

El fichero obtenido `DDbell_ebre21.pos0` contiene los siguientes campos (ver la cabecera del programa `kalman0`) `sec x y z t`, donde `x,y,z` son las desviaciones de las estimaciones respecto del valor nominal adoptado (apriories correspondientes al fichero `sta.pos`) (WGS'84) y `t` es el offset del reloj del receptor (que se ha fijado a cero).

[105] Para más detalles sobre el cálculo de estas dobles diferencias, editar y examinar este script `textedit DDbell_ebre21.scr`.

[106] Notación: $\nabla\Delta\diamondsuit = (\diamondsuit^{j}_{bell} - \diamondsuit^{21}_{bell}) - (\diamondsuit^{j}_{ebre} - \diamondsuit^{21}_{ebre})$.

[107] Estos valores se han salvado en el fichero `kalman.nml_DD_WN`.

(f) Representar gráficamente los valores obtenidos para `x,y,z` al posicionar cinemáticamente (en modo doble diferenciado) la estación `bell` relativa a `ebre`.
Ejecutar:

```
gnuplot
set yrange[-20:20]
plot "DDbell_ebre21.pos0" u 2:3
plot "DDbell_ebre21.pos0" u 2:4
plot "DDbell_ebre21.pos0" u 2:5
exit
```

(g) Comparar las estimaciones obtenidas `DDbell_ebre21.pos0` con las del ejercicio anterior `Dbell_ebre.pos`.
Ejecutar:

```
gnuplot
set yrange[-20:20]
plot "DDbell_ebre21.pos0" u 2:3,"Dbell_ebre.pos" u 2:3
plot "DDbell_ebre21.pos0" u 2:4,"Dbell_ebre.pos" u 2:4
plot "DDbell_ebre21.pos0" u 2:5,"Dbell_ebre.pos" u 2:5
exit
```

¿Deberían coincidir estas estimaciones?

(h) Representar gráficamente las estimaciones de los relojes de los receptores de `bell` y `ebre` contenidas en los ficheros `99mar23bell.a.pos` y `99mar23ebre.a.pos` obtenidos anteriormente al procesar cada estación individualmente con el **GCAT** en el apartado (b).

Ejecutar:

```
gnuplot
set auto
plot "99mar23bell.a.pos" u 1:5,
     "99mar23ebre.a.pos" u 1:5
exit
```

¿El hecho de que los relojes de los receptores de `bell` y `ebre` estén desincronizados respecto de la escala de tiempo GPS (con un offset de hasta 1 milisec en el caso de `ebre`), puede afectar al posicionamiento al trabajar en dobles diferencias? (ver ejercicio 3 de la práctica 7b). ¿De qué manera?

4. Repetir el ejercicio anterior, pero utilizando el algoritmo geométrico (i.e., tomar la opcion `[Satellite coordinates at emission: Geometric]` en GCAT) para el cálculo de las coordenadas de los satélites en el instante de emisión (notar que se asume el sistema de ecuaciones de navegación en diferencias dobles de sección 7.2 de teoría, página 143.). Renombrar el fichero obtenido como `DDbell_ebre21.pos1`.

5. Utilizar las estimaciones de los offsets de los relojes de los receptores `bell` y `ebre` obtenidos en el ejercicio anterior (4) para corregir las marcas de tiempo[108] de los ficheros `99mar23bell.a` y `99mar23ebre.a`.

   Para ello, se propone seguir el siguiente procedimiento:

   i. Volver a generar los ficheros originales:

```
zgrep bell 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23bell.a
zgrep ebre 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23ebre.a
```

   ii. Generar unos ficheros con los valores de los offsets de los relojes de los receptores `bell` y `ebre`. Para ello se pueden aprovechar las estimaciones de los relojes de los ficheros `99mar23bell.a.pos` y `99mar23ebre.a.pos`, obtenidos en el ejercicio anterior[109].

```
cat 99mar23bell.pos|gawk '{print $1,$5}' > bell_clock
cat 99mar23ebre.pos|gawk '{print $1,$5}' > ebre_clock
```

   iii. Corregir las marcas de tiempo de las épocas registradas en los ficheros de observaciones `99mar23bell.a` y `99mar23ebre.a`, para que se expresen en la escala de tiempo GPS.

```
cat bell_clock 99mar23bell.a | gawk '{if (NF==2){s[$1*1]=$2}
  else {if (length(s[$3*1])!=0) {a=$3-s[$3*1]/3e8;
  printf "%s %s %14.8f %s %14.10f %14.10f %14.10f %14.10f %s \n",
  $1,$2,a,$4,$5,$6,$7,$8,$9}}}' > nada
mv nada 99mar23bell.a
cat ebre_clock 99mar23ebre.a | gawk '{if (NF==2){s[$1*1]=$2}
  else {if (length(s[$3*1])!=0) {a=$3-s[$3*1]/3e8;
  printf "%s %s %14.8f %s %14.10f %14.10f %14.10f %14.10f %s \n",
  $1,$2,a,$4,$5,$6,$7,$8,$9}}}' > nada
mv nada 99mar23ebre.a
```

[108] Notar que cada receptor registra las épocas de observación (marcas de tiempo) según su reloj interno, el cual puede presentar un offset importante (hasta 1 milisegundo) respecto de la escala de tiempo GPS.

[109] Estos ficheros también están disponibles en el directorio de ficheros.

iv. Repetir los mismos pasos del ejercicio anterior (4.) para posicionar la estación `bell` relativa a `ebre` en modo doble diferenciado, con estos nuevos ficheros `99mar23bell.a` y `99mar23bell.a`, cuyas épocas de observación (marcas de tiempo) ya se han ajustado a la escala de tiempo GPS. Utilizar la opción `[Satellite coordinates at emission: Geometric]`. Responder a las siguientes cuestiones:

(a) Representar gráficamente las desviaciones `x, y, z` y comparar con las del ejercicio anterior (4.) (`DDbell_ebre21.pos1`) (recordar que en este ejercicio se utilizó el método geométrico para el cálculo de la época de emisión de la señal). Ejecutar:

```
gnuplot
set yrange[-20:20]
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:3,"DDbell_ebre21.pos1" u 2:3
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:4,"DDbell_ebre21.pos1" u 2:4
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:5,"DDbell_ebre21.pos1" u 2:5
exit
```

¿Coinciden los resultados obtenidos con los del ejercicio 4?

i. ¿En qué intervalo de tiempo se aprecia una mayor discrepancia entre las estimaciones contenidas en los ficheros `DDbell_ebre21.pos` y `DDbell_ebre21.pos0`? ¿De qué orden son las discrepancias?

ii. ¿Por qué a partir del instante $t \simeq 63000$ sec, vuelven a coincidir las estimaciones de `DDbell_ebre21.pos` y `DDbell_ebre21.pos0`?

iii. ¿En qué instante se produce el reajuste de 1 milisegundo en el reloj del receptor `ebre`?

iv. ¿Afectaría este problema al posicionar con diferencias simples?

(b) Representar gráficamente las desviaciones `x, y, z` y comparar con las del ejercicio (3.) (`DDbell_ebre21.pos0`) (recordar que en este ejercicio se utilizó el método del pseudorango para el cálculo de la época de emisión de la señal).
Ejecutar:

```
gnuplot
set yrange[-20:20]
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:3,"DDbell_ebre21.pos0" u 2:3
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:4,"DDbell_ebre21.pos0" u 2:4
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:5,"DDbell_ebre21.pos0" u 2:5
exit
```

¿Coinciden los resultados obtenidos con los del ejercicio 3? ¿Por qué?

Respuestas

Práctica 7a
Posicionamiento diferencial

2.d
2.g
2.h
3.e
3.g
3.h
4.g
4.h
5.a
5.b

Práctica 7b
Posicionamiento diferencial con código y fase.

Objetivos

Estudiar el posicionamiento diferencial con código y fase, resolviendo un sistema de ecuaciones con los observables doble diferenciados. Estudiar la resolución exacta de ambigüedades y comparar las soluciones obtenidas "flotando" y "fijando" ambigüedades.

Ficheros a utilizar
`99mar23bell_ebre.s.gz, DDbell_ebre21.ion, DDbell_ebre21.bc, sta.pos, 99mar23bell.eph, 99mar23ebre.eph, 99mar23bell.sp3, 99mar23ebre.sp3, DDbell_ebre21_eci.mod, DDbell_ebre21_eph.mod, 99mar23bell.a_PC.pos, 99mar23ebre.a_PC.pos, kalman.nml_DD_WN`

Programas a utilizar
`GCAT, kalman, ambisolv, DDbell_ebre21.scr, DDobs.scr, add.scr`

Desarrollo

1. Copiar los programas y ficheros de la práctica en el directorio de trabajo.

2. [**Posicionamiento diferencial con LC PC en dobles diferencias**]
   Como ya se ha indicado en la práctica anterior, `99mar23bell_ebre.s.gz` contiene observaciones a 30 segundos registradas por dos receptores (bell, ebre) situados a unos 100Km de distancia. Los datos están dispuestos según los siguientes campos: `[sta doy sec PRN LC LI PC PI arco]`.

   Utilizar el programa **GCAT** para generar la matriz de diseño (con órbitas broadcast) para las medidas de código PC de cada receptor. Repetir el mismo procedimiento para las medidas de fase LC. A continuación, calcular las dobles diferencias de los "prefit-residuals" y de las derivadas parciales, con el fin de plantear y resolver las ecuaciones de navegación en modo doble diferenciado para el código y la fase. Tomar como estación de referencia `"ebre"` y como satélite de referencia `PRN21`.

   Para ello, se propone seguir los siguientes pasos:

♢ *Generación de la matriz de diseño para las medidas de código PC:*
Se procederá de forma idéntica al el ejercicio 3 de la práctica 7a.

(a) A partir del fichero, `99mar23bell_ebre.s.gz`, y seleccionando las observaciones correspondientes a las estaciones `bell` y `ebre`, generar los ficheros `99mar23bell.a` y `99mar23ebre.a` para ser procesados por el **GCAT**.

```
zgrep bell 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23bell.a
zgrep ebre 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23ebre.a
```

(b) Mediante el programa **GCAT** calcular la matriz de diseño para cada estación por separado.

Para ello, se seleccionarán las mismas opciones que en la práctica 7a:

- Carpeta `[MODEL]`
  `[Ionspheric refraction = NO]`, pues se está trabajando con la combinación libre de ionosfera PC.
  `[Satellite coordinates at emission: Using the PR]`, pues se utiliza el algoritmo basado en el pseudorango.
- Carpeta `[FILTER]`
  `[Kinematic Positioning]` `[White noise]`
- Carpeta `[RESULTS]`
  `[Write Dessign matrix]`: para que escriba la matriz de diseño conteniendo los prefit residuals y las derivadas parciales para la estación procesada.

Finalmente, pulsar **File**, con las opciones indicadas anteriormente, seleccionar el fichero `99mar23bell.a` y pulsar **Go**[110]. Repetir lo mismo para el fichero `99mar23ebre.a`.
Se generarán los siguientes ficheros[111]:
`99mar23bell.a.dmx` y `99mar23ebre.a.dmx`, que renombraremos como:

[110] Notar que **GCAT** procesa las observaciones correspondientes a la séptima columna del fichero de datos `*.a` y no utiliza los valores de las columnas quinta sexta o octava. De acuerdo con el formato indicado anterioremente los ficheros `99mar23bell.a` o `99mar23ebre.a` contienen en su séptima columna las medidas de código `PC`, y por tanto, éstas serán las que se procesarán por defecto.

[111] Su formato es: `sta sec PRN "C" prefit` $\partial R/\partial x$ $\partial R/\partial y$ $\partial R/\partial z$ $\partial R/\partial t$ `elev iarc`.
Nota: `iarc` indica el número de arco de fase. Sirve para identificar los instantes en que se producen cycle-slips en la fase. Si se trabajara únicamente con medidas de código se podría prescindir de este campo. "El caracter C" es fijo.

```
mv 99mar23bell.a.dmx 99mar23bell.a_PC.dmx
mv 99mar23ebre.a.dmx 99mar23ebre.a_PC.dmx
```

También se generarán los ficheros: `99mar23bell.a.pos` y `99mar23ebre.a.pos`, que guardaremos con los siguientes nombres para ejercicios posteriores:

Ejecutar:

```
mv 99mar23bell.a.pos 99mar23bell.a_PC.pos
mv 99mar23ebre.a.pos 99mar23ebre.a_PC.pos
```

♢ *Generación de la matriz de diseño para las medidas de fase LC*[112]:

Como ya se ha comentado anteriormente, el programa **GCAT** procesa por defecto, las observaciones correspondientes a la séptima columna del fichero de datos `*.a`, y no utiliza los valores de las columnas quinta, sexta o octava. Para procesar las medidas de fase "LC" (que se encuentran en la quinta columna de los ficheros `99mar23bell.a`, `99mar23ebre.a`), deberá substituirse el contenido de la séptima columna (PC) por la quinta (LC) y repetir los mismos pasos que en el apartado (b) anterior. Es decir, ejecutar:

```
cat 99mar23bell.a |gawk '{$7=$5; print $0}'> nada
mv nada 99mar23bell.a
cat 99mar23ebre.a |gawk '{$7=$5; print $0}'> nada
mv nada 99mar23ebre.a
```

A continuación repetir las mismas operaciones que en el apartado (b), sobre estos nuevos ficheros.
Una vez ejecutado el **GCAT**, renombrar los ficheros:

```
mv 99mar23bell.a.dmx 99mar23bell.a_LC.dmx
mv 99mar23ebre.a.dmx 99mar23ebre.a_LC.dmx
```

(c) Tomando como referencia la estación `ebre` y el satélite `PRN21`, calcular las dobles diferencias de los siguientes campos [`prefit` $\partial R/\partial x$ $\partial R/\partial y$ $\partial R/\partial z$] entre ambos ficheros y generar un nuevo fichero con el el formato correspondiente al input del programa `kalman`[113]. Utilizar para ello el script `DDbell_ebre21.scr`:

[112] El programa **GCAT** está diseñado para procesar únicamente medidas de código y no incorpora, por tanto, la corrección debida al *wind-up* (que afecta únicamente a la fase). No obstante, al tratarse de receptores a 100Km, buena parte de esta corrección se cancelará al formar diferencias entre ellas.

[113] `kalman` es similar a `kalman0`, salvo que está preparado para estimar los bias de los arcos de

Ejecutar:

```
DDbell_ebre21.scr PC 99mar23bell.a_PC.dmx 99mar23ebre.a_PC.dmx
DDbell_ebre21.scr LC 99mar23bell.a_LC.dmx 99mar23ebre.a_LC.dmx
```

Se generarán los ficheros `DDbell_ebre21_PC.mod` y `DDbell_ebre21_LC.mod` conteniendo los siguientes campos[114]:

`type sec PRN` $\nabla\Delta$`prefit` σ_{obs} $\nabla\partial R/\partial x$ $\nabla\partial R/\partial y$ $\nabla\partial R/\partial z$ $\nabla\partial R/\partial t$ `iarc`

(Nota: El valor de `iarc` indica los arcos continuos de fase, cambiando cada vez que se produce un cycle-slip[115]. El valor adoptado para σ_{obs} es de 10m para las medidas de código "PC" y de 0.01m para las de fase "LC")

(d) Juntar los dos ficheros anteriores en un solo fichero y ordenarlo por tiempo.
Ejecutar:

```
cat DDbell_ebre21_LC.mod DDbell_ebre21_PC.mod|
                         sort -n +1 +2 > DDbell_ebre21.mod
```

Renombrar el fichero `DDbell_ebre21.mod` obtenido para ser utilizado más tarde:
`cp DDbell_ebre21.mod DDbell_ebre21_eph.mod`

(e) De acuerdo con el esquema definido en el apartado 7.3 de teoría (página 146), escribir el sistema de ecuaciones de navegación, con código y fase, para este problema en diferencias dobles.

(f) Calcular la solución de navegación con LC PC, utilizando el filtro de Kalman implementado en el programa `kalman`. Modelar las coordenadas como "white-noise" (posicionamiento cinemático puro) y "fijar el reloj del receptor", de acuerdo con los siguientes parámetros[116]:

```
Pxx=1.d+8 m2      fi_x=0.d0     Qxx=1.d+8 m2
Pyy=1.d+8 m2      fi_y=0.d0     Qyy=1.d+8 m2
Pzz=1.d+8 m2      fi_z=0.d0     Qzz=1.d+8 m2
Ptt=9.d-16m2      fi_t=0.d0     Qtt=9.d-16m2
```

fase (ver la cabecera de código: `textedit kalman.f`). Estos se modelan como constantes a lo largo de arcos contínuos y white-noise (con $\sigma^2 = 9\ 10^{16} m^2$) en los instantes en que se producen cycle-slips. La namelist es la misma que para `kalman0`.

[114] Notación: $\nabla\Delta\diamondsuit = (\diamondsuit^j_{bell} - \diamondsuit^{21}_{bell}) - (\diamondsuit^j_{ebre} - \diamondsuit^{21}_{ebre})$.

[115] Para `iarc` se han ido sumando los valores, en vez de formar dobles diferencias.

[116] Estos valores se han salvado en el fichero `kalman.nml_DD_WN`.

Ejecutar:

```
cp kalman.nml_DD_WN kalman.nml
cat DDbell_ebre21.mod | kalman | grep X > DDbell_ebre21.pos
```

El fichero obtenido `DDbell_ebre21.pos` contiene los siguientes campos (ver la cabecera del programa `kalman`): `sec x y z t`.

donde `x,y,z` son las desviaciones de las estimaciones respecto del valor nominal adoptado (apriories correspondientes al fichero `sta.pos`) (WGS'84) y `t` es el offset del reloj del receptor (que en este caso se ha fijado a cero, pues no debe estimarse).

(g) Representar gráficamente los valores obtenidos para `x,y,z` al posicionar cinemáticamente, con código y fase y en modo doble diferenciado, la estación `bell` relativa a `ebre`.
Ejecutar:

```
gnuplot
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:3, "DDbell_ebre21.pos" u 2:4,
     "DDbell_ebre21.pos" u 2:5
exit
```

i. ¿Son razonables los resultados obtenidos?

ii. ¿Se observa algún salto en las estimaciones de $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ hacia el final del intervalo de datos analizado? ¿Se observaba al posicionar únicamente con el código?

(h) Representar gráficamente las estimaciones de los relojes de los receptores de `bell` y `ebre` contenidas en los ficheros `99mar23bell.a_PC.pos` y `99mar23ebre.a_PC.pos` obtenidos anteriormente al procesar cada estación individualmente con el **GCAT**.

Ejecutar:

```
gnuplot
plot "99mar23bell.a_PC.pos" u 1:5, "99mar23ebre.a_PC.pos" u 1:5
exit
```

Responder únicamente en caso de observarse algún salto en las estimaciones de $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ hacia el final del intervalo de datos analizado:

i. ¿Existe alguna relación entre el salto que se observa en la solución de navegación y el offset de los relojes de `bell` y `ebre`?

ii. ¿Cómo se explica que "sigan manifestándose" los relojes de los receptores de `bell` y `ebre` a pesar de haber "sido cancelados" al formar las dobles diferencias?

iii. ¿Cómo podría mejorarse el resultado de posicionamiento?

3. Repetir el ejercicio anterior, pero utilizando el algoritmo geométrico para el cálculo de las coordenadas de los satélites en el instante de emisión (notar que se asume el sistema de ecuaciones de navegación en diferencias dobles de sección 7.3 de teoría, página 146.)

4. Siguiendo el mismos procedimiento que en el ejercicio 5 de la práctica 7a, utilizar las estimaciones de los offsets de los relojes de los receptores `bell` y `ebre` obtenidas en el ejercicio anterior para corregir las marcas de tiempo de los ficheros `99mar23bell.a` y `99mar23ebre.a`.

   Para ello, se propone seguir el siguiente procedimiento:

   i. Volver a generar los ficheros originales:

```
zgrep bell 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23bell.a
zgrep ebre 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23ebre.a
```

   ii. Generar unos ficheros con los valores de los offsets de los relojes de los receptores `bell` y `ebre`. Para ello se pueden aprovechar las estimaciones de los relojes de los ficheros `99mar23bell.a_PC.pos` y `99mar23ebre.a_PC.pos`, obtenidos en el ejercicio anterior[117].

```
cat 99mar23bell.a_PC.pos|gawk '{print $1,$5}' > bell_clock
cat 99mar23ebre.a_PC.pos|gawk '{print $1,$5}' > ebre_clock
```

   iii. Corregir las marcas de tiempo de las épocas registradas en los ficheros, para que se expresen en la escala de tiempo GPS. Para este apartado, utilizar la opción `[Satellite coordinates at emission: Geometric]` en GCAT.

```
cat bell_clock 99mar23bell.a | gawk '{if (NF==2){s[$1*1]=$2}
  else {if (length(s[$3*1])!=0) {a=$3-s[$3*1]/3e8;
  printf "%s %s %14.8f %s %14.10f %14.10f %14.10f %14.10f %s \n",
  $1,$2,a,$4,$5,$6,$7,$8,$9}}}' > nada
mv nada 99mar23bell.a

cat ebre_clock 99mar23ebre.a | gawk '{if (NF==2){s[$1*1]=$2}
  else {if (length(s[$3*1])!=0) {a=$3-s[$3*1]/3e8;
  printf "%s %s %14.8f %s %14.10f %14.10f %14.10f %14.10f %s \n",
  $1,$2,a,$4,$5,$6,$7,$8,$9}}}' > nada
mv nada 99mar23ebre.a
```

   iv. Repetir los mismos pasos que en el ejercicio anterior (2.) para posicionar,

[117] Estos ficheros también están disponibles en el directorio "`ficheros`".

en modo doble diferenciado (con código y fase), la estación `bell` relativa a `ebre` con estos nuevos ficheros `99mar23bell.a` y `99mar23bell.a`, cuyas épocas de observación ya se han ajustado a la escala de tiempo GPS.

Nota: Para este apartado, utilizar en **GCAT** la opción:
"`Satellite coordinates at emission: Geometric`"

Responder a las siguientes cuestiones:

(a) Representar gráficamente las desviaciones `x,y,z`.
Ejecutar:

```
gnuplot
plot "DDbell_ebre21.pos" u 2:3, "DDbell_ebre21.pos" u 2:4
     "DDbell_ebre21.pos" u 2:5
exit
```

(b) ¿De qué orden son los errores obtenidos?

5. Repetir el ejercicio anterior (2.) utilizando órbitas precisas[118]. Para ello, se deberán seguir los mismos pasos y tomar las mismas opciones para al programa **GCAT**, salvo para la carpeta `MODEL`, donde se deberán seleccionar:

   - Carpeta `[MODEL]`
     `[precise Orbits and clocks]`
     `[Satellite Clock interpolation]` para que no deje de calcular las observaciones cuando no se disponga de relojes de satélites (en el fichero sp3.tmp se dan cada cinco minutos, y las observaciones son cada 30 segundos). Notar que estos valores de los relojes no se utilizarán, pues se cancelan al trabajar con dobles diferencias.
     `[Ionspheric refraction = NO]`, pues se está trabajando con la combinación libre de ionosfera PC o LC.

     `[Satellite coordinates at emission: Using the PR]`, pues se utiliza el algoritmo basado en el pseudorango.

   - Renombrar el fichero `DDbell_ebre21.mod` obtenido para ser utilizado más tarde:
     `cp DDbell_ebre21.mod DDbell_ebre21_eci.mod`

   (a) ¿De qué orden son las discrepancias obtenidas en `x,y,z`?

[118] El programa **GCAT** utilizará los ficheros de órbitas precisas `99mar23bell.sp3` y 99mar23ebre.sp3, que deben estar disponibles en el directorio de trabajo.

(b) Comparar estos resultados con los obtenidos en el ejercicio anterior utilizando órbitas broadcast. ¿Por qué son tan parecidos los resultados?

6. [**"Fijar" versus "Flotar" ambigüedades**]

   En este ejercicio se implementará de forma simplificada el método descrito en (Colombo et al., 1999) para obtener el "valor exacto" las ambigüedades de la fase $\nabla\Delta LC$ para dos estaciones separadas unos 100km. Con las ambigüedades reparadas (**fijadas** a sus valores exactos), se calculará la solución de navegación y se comparará con la que se obtiene estimando dichas ambigüedades como números reales (i.e., **flotadas**). Al tratarse de dos estaciones muy alejadas, no podrá suponerse nula la refracción ionosférica entre ellas, debiéndose de disponer de una predicción del $\nabla\Delta STEC$. Ésta puede obtenerse mediante un modelado preciso de la ionosfera a partir de una red de estaciones permanenes (Hernández-Pajares et al., 2000).

   - El fichero `DDbell_ebre21.obs` contiene las dobles diferencias de las observaciones de la estación `bell` relativas a la estación `ebre` y al satélite `PRN21`, de acuerdo con el siguiente formato[119]

     `[bell` **`ebre 21`** `PRN iarc sec` $\nabla\Delta LC$ $\nabla\Delta LW$ $\nabla\Delta LI$`]`

   - El fichero `DDbell_ebre21_eci.mod` es idéntico al obtenido anteriormente en el ejercicio 5. utilizando órbitas precisas[120]. Su contenido, como ya se ha indicado anteriormente, se organiza según los siguientes campos[121]:

     `type sec PRN` $\nabla\Delta$`prefit` σ_{obs} $\nabla\partial R/\partial x$ $\nabla\partial R/\partial y$ $\nabla\partial R/\partial z$ $\nabla\partial R/\partial t$ `iarc`

[119] Este fichero se ha obtenido aplicando el sript `DDobs.scr` al fichero `99mar23bell_ebre.s.gz` que contiene las observaciones (sin diferenciar) de cada estación. Para ello basta ejecutar `DDobs.scr 99mar23bell_ebre.s.gz`. Ver el código fuente de este script para más detalles. Notación: $\nabla\Delta\Diamond = (\Diamond^{j}_{bell} - \Diamond^{21}_{bell}) - (\Diamond^{j}_{ebre} - \Diamond^{21}_{ebre})$.

[120] Hay que hacer notar, que no se han introducio ni la corrección de *wind-up* para la fase, ni de *mareas sólidas* (ver GIPSY OASIS-II) para los receptores `bell` y `ebre`. No obstante, tratándose de estaciones a unos 100Km, buena parte de estos errores se cancelarán, no afectando demasiado al resultado. Tampoco se ha tenido encuenta la diferencia de centros de fase de antena para los receptores de `bell` y `ebre`, que viene a ser de unos 4 centímetros entre ellos. Asimismo, el modelo troposférico considerado es muy elemental (ver página 80).

[121] Por cuestiones de formato, los instantes de tiempo "sec" se han redondeado al segundo. No obstante, como puede comprobarse en el ejercicio 5, los valores de los prefit-residuals y de las derivadas parciales se han calculado con **GCAT** utilizando la opción: `Satellite coordinates at emission: Using PR`.

- El fichero `DD_STEC_bell_ebre21.ion` contiene los valores del STEC (en metros de LI) de la estación `bell` relativas a la estación `ebre` y al satélite `PRN21`, de acuerdo con el siguiente formato:

  `[bell` **ebre 21** `PRN sec` $\nabla\Delta$`STEC]`.

(a) `[FLOTANDO los bias` $\nabla\Delta Bc$`]` (i.e., estimado como números reales): Utilizando el filtro de Kalman implementado en el programa `kalman`, calcular la solución de navegación cinemática[122] con LC y PC y estimar los bias ($\nabla\Delta Bc$) de los arcos para los diferentes satélites del fichero `DDbell_ebre21_eci.mod`.
Ejecutar:

```
cp kalman.nml_DD_WN kalman.nml
cat DDbell_ebre21_eci.mod | kalman | grep B > DDbc
```

Nota: El fichero obtenido tiene el siguiente formato:
`DDbc= ["BIAS" sec bias_PRN01 bias_PRN02 ... bias_PRN32]`

i. Representar gráficamente los valores obtenidos $\nabla\Delta Bc$ para el satélite PRN29.
Ejecutar:

```
cat DDbc | gawk '{print $2,$31}' > DDbc_29
gnuplot
plot "DDbc_29"
exit
```

Notar que los valores de $\nabla\Delta Bc$ para el satélite PRN29 se encuentran en el campo 31 (=29+2).
¿Se produce algún cycle-slip para este satélite? ¿Cuánto vale el bias ($\nabla\Delta Bc$) al final de cada arco?

ii. Repetir el análisis anterior para cada satélite y comprobar que las estimaciones "al final" de los diferentes arcos se corresponden con los valores del fichero `DDbell_ebre21.bc`.
Nota: el fichero `DDbell_ebre21.bc` contiene los siguientes campos

`[bell` **ebre 21** `sec0 sec1 PRN iarc sec0 sec1` $\nabla\Delta Bc$`]`,

donde `sec0` y `sec1` definen el primer y el último punto del arco.

(b) Partiendo de los ficheros `DDbell_ebre21.obs`, `DDbell_ebre21.ion` y `DDbell_ebre21.bc`, generar con ayuda del script `add.scr`[123] el fichero

[122] Modelar las coordenadas como "white-noise" (posicionamiento cinemático puro) y "fijar el reloj del receptor", de acuerdo con los parámetros del fichero `kalman.nml_DD_WN`.
[123] Ver detalles en la cabecera del código.

DDbell_ebre21.dat, que servirá de base para aplicar el algoritmo de resolución de ambigüedades definido en el apartado 7.4 de teoría (página 147). El contenido del fichero resultante será:
[bell **ebre 21** PRN iarc sec $\nabla\Delta LC$ $\nabla\Delta LW$ $\nabla\Delta LI$ $\nabla\Delta STEC$ $\nabla\Delta Bc$]

Ejecutar:

```
add.scr DDbell_ebre21.obs DDbell_ebre21.ion DDbell_ebre21.bc
                                          > DDbell_ebre21.dat
```

(c) [Calculando el "valor exacto" de los bias $\nabla\Delta Bc$]
El programa ambisolv, implementa las ecuaciones descritas en el apartado 7.4 de teoría (página 147) para resolver las ambigüedades en L1 y L2 y calcular el valor exacto del bias $\nabla\Delta Bc$. El output de este programa proporciona una además de los valores exactos de $\nabla\Delta N1$, $\nabla\Delta N2$, $\nabla\Delta Bc$ de las ambigüedades resueltas, una serie de resultados intermedios del cálculo que permiten seguir y analizar el proceso de resolución. Editar el código fuente del programa ambisolve, identificar los diferentes campos de su OUTPUT, y generar el fichero DDbc_fix con los valores "exactos" de las ambigüedades $\nabla\Delta Bc$ para los diferentes arcos, en el siguiente formato:

```
PRN sec ∇ΔBc
```

Ejecutar:

```
textedit ambisolve.f

cat DDbell_ebre21.dat|ambisolv > DDbell_ebre21.amb
cat DDbell_ebre21.amb|gawk '{print $4,$6,$16}' > DDbc_fix
```

(d) [FIJANDO los bias $\nabla\Delta Bc$ y "reparando" $\nabla\Delta Lc$ a su valor exacto]
Seleccionar del fichero DDbell_ebre21_eci.mod las observaciones correspondientes a la fase LC, y corregir los valores $\nabla\Delta Lc$ con los valores "exactos" de las ambiguedades $\nabla\Delta Bc$ obtenidos anteriormente. A continuación cambiar la etiqueta "LC" por "PC" para que el filtro trate a estas fases reparadas como códigos[124]. Llamar DDbell_ebre21_eci_fix.mod al fichero generado.

Ejecutar:

[124]Notar que se han reparado completamente las medidas de fase. Se han eliminado los cycle-slips y corregido las ambigüedades con sus valores exactos. En suma se han obtenido unos observables inambigüos (como códigos) y muy precisos, pues se trata de medidas de fase.

```
grep LC DDbell_ebre21_eci.mod > LC.dat
cat DDbc_fix LC.dat|gawk '{if(NF==3) {Y[$1*1" "$2*1]=$3}
  else {if (length(Y[$3*1" "$2*1])!=0)
  {{$4=$4-Y[$3*1" "$2*1]; print $0}}}}' > nada
cat nada |sed 's/LC/PC/g' > DDbell_ebre21_eci_fix.mod
```

(e) Calcular la solución de navegación "flotando" las ambigüedades (fichero DDbell_ebre21_eci.mod). Repetir el cálculo utilizando el fichero fichero DDbell_ebre21_eci_fix.mod con las ambigüedades fijadas (a su valor exacto). Comparar los resultados obtenidos.
Ejecutar:

```
DDbell_ebre21_eci.mod    |kalman|grep X > DDbell_ebre21_eci.pos
DDbell_ebre21_eci_fix.mod|kalman|grep X > DDbell_ebre21_eci_fix.pos

gnuplot
plot "DDbell_ebre21_eci.pos" u 2:3 w linespoints 1,
     "DDbell_ebre21_eci_fix.pos" u 2:3 w linespoints 3

plot "DDbell_ebre21_eci.pos" u 2:4 w linespoints 1,
     "DDbell_ebre21_eci_fix.pos" u 2:4 w linespoints 3

plot "DDbell_ebre21_eci.pos" u 2:5 w linespoints 1,
     "DDbell_ebre21_eci_fix.pos" u 2:5 w linespoints 3
exit
```

7. Repetir el ejercicio anterior utlizando órbitas y relojes broadcast en vez de precisos. Utilizar el fichero `DDbell_ebre21_eph.mod` (este fichero es idéntico al obtenido en el ejercicio 2 de esta práctica).

   Ejecutar:

```
Mismos pasos que en el ejercicio anterior, pero con órbitas y relojes broadcast.

Llamar a los ficheros obtenidos DDbell_ebre21_eph.pos y
DDbell_ebre21_eph_fix.pos.

gnuplot
plot "DDbell_ebre21_eph.pos" u 2:3 w linespoints 1,
     "DDbell_ebre21_eph_fix.pos" u 2:3 w linespoints 3

plot "DDbell_ebre21_eph.pos" u 2:4 w linespoints 1,
     "DDbell_ebre21_eph_fix.pos" u 2:4 w linespoints 3

plot "DDbell_ebre21_eph.pos" u 2:5 w linespoints 1,
     "DDbell_ebre21_eph_fix.pos" u 2:5 w linespoints 3
exit
```

(a) Comparar los resultados obtenidos con órbitas broadcat y precisas.

(b) ¿Por qué se obtiene más error en las coordenadas x, z que en la y? (todas ellas están expresadas en el sistema WGS84)

8. Con el objeto de comprobar el efecto de la ionosfera entre `bell` y `ebre` en la resolución de ambigüedades, repetir el ejercicio 5 suponiendo que $\nabla\Delta STEC = 0$.

   Se propone seguir el siguiente procedimiento:

   i. Generar el fichero `DDbell_ebre21.NO_ion` con correcciones ionosféricas nulas.
   Ejecutar:

   ```
   cat DDbell_ebre21.ion|awk '{$NF=0; print $0}'
                                    > DDbell_ebre21.NO_ion
   ```

   ii. Repetir los mismos pasos que en el ejercicio 5, pero utilizando el fichero `DDbell_ebre21.NO_ion` para el $\nabla\Delta STEC$.

   Responder a las siguientes cuestiones:

   (a) Comparar la solución obtenida con la de los ejercicios anteriores.

   (b) Representar gráficamente los valores de $\nabla\Delta STEC$.
   Ejecutar:

   ```
   gnuplot
   set grid
   set yrange[-.5:.5]
   plot "DDbell_ebre21.ion" u 5:6
   exit
   ```

   (c) ¿De qué orden son las dobles diferencias de la refracción ionosférica? ¿Es de esperar que se puedan resolver las ambigüedades si se desprecia el $\nabla\Delta STEC$?

9. **¿Comprobar que a partir de los prefit-residuals[125] se puede obtener una estimación del reloj del receptor suficientemente buena como para realizar la corrección de reloj del ejercicio 3.
   Hacer el procesado (por ejemplo) con órbitas broadcast. En este caso, se podrán utilizar los ficheros `99mar23bell.a_PC.dmx`, `99mar23ebre.a_PC.dmx` generados en el ejercicio 2[126].

[125] y sin necesidad de resolver las ecuaciones de navegación.
[126] Estos ficheros también están disponibles en el directorio de ficheros.

Se propone seguir el siguiente procedimiento:

i. Volver a generar los ficheros originales:

```
zgrep bell 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23bell.a
zgrep ebre 99mar23bell_ebre.s.gz > 99mar23ebre.a
```

ii. Para cada estación (`bell`, `ebre`), generar un fichero con los prefit-residuals de los diferentes satélites observados. Estos valores proporcionan una estimación (algo ruidosa) de los offsets de los relojes de estas estaciones (seleccionar la opción `Satellite coordinates at emission: Geometric` en GCAT):

Ejecutar:

```
cat 99mar23bell.a_PC.dmx| gawk '{print $1,$2,$3,$5}' > clock_bell
cat 99mar23ebre.a_PC.dmx| gawk '{print $1,$2,$3,$5}' > clock_ebre
```

Notar que los valores obtenidos para los diferentes satélites correspondientes a una misma estación son muy similares, aunque no idénticos . Un refinamiento (que no hace falta) podría ser tomar su valor promedio para cada época.

(a) Calcular las diferencias entre los valores de los relojes obtenidos a partir de los prefit-residuals (ficheros `clock_bell` y `clock_ebre`) y las obtenidas en la solución de navegación contenida en los ficheros `99mar23bell.a_PC.pos` y `99mar23ebre.a_PC.pos`, generados en los ejercios previos.
Ejecutar:

```
cat 99mar23bell.a_PC.pos clock_bell|gawk '{if (NF>4){T[$1*1]=$5}
 else {if (length(T[$2*1])!=0) print $2,$3,$4-T[$2*1]}}' > dT_bell

cat 99mar23ebre.a_PC.pos clock_ebre|gawk '{if (NF>4){T[$1*1]=$5}
 else {if (length(T[$2*1])!=0) print $2,$3,$4-T[$2*1]}}' > dT_ebre

gnuplot
plot "dT_bell" u 1:3,"dT_ebre" u 1:3
exit
```

¿De qué orden son las diferencias obtenidas? ¿En cuánto afectarán a la corrección de las marcas de tiempo? ¿En cuánto afectarán al cálculo de las dobles diferencias del pseudorango?

(b) ¿Por qué son tan parecidas las diferencias obtenidas para las dos estaciones? ¿A qué pueden atribuirse estos valores?

iii. Corregir las marcas de tiempo de las épocas registradas en los ficheros:

```
cat clock_bell 99mar23bell.a | gawk '{if (NF==4){s[$2*1 $3*1]=$4}
  else {if (length(s[$3*1 $4*1])!=0) {a=$3-s[$3*1 $4*1]/3e8;
  printf "%s %s %14.8f %s %14.10f %14.10f %14.10f %14.10f %s \n",
  $1,$2,a,$4,$5,$6,$7,$8,$9}}}'>nada
cp nada 99mar23bell.a

cat clock_ebre 99mar23ebre.a | gawk '{if (NF==4){s[$2*1 $3*1]=$4}
  else {if (length(s[$3*1 $4*1])!=0) {a=$3-s[$3*1 $4*1]/3e8;
  printf "%s %s %14.8f %s %14.10f %14.10f %14.10f %14.10f %s \n",
  $1,$2,a,$4,$5,$6,$7,$8,$9}}}'>nada
cp nada 99mar23ebre.a
```

iv. Repetir los mismos pasos que en el ejercicio anterior (3) para el cálculo de las dobles diferencias y la estimación de coordenadas con estos nuevos ficheros `99mar23bell.a` y `99mar23bell.a`:.

(c) Se ha obtenido el mismo resultado que en la solución de navegación, del ejercicio 2?

Respuestas

Práctica 7b
Posicionamiento diferencial

2.e
2.g
2.h
3.h
4.a
5.a
5.b
6.e
7.b
8.a
8.b

Apéndice I: Estado de la constelación GPS

Navstar GPS Constellation Status
(08-01-12)

Blk II Seq	SVN	PRN Code	Internat. ID	NORAD Catalog Number	Orbit Plane Pos'n	Launch Date (UT)	Clock	Available/Decommissioned
Block I								
	01	04	1978-020A	10684		78-02-22		78-03-29 85-07-17
	02	07	1978-047A	10893		78-05-13		78-07-14 81-07-16
	03	06	1978-093A	11054		78-10-06		78-11-13 92-05-18
	04	08	1978-112A	11141		78-12-10		79-01-08 89-10-14
	05	05	1980-011A	11690		80-02-09		80-02-27 83-11-28
	06	09	1980-032A	11783		80-04-26		80-05-16 91-03-06
	07					81-12-18		Launch failure
	08	11	1983-072A	14189		83-07-14		83-08-10 93-05-04
	09	13	1984-059A	15039		84-06-13		84-07-19 94-06-20
	10	12	1984-097A	15271		84-09-08		84-10-03 95-11-18
	11	03	1985-093A	16129		85-10-09		85-10-30 94-04-13
Block II								
II-1	14	14	1989-013A	19802		89-02-14		89-04-15 00-04-14
II-2	13	02	1989-044A	20061		89-06-10		89-08-10 04-05-12
II-3	16	16	1989-064A	20185		89-08-18		89-10-14 00-10-13
II-4	19	19	1989-085A	20302		89-10-21		89-11-23 01-09-11
II-5	17	17	1989-097A	20361		89-12-11		90-01-06 05-02-22
II-6	18	18	1990-008A	20452		90-01-24		90-02-14 00-08-18
II-7	20	20	1990-025A	20533		90-03-26		90-04-18 96-05-10
II-8	21	21	1990-068A	20724		90-08-02		90-08-22 03-01-27
II-9	15	15	1990-088A	20830		90-10-01		90-10-15 07-03-14
Block IIA								
II-10	23	32	1990-103A	20959	E-5	90-11-26	Rb2	90-12-10 23:45 UT
II-11	24	24	1991-047A	21552	D-5	91-07-04	Cs4	91-08-30 04:44 UT
II-12	25	25	1992-009A	21890	A-5	92-02-23	Rb1	92-03-24 11:00 UT
II-13	28	28	1992-019A	21930		92-04-10		92-04-25 97-05

II-14	26	26	1992-039A	22014	F-5	92-07-07	Rb1	92-07-23 19:43 UT
II-15	27	27	1992-058A	22108	A-4	92-09-09	Cs4	92-09-30 20:08 UT
II-16	32	01	1992-079A	22231	F-6	92-11-22	Cs3	92-12-11 14:49 UT
II-17	29	29	1992-089A	22275		92-12-18		93-01-05 07-10-23
II-18	22	22	1993-007A	22446		93-02-03		93-04-04 03-08-06
II-19	31	31	1993-017A	22581		93-03-30		93-04-13 05-10-24
II-20	37	07	1993-032A	22657		93-05-13		93-06-12 07-12-20
II-21	39	09	1993-042A	22700	A-1	93-06-26	Cs4	93-07-20 12:54 UT
II-22	35	05	1993-054A	22779	B-5	93-08-30	Rb1	93-09-28 19:29 UT
II-23	34	04	1993-068A	22877	D-4	93-10-26	Rb1	93-11-22 18:20 UT
II-24	36	06	1994-016A	23027	C-5	94-03-10	Rb1	94-03-28 14:20 UT
II-25	33	03	1996-019A	23833	C-2	96-03-28	Cs4	96-04-09 21:17 UT
II-26	40	10	1996-041A	23953	E-3	96-07-16	Rb1	96-08-15 15:05 UT
II-27	30	30	1996-056A	24320	B-2	96-09-12	Cs3	96-10-01 15:28 UT
II-28	38	08	1997-067A	25030	A-3	97-11-06	Cs3	97-12-18 15:24 UT
Block IIR								
IIR-1	42	12				97-01-17		Launch failure
IIR-2	43	13	1997-035A	24876	F-3	97-07-23	Rb1	98-01-31 00:57 UT
IIR-3	46	11	1999-055A	25933	D-2	99-10-07	Rb1	00-01-03 15:02 UT
IIR-4	51	20	2000-025A	26360	E-1	00-05-11	Rb1	00-06-01 16:09 UT
IIR-5	44	28	2000-040A	26407	B-3	00-07-16	Rb2	00-08-17 13:51 UT
IIR-6	41	14	2000-071A	26605	F-1	00-11-10	Rb1	00-12-10 21:12 UT
IIR-7	54	18	2001-004A	26690	E-4	01-01-30	Rb1	01-02-15 15:51 UT
IIR-8	56	16	2003-005A	27663	B-1	03-01-29	Rb3	03-02-18 15:53 UT
IIR-9	45	21	2003-010A	27704	D-3	03-03-31	Rb3	03-04-12 05:27 UT
IIR-10	47	22	2003-058A	28129	E-2	03-12-21	Rb3	04-01-12 16:50 UT
IIR-11	59	19	2004-009A	28190	C-3	04-03-20	Rb3	04-04-05 17:06 UT
IIR-12	60	23	2004-023A	28361	F-4	04-06-23	Rb2	04-07-09 16:07 UT
IIR-13	61	02	2004-045A	28474	D-1	04-11-06	Rb3	04-11-22 16:23 UT
Block IIR-M								
IIR-M-1	53	17	2005-038A	28874	C-4	05-09-26	Rb3	05-12-16 23:30 UT
IIR-M-2	52	31	2006-042A	29486	A-2	06-09-25	Rb3	06-10-12 22:53 UT
IIR-M-3	58	12	2006-052A	29601	B-4	06-11-17	Rb3	06-12-13 03:07 UT
IIR-M-4	55	15	2007-047A	32260	F-2	07-10-17	Rb3	07-10-31 22:46 UT
IIR-M-5	57	29	2007-062A	32384	C-1	07-12-20	Rb3	08-01-02 20:41 UT

Notes
-----

1. NORAD Catalog Number is also known as U.S. Space Command (USSPACECOM) object number and NASA catalog number.
2. No orbital plane position = satellite decommissioned from operational service.
3. Clock: Rb = Rubidium; Cs = Cesium.

4. Selective Availability (S/A) had been enabled on Block II satellites during part of 1990; S/A off between about 10 August 1990 and 1 July 1991 due to Gulf crisis; standard level re-implemented on 15 November 1991; occasionally off for test and other purposes. S/A was set to 0 on all satellites by presidential order on 2 May 2000 at approximately 04:00 UT.
5. Anti-spoofing (A-S) was activated on 31 January 1994 at 00:00 UT on all Block II satellites (ref. NANU 050-94042); occasionally off for test and other purposes.
6. Availability dates:
   These are the dates when a particular satellite is set healthy following launch. Typically these dates are days to weeks after the L-band transmitters first become active.
7. Decommissioning dates:
   The decommissioning date for PRN06/SVN03 is the date of termination of operations of this satellite (ref. USNO) and is about 3 weeks later than other published dates for "deactivation".
   See earlier Navstar GPS Constellation Status reports for information on the decommissioning of inactive satellites. The PRN numbers of decommissioned satellites are re-assigned to new satellites.
8. PRN number of SVN32 was changed from 32 to 01 on 28 January 1993.
9. PRN05 and PRN06 are equipped with corner-cube reflectors for satellite laser ranging (SLR). SLR tracking of the satellites will permit onboard clock errors and satellite ephemeris errors in GPS tracking to be differentiated.
10. PRN06/SVN36 moving to slot C-5 (was C-1), making way for PRN29/SVN57 (ref. NANU 2008003).
11. PRN07/SVN37 had been set unhealthy since 17 August 2007. Decommissioned from active service on 20 December 2007. L-band transmitters remain active for end-of-life testing (ref. NANUs 2007108, 2007169).
12. PRN29/SVN57 was launched on 20 December 2007 at 20:04 UT and set usable on 2 January 2008 at 20:41 UT (ref. NANUs 2007170, 2007171, 2008001).
13. PRN32/SVN23, previously decommissioned, has been recommissioned for tests. After an initial test in December 2006, it has been continuously transmitting L-band signals since 2 April 2007. It was added to broadcast almanacs on 27 June 2007. It remains set unhealthy until further notice (ref. IGS and NANUs 2006155, 2007051, 2007081).
14. Constellation plot:
    <http://gge.unb.ca/Resources/GPSConstellationPlot.pdf>.
15. The next scheduled GPS satellite launches are (ref. NGA and Spaceflight Now):

IIR-19/M-6	NET 13 March 2008
IIR-20/M-7	NET 20 June 2008
IIR-21/M-8	NET 10 September 2008
IIF-1	NET January 2009

16. Compiled by Richard B. Langley, Dept. of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick.

Apéndice II: descripción del formato RINEX-2.10

Este apéndice contiene la descripción del formato de los ficheros RINEX "Receiver Independent Exchange Format". El símbolo ∗∗ colocado en algunos márgenes indica información opcional (ver **rinex2.10** que incorpora los satélites GLONASS y GEO en `http://www.ngs.noaa.gov/CORS/instructions2`).

```
1. THE PHILOSOPHY OF RINEX

The first proposal for the "Receiver Independent Exchange Format" RINEX has
been developed by the Astronomical Institute of the University of Berne for
the easy exchange of the GPS data to be collected during the large European
GPS campaign EUREF 89, which involved more than 60 GPS receivers of 4
different manufacturers. The governing aspect during the development was
the following fact:

Most geodetic processing software for GPS data use a well-defined set of
observables:

- the carrier-phase measurement at one or both carriers (actually being a
measurement on the beat frequency between the received carrier of the
satellite signal and a receiver-generated reference frequency).

- the pseudorange (code) measurement, equivalent to the difference of the
time of reception (expressed in the time frame of the receiver) and the
time of transmission (expressed in the time frame of the satellite) of a
distinct satellite signal.

- the observation time being the reading of the receiver clock at the
instant of validity of the carrier-phase and/or the code measurements.

Usually the software assumes that the observation time is valid for both
the phase AND the code measurements, AND for all satellites observed.

Consequently all these programs do not need most of the information that is
usually stored by the receivers:  They need phase, code, and time in the
above mentioned definitions, and some station-related information like
station name, antenna height, etc.
```

```
2. GENERAL FORMAT DESCRIPTION

Currently the format consists of six ASCII file types:
   1. Observation Data File
   2. Navigation Message File
   3. Meteorological Data File
   4. GLONASS Navigation Message File
   5. GEO Navigation Message File
   6. Satellite and Receiver Clock Date File

(The format definition of the clock files has been published in 1998
in a separate document by Jim Ray and Werner Gurtner, available at the IGS
Central Bureau Information System: ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/data/
format/rinex_clock.txt).

Each file type consists of a header section and a data section. The header
section contains global information for the entire file and is placed at
the beginning of the file. The header section contains header labels in
columns 61-80 for each line contained in the header section. These labels
are mandatory and must appear exactly as given in these descriptions and
examples.

The format has been optimized for mimimum space requirements independent
from the number of different observation types of a specific receiver by
indicating in the header the types of observations to be stored. In
computer systems allowing variable record lengths the observation records
may be kept as short as possible. Trailing blanks can be removed from the      |
records. The maximum record length is 80 bytes per record.                     |

Each Observation file and each Meteorological Data file basically contain
the data from one site and one session. RINEX Version 2 also allows to
include observation data from more than one site subsequently occupied by
a roving receiver in rapid static or kinematic applications. Although Version 2
allows to insert header records into the data field we do not recommend to
concatenate data of more than one receiver (or antenna) into the same file,
even if the data do not overlap in time.

If data from more than one receiver has to be exchanged it would not be
economical to include the identical satellite messages collected by the
different receivers several times. Therefore the Navigation Message File
from one receiver may be exchanged or a composite Navigation Message File
created containing non-redundant information from several receivers in
order to make the most complete file.

The format of the data records of the RINEX Version 1 Navigation Message
file is identical to the former NGS exchange format.
```

The actual format descriptions as well as examples are given in the Tables
at the end of the paper.

3. DEFINITION OF THE OBSERVABLES

GPS observables include three fundamental quantities that need to be defined:
Time, Phase, and Range.

TIME:

  The time of the measurement is the receiver time of the received signals.
  It is identical for the phase and range measurements and is identical for
  all satellites observed at that epoch. It is expressed in GPS time (not
  Universal Time).

PSEUDO-RANGE:

  The pseudo-range (PR) is the distance from the receiver antenna to the
  satellite antenna including receiver and satellite clock offsets (and
  other biases, such as atmospheric delays):

    PR = distance +
           c * (receiver clock offset - satellite clock offset +
                other biases)

  so that the pseudo-range reflects the actual behavior of the receiver
  and satellite clocks. The pseudo-range is stored in units of meters.

  See also clarifications for pseudoranges in mixed GPS/GLONASS files in
  chapter 8.1.

PHASE:

  The phase is the carrier-phase measured in whole cycles at both L1 and
  L2. The half-cycles measured by sqaring-type receivers must be converted
  to whole cycles and flagged by the wavelength factor in the header
  section.

  The phase changes in the same sense as the range (negative doppler). The
  phase observations between epochs must be connected by including the
  integer number of cycles. The phase observations will not contain any
  systematic drifts from intentional offsets of the reference oscillators.

The observables are not corrected for external effects like atmospheric

refraction, satellite clock offsets, etc.

If the receiver or the converter software adjusts the measurements using
the real-time-derived receiver clock offsets dT(r), the consistency of the
3 quantities phase / pseudo-range / epoch must be maintained, i.e. the
receiver clock correction should be applied to all 3 observables:

```
  Time(corr)  = Time(r)  -  dT(r)
  PR(corr)    =  PR(r)   -  dT(r)*c
  phase(corr) = phase(r) -  dT(r)*freq
```

DOPPLER:

The sign of the doppler shift as additional observable is defined as usual:
Positive for approaching satellites.

4. THE EXCHANGE OF RINEX FILES:

We recommend using the following naming convention for RINEX files:

```
        ssssdddf.yyt      ssss:    4-character station name designator
                           ddd:    day of the year of first record
                             f:    file sequence number within day
                                   0: file contains all the existing
                                      data of the current day
                            yy:    year
                             t:    file type:
                                   O: Observation file
                                   N: Navigation file
                                   M: Meteorological data file
                                   G: GLONASS Navigation file
                                   H: Geostationary GPS payload nav mess file
```

When data transmission times or storage volumes are critical we recommend
compressing the files prior to storage or transmission using the UNIX
"compress" und "uncompress" programs. Compatible routines are available on
VAX/VMS and PC/DOS systems, as well.

Proposed naming conventions for the compressed files:

File Types	UNIX	VMS	DOS
Obs Files	ssssdddf.yyO.Z	ssssdddf.yyO_Z	ssssdddf.yyY
Obs Files (Hatanaka compr)	ssssdddf.yyD.Z	ssssdddf.yyD_Z	ssssdddf.yyE
GPS Nav Files	ssssdddf.yyN.Z	ssssdddf.yyN_Z	ssssdddf.yyX
GLONASS Nav File	ssssdddf.yyG.Z	ssssdddf.yyG_Z	ssssdddf.yyV
GEO Nav Files	ssssdddf.yyH.Z	ssssdddf.yyH_Z	ssssdddf.yyU
Met Data Files	ssssdddf.yyM.Z	ssssdddf.yyM_Z	ssssdddf.yyW
Clock Files (see sep.doc.)	ssssdddf.yyC.Z	ssssdddf.yyC_Z	

References for the Hatanaka compression scheme: See e.g.

ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/software/rnxcmp/docs/

IGSMails 1525,1686,1726,1763,1785

5. RINEX VERSION 2 FEATURES

The following section contains features that have been introduced for RINEX Version 2:

5.1 Satellite Numbers:

Version 2 has been prepared to contain GLONASS or other satellite systems' observations. Therefore we have to be able to distinguish the satellites of the different systems: We precede the 2-digit satellite number with a system identifier.

snn

s: satellite system identifier
- G or blank : GPS
- R : GLONASS
- S : Geostationary signal payload
- T : Transit

nn:
- PRN (GPS), slot number (GLONASS)
- PRN-100 (GEO)
- two-digit Transit satellite number

Note: G is mandatory in mixed GPS/GLONASS files

(blank default modified in April 1997)

5.2 Order of the Header Records:

As the record descriptors in columns 61-80 are mandatory, the programs reading a RINEX Version 2 header are able to decode the header records with formats according to the record descriptor, provided the records have been first read into an internal buffer.

We therefore propose to allow free ordering of the header records, with the following exceptions:

- The "RINEX VERSION / TYPE" record must be the first record in a file

- The default "WAVELENGTH FACT L1/2" record must precede all records defining wavelength factors for individual satellites

- The "# OF SATELLITES" record (if present) should be immediately followed by the corresponding number of "PRN / # OF OBS" records. (These records may be handy for documentary purposes. However, since they may only be created after having read the whole raw data file we define them to be optional.

5.3 Missing Items, Duration of the Validity of Values

Items that are not known at the file creation time can be set to zero or blank or the respective record may be completely omitted. Consequently items of missing header records will be set to zero or blank by the program reading RINEX files. Trailing blanks may be truncated from the record. |
Each value remains valid until changed by an additional header record.

5.4 Event Flag Records

The "number of satellites" also corresponds to the number of records of the same epoch followed. Therefore it may be used to skip the appropriate number of records if certain event flags are not to be evaluated in detail.

5.5 Receiver Clock Offset

A large number of users asked to optionally include a receiver-derived clock offset into the RINEX format. In order to remove uncertainties if the data (epoch, pseudorange, phase) have been previously corrected or not by the reported clock offset, RINEX Version 2.10 requests a clarifying (new) header record.

It would then be possible to reconstruct the original observations if necessary.

As the output format for the receiver-derived clock offset is limited to nanoseconds the offset should be rounded to the nearest nanosecond before it is used to correct the observables in order to guarantee correct reconstruction.

6. ADDITIONAL HINTS AND TIPS

6.1 Version 1 / Version 2

Programs developed to read RINEX Version 1 files have to verify the version number. Version 2 files may look different (version number, END OF HEADER record, receiver and antenna serial number alphanumeric) even if they do not use any of the new features

6.2 Leading Blanks in CHARACTER fields

We propose that routines to read RINEX Version 2 files automatically delete leading blanks in any CHARACTER input field. Routines creating RINEX Version 2 files should also left-justify all variables in the CHARACTER fields.

6.3 Variable-length Records

DOS, and other, files may have variable record lengths, so we recommend to first read each observation record into a 80-character blank string and decode the data afterwards. In variable length records, empty data fields at the end of a record may be missing, especially in the case of the optional receiver clock offset.

6.4 Blank Fields

In view of future modifications we recommend to carefully skip any fields currently defined to be blank (Format fields nX), because they may be assigned to new contents in future versions.

6.5 2-Digit Years

RINEX version 2 stores the years of data records with two digits only. The header of observation files contains a TIME OF FIRST OBS record with the full four-digit year, the GPS nav messages contain the GPS week numbers. From these two data items the unambiguous year can easily be reconstructed.

A hundred-year ambiguity occurs in the met data and GLONASS and GEO nav messages: Instead of introducing a new TIME OF FIRST OBS header line it is safeto stipulate that any two-digit years in RINEX Version 1 and Version 2.xx files are understood to represent

```
80-99:  1980-1999
00-79:  2000-2079
```

Full 4-digit year fields could then be defined by a future RINEX version 3.

6.6 Fit Interval

Bit 17 in word 10 of subframe 2 is a "fit interval" flag which indicates the curve-fit interval used by the GPS Control Segment in determining the ephemeris parameters, as follows (see ICD-GPS-200, 20.3.3.4.3.1):

```
0 = 4 hours
1 = greater than 4 hours.
```

Together with the IODC values and Table 20-XII the actual fit interval can be determined. The second value in the last record of each message shall contain the fit interval in hours determined using IODC, fit flag, and Table 20-XII, according to the Interface Document ICD-GPS-200.

6.7 Satellite Health

The health of the signal components (bits 18 to 22 of word three in subframe one) are now (Version 2.10) included into the health value reported in the second field of the sixth nav mess records.

A program reading RINEX files could easily decide if bit 17 only or all bits (17-22) have been written:

```
RINEX Value:   0    Health OK
RINEX Value:   1    Health not OK (bits 18-22 not stored)
RINEX Value: >32    Health not OK (bits 18-22 stored)
```

6.8 Transmission Time of Message (Navigation message file)

The transmission time of message can be shortly before midnight Saturday/Sunday, the TOE and TOC of the message already in the next week. As the reported week in the RINEX nav message (BROADCAST ORBIT - 5 record) goes with ToE (this is different from the GPS week in the original satellite message!), the transmission time of message should be reduced by 604800 (i.e., will become negative) to also refer to the same week.

7. RINEX UNDER ANTISPOOFING (AS)

Some receivers generate code delay differences between the first and second frequency using cross-correlation techniques when AS is on and may recover the phase observations on L2 in full cycles. Using the C/A code delay on L1 and the observed difference it is possible to generate a code delay observation for the second frequency.

Other receivers recover P code observations by breaking down the Y code into P and W code.

Most of these observations may suffer from an increased noise level. In order to enable the postprocessing programs to take special actions, such AS-infected observations are flagged using bit number 2 of the Loss of Lock Indicators (i.e. their current values are increased by 4).

8. GLONASS Extensions

8.1 RINEX Observation File

8.1.1 Time System Identifier

The original RINEX Version 2 needed one major supplement, the explicit definition of the time system:

GLONASS is basically running on UTC (or, more precisely, GLONASS system time linked to UTC(SU)), i.e. the time tags are given in UTC and not GPS time. In order to remove possible misunderstandings and ambiguities, the header records "TIME OF FIRST OBS" and (if present) "TIME OF LAST OBS" in GLONASS and GPS observation files _can_, in mixed GLONASS/GPS observation files _must_ contain a time system identifier defining the system that all time tags in the file are referring to: "GPS" to identify GPS time, "GLO" to identify the GLONASS UTC time system. Pure GPS files default to GPS and pure GLONASS files default to GLO.

Format definitions see Table A1.

Hence, the two possible time tags differ by the current number of leap seconds.

In order to have the current number of leap seconds available we recommend
to include a LEAP SECOND line into the RINEX header.

If there are known non-integer biases between the "GPS receiver clock"
and "GLONASS receiver clock" in the same receiver, they should be applied.
In this case the respective code and phase observations have to be corrected,
too (c * bias if expressed in meters).

Unknown such biases will have to be solved for during the post processing

The small differences (modulo 1 second) between GLONASS system time, UTC(SU),
UTC(USNO) and GPS system time have to be dealt with during the post-processing
and not before the RINEX conversion. It may also be necessary to solve for
remaining differences during the post-processing.

8.1.2 Pseudorange Definition

The pseudorange (code) measurement is defined to be equivalent to the
difference of the time of reception (expressed in the time frame of the
receiver) and the time of transmission (expressed in the time frame of the
satellite) of a distinct satellite signal.

If a mixed-mode GPS/GLONASS receiver refers all pseudorange observations to
one receiver clock only,

- the raw GLONASS pseudoranges will show the current number of leap seconds
  between GPS time and GLONASS time if the receiver clock is running in the
  GPS time frame

- the raw GPS pseudoranges will show the negative number of leap seconds
  between GPS time and GLONASS time if the receiver clock is running in the
  GLONASS time frame

In order to avoid misunderstandings and to keep the code observations within
the format fields, the pseudoranges must be corrected in this case as follows:

```
  PR(GPS) := PR(GPS) + c * leap_seconds   if generated with a receiver clock
                                          running in the GLONASS time frame

  PR(GLO) := PR(GLO) - c * leap_seconds   if generated with a receiver clock
                                          running in the GPS time frame
```

to remove the contributions of the leap seconds from the pseudoranges.

"leap_seconds" is the actual number of leap seconds between GPS and GLONASS (UTC) time, as broadcast in the GPS almanac and distributed in Circular T of BIPM.

8.1.3 More Than 12 Satellites per Epoch

The format of the epoch / satellite line in the observation record part of the RINEX Observation files has only been defined for up to 12 satellites per epoch. We explicitly define now the format of the continuation lines, see Table A2.

8.2 RINEX Navigation Files for GLONASS

As the GLONASS navigation message differs in contents from the GPS message too much, a special GLONASS navigation message file format has been defined.

The header section and the first data record (epoch, satellite clock information) is similar to the GPS navigation file. The following records contain the satellite position, velocity and acceleration, the clock and frequency biases as well as auxiliary information as health, satellite frequency (channel), age of the information.

The corrections of the satellite time to UTC are as follows:

```
  GPS    : Tutc = Tsv - af0  -  af1  *(Tsv-Toc) - ... -  A0  - ... - leap_sec
  GLONASS: Tutc = Tsv + TauN - GammaN*(Tsv-Tb)        + TauC
```

*** In order to use the same sign conventions for the GLONASS corrections as in the GPS navigation files, the broadcast GLONASS values are stored as:

-TauN, +GammaN, -TauC.

The time tags in the GLONASS navigation files are given in UTC (i.e. _not_ Moscow time or GPS time).

Filenaming convention: See above.

9. RINEX Extensions for Geostationary Satellites (GPS Signal Payloads)

With the implementation of GNSS programs, GPS-like ranging measurements can be performed on geostationary navigation payloads.

RINEX Version 2.10 defines the necessary extensions to handle such data in
RINEX files for data exchange and postprocessing purposes.

9.1 RINEX Observation Files for GEO Satellites

A new satellite system identifier has been defined for the geostationary
GPS signal payloads: "S", to be used in the RINEX VERSION / TYPE header line
and in the satellite identifier 'snn', nn being the GEO PRN number minus 100.

e.g.: PRN = 120 --> 'snn' = "S20"

In mixed dual frequency GPS satellite / single frequency GEO payload
observation files the fields for the second frequency observations of GEO
satellites remain blank, are set to zero values or (if last in the record) |
can be truncated. |

The time system identifier of GEO satellites generating GPS signals defaults |
to GPS time. |

9.2 RINEX Navigation Message Files for GEO Satellites

As the GEO broadcast orbit format differs from the GPS message a special GEO
navigation message file format has been defined which is nearly identical with
the GLONASS nav mess file format.

The header section contains informations about the generating program,
comments, and the difference between the GEO system time and UTC.

The first data record contains the epoch and satellite clock information,
the following records contain the satellite position, velocity and
acceleration and auxiliary information such as health, age of the data, etc.

The time tags in the GEO navigation files are given in the GPS time frame,
i.e. not UTC.

The corrections of the satellite time to UTC are as follows:

GEO : Tutc = Tsv - aGf0 - aGf1 *(Tsv-Toe) - W0 - leap_sec

W0 being the correction to transform the GEO system time to UTC. Toe, aGf0,
aGf1 see below in the format definition tables.
* References for the definition of the accuracy and health codes still have *
* to be defined. *
* Help is needed here by colleagues working with such GEO data! *

10. REFERENCES

Evans, A. (1989): "Summary of the Workshop on GPS Exchange Formats." Proceedings of the Fifth International Geodetic Symposium on Satellite Systems, pp. 917ff, Las Cruces.

Gurtner, W., G. Mader, D. Arthur (1989): "A Common Exchange Format for GPS Data." CSTG GPS Bulletin Vol.2 No.3, May/June 1989, National Geodetic Survey, Rockville.

Gurtner, W., G. Mader (1990): "The RINEX Format: Current Status, Future Developments." Proceedings of the Second International Symposium of Precise Positioning with the Global Positioning system, pp. 977ff, Ottawa.

Gurtner, W., G. Mader (1990): "Receiver Independent Exchange Format Version 2." CSTG GPS Bulletin Vol.3 No.3, Sept/Oct 1990, National Geodetic Survey, Rockville.

Gurtner, W. (1994): "RINEX: The Receiver-Independent Exchange Format." GPS World, Volume 5, Number 7, July 1994.

11. RINEX VERSION 2.10 FORMAT DEFINITIONS AND EXAMPLES

TABLE A1

GPS OBSERVATION DATA FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION

HEADER LABEL (Columns 61-80)	DESCRIPTION	FORMAT
RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2.10)	F9.2,11X,
	- File type ('O' for Observation Data)	A1,19X,
	- Satellite System: blank or 'G': GPS	A1,19X
	'R': GLONASS	
	'S': Geostationary signal payload	
	'T': NNSS Transit	
	'M': Mixed	
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file	A20,
	- Name of agency creating current file	A20,
	- Date of file creation	A20
*COMMENT	Comment line(s)	A60 *

	MARKER NAME	Name of antenna marker	A60
*	MARKER NUMBER	Number of antenna marker	A20 *
	OBSERVER / AGENCY	Name of observer / agency	A20,A40
	REC # / TYPE / VERS	Receiver number, type, and version (Version: e.g. Internal Software Version)	3A20
	ANT # / TYPE	Antenna number and type	2A20
	APPROX POSITION XYZ	Approximate marker position (WGS84)	3F14.4
	ANTENNA: DELTA H/E/N	- Antenna height: Height of bottom surface of antenna above marker - Eccentricities of antenna center relative to marker to the east and north (all units in meters)	3F14.4
	WAVELENGTH FACT L1/2	- Default wavelength factors for L1 and L2 1: Full cycle ambiguities 2: Half cycle ambiguities (squaring) 0 (in L2): Single frequency instrument	2I6,
		- zero or blank	I6
		The default wavelength factor line is required and must preceed satellite-specific lines.	
*	WAVELENGTH FACT L1/2	- Wavelength factors for L1 and L2 1: Full cycle ambiguities 2: Half cycle ambiguities (squaring) 0 (in L2): Single frequency instrument	2I6, *
		- Number of satellites to follow in list for which these factors are valid.	I6,
		- List of PRNs (satellite numbers with system identifier)	7(3X,A1,I2)
		These opional satellite specific lines may follow, if they identify a state different from the default values.	
		Repeat record if necessary.	

# / TYPES OF OBSERV	- Number of different observation types stored in the file		I6,
	- Observation types		9(4X,A2)
	If more than 9 observation types: Use continuation line(s)		6X,9(4X,A2)
	The following observation types are defined in RINEX Version 2.10:		
	L1, L2: Phase measurements on L1 and L2 C1 : Pseudorange using C/A-Code on L1 P1, P2: Pseudorange using P-Code on L1,L2 D1, D2: Doppler frequency on L1 and L2 T1, T2: Transit Integrated Doppler on 150 (T1) and 400 MHz (T2) S1, S2: Raw signal strengths or SNR values as given by the receiver for the L1,L2 phase observations		
	Observations collected under Antispoofing are converted to "L2" or "P2" and flagged with bit 2 of loss of lock indicator (see Table A2).		
	Units : Phase : full cycles Pseudorange : meters Doppler : Hz Transit : cycles SNR etc : receiver-dependent		
	The sequence of the types in this record has to correspond to the sequence of the observations in the observation records		
* INTERVAL	Observation interval in seconds		F10.3 *
TIME OF FIRST OBS	- Time of first observation record (4-digit-year, month,day,hour,min,sec)		5I6,F13.7,
	- Time system: GPS (=GPS time system) GLO (=UTC time system) Compulsory in mixed GPS/GLONASS files Defaults: GPS for pure GPS files GLO for pure GLONASS files		5X,A3

*|TIME OF LAST OBS	- Time of last observation record (4-digit-year, month,day,hour,min,sec) - Time system: Same value as in TIME OF FIRST OBS record	5I6,F13.7, 5X,A3	*
*|RCV CLOCK OFFS APPL	Epoch, code, and phase are corrected by applying the realtime-derived receiver clock offset: 1=yes, 0=no; default: 0=no Record required if clock offsets are reported in the EPOCH/SAT records	I6	*
*|LEAP SECONDS	Number of leap seconds since 6-Jan-1980 Recommended for mixed GPS/GLONASS files	I6	*
*|# OF SATELLITES	Number of satellites, for which observations are stored in the file	I6	*
*|PRN / # OF OBS	PRN (sat.number), number of observations for each observation type indicated in the "# / TYPES OF OBSERV" - record. If more than 9 observation types: Use continuation line(s) This record is (these records are) repeated for each satellite present in the data file	3X,A1,I2,9I6 6X,9I6	*
|END OF HEADER	Last record in the header section.	60X	

Records marked with * are optional

TABLE A2

GPS OBSERVATION DATA FILE - DATA RECORD DESCRIPTION

OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
EPOCH/SAT or EVENT FLAG	- Epoch : - year (2 digits, padded with 0 if necessary) - month,day,hour,min, - sec	 1X,I2.2, 4(1X,I2), F11.7,
	- Epoch flag 0: OK	2X,I1,

	1: power failure between previous and current epoch		
	>1: Event flag		
	- Number of satellites in current epoch	I3,	
	- List of PRNs (sat.numbers with system identifier, see 5.1) in current epoch	12(A1,I2),	
	- receiver clock offset (seconds, optional)	F12.9	
	If more than 12 satellites: Use continuation line(s)	32X, 12(A1,I2)	
	If epoch flag 2-5:		
	- Event flag: 2: start moving antenna 3: new site occupation (end of kinem. data) (at least MARKER NAME record follows) 4: header information follows 5: external event (epoch is significant, same time frame as observation time tags)	[2X,I1,]	
	- "Number of satellites" contains number of special records to follow. Maximum number of records: 999	[I3]	
	- For events without significant epoch the epoch fields can be left blank		
	If epoch flag = 6: 6: cycle slip records follow to optionally report detected and repaired cycle slips (same format as OBSERVATIONS records; slip instead of observation; LLI and signal strength blank or zero)		
OBSERVATIONS	- Observation - LLI - Signal strength rep. within record for each obs.type (same seq as given in header)	m(F14.3, I1, I1)	
	If more than 5 observation types (=80 char): continue observations in next record.		
	This record is (these records are) repeated for each satellite given in EPOCH/SAT - record.		
	Observations:		

	Phase : Units in whole cycles of carrier Code : Units in meters Missing observations are written as 0.0 or blanks. Phase values overflowing the fixed format F14.3 have to be clipped into the valid interval (e.g. add or subtract 10**9), set LLI indicator. Loss of lock indicator (LLI). Range: 0-7 0 or blank: OK or not known Bit 0 set : Lost lock between previous and current observation: cycle slip possible Bit 1 set : Opposite wavelength factor to the one defined for the satellite by a previous WAVELENGTH FACT L1/2 line. Valid for the current epoch only. Bit 2 set : Observation under Antispoofing (may suffer from increased noise) Bits 0 and 1 for phase only. Signal strength projected into interval 1-9: 1: minimum possible signal strength 5: threshold for good S/N ratio 9: maximum possible signal strength 0 or blank: not known, don't care	

TABLE A3

GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION

HEADER LABEL (Columns 61-80)	DESCRIPTION	FORMAT
RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2.10) - File type ('N' for Navigation data)	F9.2,11X, A1,19X
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file - Name of agency creating current file - Date of file creation	A20, A20, A20
COMMENT	Comment line(s)	A60

*|ION ALPHA	Ionosphere parameters A0-A3 of almanac (page 18 of subframe 4)	2X,4D12.4 |*
*|ION BETA	Ionosphere parameters B0-B3 of almanac	2X,4D12.4 |*
*|DELTA-UTC: A0,A1,T,W	Almanac parameters to compute time in UTC (page 18 of subframe 4) A0,A1: terms of polynomial T : reference time for UTC data W : UTC reference week number. Continuous number, not mod(1024)!	3X,2D19.12,|* 2I9
*|LEAP SECONDS	Delta time due to leap seconds	I6 |*
|END OF HEADER	Last record in the header section.	60X

Records marked with * are optional

TABLE A4

GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION

OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
|PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite PRN number	I2,
	- Epoch: Toc - Time of Clock	
	year (2 digits, padded with 0 if necessary)	1X,I2.2,
	month	1X,I2,
	day	1X,I2,
	hour	1X,I2,
	minute	1X,I2,
	second	F5.1,
	- SV clock bias (seconds)	3D19.12
	- SV clock drift (sec/sec)	
	- SV clock drift rate (sec/sec2)	
| BROADCAST ORBIT - 1	- IODE Issue of Data, Ephemeris	3X,4D19.12 |
	- Crs (meters)	
	- Delta n (radians/sec)	
	- M0 (radians)	
| BROADCAST ORBIT - 2	- Cuc (radians)	3X,4D19.12 |

	- e Eccentricity		
	- Cus	(radians)	
	- sqrt(A)	(sqrt(m))	
BROADCAST ORBIT - 3	- Toe Time of Ephemeris		3X,4D19.12
		(sec of GPS week)	
	- Cic	(radians)	
	- OMEGA	(radians)	
	- CIS	(radians)	
BROADCAST ORBIT - 4	- i0	(radians)	3X,4D19.12
	- Crc	(meters)	
	- omega	(radians)	
	- OMEGA DOT	(radians/sec)	
BROADCAST ORBIT - 5	- IDOT	(radians/sec)	3X,4D19.12
	- Codes on L2 channel		
	- GPS Week # (to go with TOE)		
	Continuous number, not mod(1024)!		
	- L2 P data flag		
BROADCAST ORBIT - 6	- SV accuracy	(meters)	3X,4D19.12
	- SV health	(bits 17-22 w 3 sf 1)	
	- TGD	(seconds)	
	- IODC Issue of Data, Clock		
BROADCAST ORBIT - 7	- Transmission time of message *)		3X,4D19.12
	(sec of GPS week, derived e.g.		
	from Z-count in Hand Over Word (HOW)		
	- Fit interval	(hours)	
	(see ICD-GPS-200, 20.3.4.4)		
	Zero if not known		
	- spare		
	- spare		

*) Adjust the Transmission time of message by -604800 to refer to the reported week, if necessary

TABLE A5

METEOROLOCICAL DATA FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION

HEADER LABEL (Columns 61-80)	DESCRIPTION	FORMAT

RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2.10) - File type ('M' for Meteorological Data)	F9.2,11X, A1,39X	
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file - Name of agency creating current file - Date of file creation	A20, A20, A20	
* COMMENT	Comment line(s)	A60	*
MARKER NAME	Station Name (preferably identical to MARKER NAME in the associated Observation File)	A60	
* MARKER NUMBER	Station Number (preferably identical to MARKER NUMBER in the associated Observation File)	A20	*
# / TYPES OF OBSERV	- Number of different observation types stored in the file - Observation types The following meteorological observation types are defined in RINEX Version 2: PR : Pressure (mbar) TD : Dry temperature (deg Celsius) HR : Relative Humidity (percent) ZW : Wet zenith path delay (millimeters) (for WVR data) ZD : Dry component of zenith path delay (millimeters) ZT : Total zenith path delay (millimeters) The sequence of the types in this record must correspond to the sequence of the measurements in the data records If more than 9 observation types are being used, use continuation lines with format (6X,9(4X,A2))	I6, 9(4X,A2)	
SENSOR MOD/TYPE/ACC	Description of the met sensor - Model (manufacturer)	A20,	

	- Type	A20,6X,
	- Accuracy (same units as obs values)	F7.1,4X,
	- Observation type	A2,1X
	Record is repeated for each observation type found in # / TYPES OF OBSERV record	
SENSOR POS XYZ/H	Approximate position of the met sensor	
	- Geocentric coordinates X,Y,Z (ITRF	3F14.4,
	- Ellipsoidal height H or WGS-84)	1F14.4,
	- Observation type	1X,A2,1X
	Set X,Y,Z to zero if not known.	
	Make sure H refers to ITRF or WGS-84!	
	Record required for barometer,	
	recommended for other sensors.	
END OF HEADER	Last record in the header section.	60X

Records marked with * are optional

TABLE A6

METEOROLOGICAL DATA FILE - DATA RECORD DESCRIPTION

OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
EPOCH / MET	- Epoch in GPS time (not local time!)	
	year (2 digits, padded with 0 if necessary)	1X,I2.2,
	month,day,hour,min,sec	5(1X,I2),
	The 2-digit years in RINEX Version 1 and 2.xx files are understood to represent 80-99: 1980-1999 and 00-79: 2000-2079	
	- Met data in the same sequence as given in the header	mF7.1
	More than 8 met data types: Use continuation lines	4X,10F7.1,3X

TABLE A7

GPS OBSERVATION DATA FILE - EXAMPLE

```
+------------------------------------------------------------------------------+

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           OBSERVATION DATA    M (MIXED)           RINEX VERSION / TYPE
BLANK OR G = GPS,  R = GLONASS,  T = TRANSIT,  M = MIXED    COMMENT
XXRINEXO V9.9       AIUB                24-MAR-01 14:43     PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF A MIXED RINEX FILE                               COMMENT
A 9080                                                      MARKER NAME
9080.1.34                                                   MARKER NUMBER
BILL SMITH          ABC INSTITUTE                           OBSERVER / AGENCY
X1234A123           XX                  ZZZ                 REC # / TYPE / VERS
234                 YY                                      ANT # / TYPE
  4375274.       587466.      4589095.                      APPROX POSITION XYZ
        .9030         .0000         .0000                   ANTENNA: DELTA H/E/N
     1     1                                                WAVELENGTH FACT L1/2
     1     2     6   G14   G15   G16   G17   G18   G19      WAVELENGTH FACT L1/2
     0                                                      RCV CLOCK OFFS APPL
     4    P1    L1    L2    P2                             # / TYPES OF OBSERV
    18.000                                                  INTERVAL
  2001     3    24    13    10   36.0000000                 TIME OF FIRST OBS
                                                            END OF HEADER
 01  3 24 13 10 36.0000000  0  3G12G 9G 6                          -.123456789
  23629347.915            .300 8         -.353    23629364.158
  20891534.648           -.120 9         -.358    20891541.292
  20607600.189           -.430 9          .394    20607605.848
 01  3 24 13 10 50.0000000  4  4
     1     2     2   G 9   G12                                 WAVELENGTH FACT L1/2
  *** WAVELENGTH FACTOR CHANGED FOR 2 SATELLITES ***          COMMENT
      NOW 8 SATELLITES HAVE WL FACT 1 AND 2!                  COMMENT
                                                              COMMENT
 01  3 24 13 10 54.0000000  0  5G12G 9G 6R21R22                    -.123456789
  23619095.450      -53875.632 8    -41981.375    23619112.008
  20886075.667      -28688.027 9    -22354.535    20886082.101
  20611072.689       18247.789 9     14219.770    20611078.410
  21345678.576       12345.567 5
  22123456.789       23456.789 5
 01  3 24 13 11  0.0000000  2  1
           *** FROM NOW ON KINEMATIC DATA! ***                COMMENT
 01  3 24 13 11 48.0000000  0  4G16G12G 9G 6                    -.123456789
  21110991.756       16119.980 7     12560.510    21110998.441
  23588424.398     -215050.557 6   -167571.734    23588439.570
  20869878.790     -113803.187 8    -88677.926    20869884.938
  20621643.727       73797.462 7     57505.177    20621649.276
                            3  4
A 9080                                                      MARKER NAME
```

```
9080.1.34                                                   MARKER NUMBER
         .9030         .0000         .0000                  ANTENNA: DELTA H/E/N
          --> THIS IS THE START OF A NEW SITE <--           COMMENT
 01  3 24 13 12  6.0000000  0  4G16G12G 6G 9                          -.123456987
  21112589.384       24515.877 6     19102.763 3  21112596.187
  23578228.338     -268624.234 7   -209317.284 4  23578244.398
  20625218.088       92581.207 7     72141.846 4  20625223.795
  20864539.693     -141858.836 8   -110539.435 5  20864545.943
 01  3 24 13 13  1.2345678  5  0
                           4  1
        (AN EVENT FLAG WITH SIGNIFICANT EPOCH)              COMMENT
 01  3 24 13 14 12.0000000  0  4G16G12G 9G 6                       -.123456012
  21124965.133       89551.30216     69779.62654  21124972.2754
  23507272.372     -212616.150 7   -165674.789 5  23507288.421
  20828010.354     -333820.093 6   -260119.395 5  20828017.129
  20650944.902      227775.130 7    177487.651 4  20650950.363
                           4  1
          *** ANTISPOOFING ON G 16 AND LOST LOCK            COMMENT
 01  3 24 13 14 12.0000000  6  2G16G 9
                123456789.0      -9876543.5
                        0.0            -0.5
                           4  2
          ---> CYCLE SLIPS THAT HAVE BEEN APPLIED TO        COMMENT
               THE OBSERVATIONS                             COMMENT
 01  3 24 13 14 48.0000000  0  4G16G12G 9G 6                       -.123456234
  21128884.159      110143.144 7     85825.18545  21128890.7764
  23487131.045     -318463.297 7   -248152.72824  23487146.149
  20817844.743     -387242.571 6   -301747.22925  20817851.322
  20658519.895      267583.67817    208507.26234  20658525.869
                           4  4
        ***   SATELLITE G 9   THIS EPOCH ON WLFACT 1 (L2)  COMMENT
        *** G 6 LOST LOCK AND THIS EPOCH ON WLFACT 2 (L2)  COMMENT
              (OPPOSITE TO PREVIOUS SETTINGS)              COMMENT

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

TABLE A8
GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - EXAMPLE

```
----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           N: GPS NAV DATA                         RINEX VERSION / TYPE
XXRINEXN V2.10      AIUB                3-SEP-99 15:22      PGM / RUN BY / DATE
```

```
EXAMPLE OF VERSION 2.10 FORMAT                              COMMENT
     .1676D-07   .2235D-07  -.1192D-06  -.1192D-06          ION ALPHA
     .1208D+06   .1310D+06  -.1310D+06  -.1966D+06          ION BETA
     .133179128170D-06  .107469588780D-12   552960     1025 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    13                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
 6 99  9  2 17 51 44.0 -.839701388031D-03 -.165982783074D-10  .000000000000D+00
     .910000000000D+02  .934062500000D+02  .116040547840D-08  .162092304801D+00
     .484101474285D-05  .626740418375D-02  .652112066746D-05  .515365489006D+04
     .409904000000D+06 -.242143869400D-07  .329237003460D+00 -.596046447754D-07
     .111541663136D+01  .326593750000D+03  .206958726335D+01 -.638312302555D-08
     .307155651409D-09  .000000000000D+00  .102500000000D+04  .000000000000D+00
     .000000000000D+00  .000000000000D+00  .000000000000D+00  .910000000000D+02
     .406800000000D+06  .000000000000D+00
13 99  9  2 19  0  0.0  .490025617182D-03  .204636307899D-11  .000000000000D+00
     .133000000000D+03 -.963125000000D+02  .146970407622D-08  .292961152146D+01
    -.498816370964D-05  .200239347760D-02  .928156077862D-05  .515328476143D+04
     .414000000000D+06 -.279396772385D-07  .243031939942D+01 -.558793544769D-07
     .110192796930D+01  .271187500000D+03 -.232757915425D+01 -.619632953057D-08
    -.785747015231D-11  .000000000000D+00  .102500000000D+04  .000000000000D+00
     .000000000000D+00  .000000000000D+00  .000000000000D+00  .389000000000D+03
     .410400000000D+06  .000000000000D+00

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

TABLE A9
METEOROLOGICAL DATA FILE - EXAMPLE

```
----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           METEOROLOGICAL DATA                     RINEX VERSION / TYPE
XXRINEXM V9.9       AIUB                 3-APR-96 00:10     PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF A MET DATA FILE                                  COMMENT
A 9080                                                      MARKER NAME
     3    PR    TD    HR                                   # / TYPES OF OBSERV
PAROSCIENTIFIC      740-16B                     0.2    PR SENSOR MOD/TYPE/ACC
HAENNI                                          0.1    TD SENSOR MOD/TYPE/ACC
ROTRONIC            I-240W                      5.0    HR SENSOR MOD/TYPE/ACC
        0.0           0.0           0.0        1234.5678 PR SENSOR POS XYZ/H
                                                            END OF HEADER
 96  4  1  0  0 15  987.1   10.6   89.5
 96  4  1  0  0 30  987.2   10.9   90.0
 96  4  1  0  0 45  987.1   11.6   89.0

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

TABLE A10

GLONASS NAVIGATION MESSAGE FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION

	HEADER LABEL (Columns 61-80)	DESCRIPTION	FORMAT	
	RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2.10) - File type ('G' = GLONASS nav mess data)	F9.2,11X, A1,39X	#
	PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file - Name of agency creating current file - Date of file creation (dd-mmm-yy hh:mm)	A20, A20, A20	
*	COMMENT	Comment line(s)	A60	*
*	CORR TO SYSTEM TIME	- Time of reference for system time corr (year, month, day) - Correction to system time scale (sec) to correct GLONASS system time to UTC(SU) (-TauC)	3I6, 3X,D19.12	*
*	LEAP SECONDS	Number of leap seconds since 6-Jan-1980	I6	*
	END OF HEADER	Last record in the header section.	60X	

Records marked with * are optional

TABLE A11

GLONASS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION

OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite number: Slot number in sat. constellation - Epoch of ephemerides (UTC) - year (2 digits, padded with 0, if necessary) - month,day,hour,minute, - second	I2, 1X,I2.2, 4(1X,I2), F5.1,

	- SV clock bias (sec) (-TauN)	D19.12,
	- SV relative frequency bias (+GammaN)	D19.12,
	- message frame time (tk)	D19.12
	(0 .le. tk .lt. 86400 sec of day UTC)	
	The 2-digit years in RINEX 1 and 2.xx	
	files are understood to represent	
	80-99: 1980-1999 and 00-79: 2000-2079	
BROADCAST ORBIT - 1	- Satellite position X (km)	3X,4D19.12
	- velocity X dot (km/sec)	
	- X acceleration (km/sec2)	
	- health (0=OK) (Bn)	
BROADCAST ORBIT - 2	- Satellite position Y (km)	3X,4D19.12
	- velocity Y dot (km/sec)	
	- Y acceleration (km/sec2)	
	- frequency number (1-24)	
BROADCAST ORBIT - 3	- Satellite position Z (km)	3X,4D19.12
	- velocity Z dot (km/sec)	
	- Z acceleration (km/sec2)	
	- Age of oper. information (days) (E)	

TABLE A12

GLONASS NAVIGATION MESSAGE FILE - EXAMPLE

```
----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           GLONASS NAV DATA                         RINEX VERSION / TYPE
ASRINEXG V1.1.0 VM  AIUB                19-FEB-98 10:42     PGM / RUN BY / DATE
STATION ZIMMERWALD                                          COMMENT
  1998     2    16    0.379979610443D-06                    CORR TO SYSTEM TIME
                                                            END OF HEADER
 3 98  2 15  0 15  0.0 0.163525342941D-03 0.363797880709D-11 0.108000000000D+05
   0.106275903320D+05-0.348924636841D+00 0.931322574615D-09 0.000000000000D+00
  -0.944422070313D+04 0.288163375854D+01 0.931322574615D-09 0.210000000000D+02
   0.212257280273D+05 0.144599342346D+01-0.186264514923D-08 0.300000000000D+01
 4 98  2 15  0 15  0.0 0.179599039257D-03 0.636646291241D-11 0.122400000000D+05
   0.562136621094D+04-0.289074897766D+00-0.931322574615D-09 0.000000000000D+00
  -0.236819248047D+05 0.102263259888D+01 0.931322574615D-09 0.120000000000D+02
   0.762532910156D+04 0.339257907867D+01 0.000000000000D+00 0.300000000000D+01
```

```
11 98  2 15  0 15  0.0-0.559808686376D-04-0.272848410532D-11 0.108600000000D+05
   -0.350348437500D+04-0.255325126648D+01 0.931322574615D-09 0.000000000000D+00
    0.106803754883D+05-0.182923507690D+01 0.000000000000D+00 0.400000000000D+01
    0.228762856445D+05 0.447064399719D+00-0.186264514923D-08 0.300000000000D+01
12 98  2 15  0 15  0.0 0.199414789677D-04-0.181898940355D-11 0.108900000000D+05
    0.131731816406D+05-0.143945598602D+01 0.372529029846D-08 0.000000000000D+00
    0.171148715820D+05-0.118937969208D+01 0.931322574615D-09 0.220000000000D+02
    0.135737919922D+05 0.288976097107D+01-0.931322574615D-09 0.300000000000D+01

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

TABLE A13

GLONASS OBSERVATION FILE - EXAMPLE

```
----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           OBSERVATION DATA    R (GLONASS)         RINEX VERSION / TYPE
XXRINEXO V1.1       AIUB                27-AUG-93 07:23     PGM / RUN BY / DATE
TST1                                                        MARKER NAME
VIEWEG              BRAUNSCHWEIG                            OBSERVER / AGENCY
100                 XX-RECEIVER         1.0                 REC # / TYPE / VERS
101                 XX-ANTENNA                              ANT # / TYPE
  3844808.114    715426.767   5021804.854                  APPROX POSITION XYZ
        1.2340         .0000         .0000                  ANTENNA: DELTA H/E/N
     1     1                                                WAVELENGTH FACT L1/2
     2    C1    L1                                         # / TYPES OF OBSERV
    10.000                                                  INTERVAL
  1993     8    23    14    24   40.0490000     GLO         TIME OF FIRST OBS
                                                            END OF HEADER
 93  8 23 14 24 40.0490000  0  3  2R01R21
  23986839.824       20520.565 5
  23707804.625       19937.231 5
  23834065.096       -9334.581 5
 93  8 23 14 24 50.0490000  0  3  2R01R21
  23992341.033       49856.525 5
  23713141.002       48479.290 5
  23831189.435      -24821.796 5
 93  8 23 14 25   .0490000  0  3  2R01R21
  23997824.854       79217.202 5
  23718494.110       77092.992 5
  23828329.946      -40219.918 5
 93  8 23 14 25 10.0490000  0  5  2R05R17R01R21
  24003328.910      108602.422 5
```

```
  24933965.449      -19202.780 5
  22203326.578       -2987.327 5
  23723851.686      105777.849 5
  23825485.526      -55529.205 5
 93  8 23 14 25 20.0490010  0  5  2R05R17R01R21
  24008828.023      138012.178 5
  24927995.616      -51188.500 5
  22202547.907       -7213.298 5
  23729236.758      134533.636 5
  23822662.277      -70749.590 5
 93  8 23 14 25 30.0490000  0  5  2R05R17R01R21
  24014330.779      167446.477 5
  24922041.288      -83151.666 5
  22201767.457      -11388.909 5
  23734633.024      163360.131 5
  23819848.894      -85881.102 5

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

```
+-------------------------------------------------------------------------------+
|                                  TABLE A14                                    |
|               MIXED GPS/GLONASS OBSERVATION FILE - EXAMPLE                    |
+-------------------------------------------------------------------------------+

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           OBSERVATION DATA    M (MIXED)           RINEX VERSION / TYPE
YYRINEXO V2.8.1 VM  AIUB                 6-FEB-00 13:59     PGM / RUN BY / DATE
TST2                                                        MARKER NAME
001-02-A                                                    MARKER NUMBER
JIM                 Y-COMPANY                               OBSERVER / AGENCY
1                   YY-RECEIVER         2.0.1               REC # / TYPE / VERS
1                   GEODETIC L1                             ANT # / TYPE
  3851178.1849   -80151.4072  5066671.1013                  APPROX POSITION XYZ
       1.2340        0.0000        0.0000                  ANTENNA: DELTA H/E/N
     1     0                                                WAVELENGTH FACT L1/2
     2    C1    L1                                         # / TYPES OF OBSERV
    10.000                                                  INTERVAL
    11                                                      LEAP SECONDS
  2000     2     6    11    53    0.0000000     GPS         TIME OF FIRST OBS
                                                            END OF HEADER
 00  2  6 11 53  0.0000000  0 14G23G07G02G05G26G09G21R20R19R12R02R11
                               R10R03
  22576523.586   -11256947.60212
  22360162.704   -16225110.75413
```

```
 24484865.974    14662682.882 2
 21950524.331   -13784707.24912
 22507304.252     9846064.848 2
 20148742.213   -20988953.712 4
 22800149.591   -16650822.70012
 19811403.273   -25116169.741 3
 23046997.513    -3264701.688 2
 22778170.622  -821857836.745 1
 22221283.991  -988088156.884 2
 19300913.475   -83282658.19013
 20309075.579  -672668843.84713
 23397403.484  -285457101.34211
00  2  6 11 53 10.0000000  0 14G23G07G02G05G26G09G21R20R19R12R02R11
                             R10R03
 22578985.016   -11244012.910 2
 22359738.890   -16227337.841 2
 24490324.818    14691368.710 2
 21944376.706   -13817012.849 2
 22512598.731     9873887.580 2
 20147322.111   -20996416.338 4
 22798942.949   -16657163.594 2
 19812513.509   -25110234.795 3
 23053885.702    -3227854.397 2
 22770607.029  -821898566.774 1
 22222967.297  -988079145.989 2
 19297913.736   -83298710.38413
 20313087.618  -672647337.04113
 23392352.454  -285484291.40311

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

TABLE A15

GEOSTATIONARY NAVIGATION MESSAGE FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION

HEADER LABEL (Columns 61-80)	DESCRIPTION	FORMAT
RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2.10) - File type ('H' = GEO nav mess data)	F9.2,11X, A1,39X
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file - Name of agency creating current file - Date of file creation (dd-mmm-yy hh:mm)	A20, A20, A20

*|COMMENT	Comment line(s)	A60	*
*|CORR TO SYSTEM TIME	- Time of reference for system time corr (year, month, day)	3I6,	*
	- Correction to transform the GEO system time to UTC (W0)	3X,D19.12	
*|LEAP SECONDS	Number of leap seconds since 6-Jan-1980	I6	*
|END OF HEADER	Last record in the header section.	60X	

Records marked with * are optional

TABLE A16

GEOSTATIONARY NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION

OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
|PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite number (PRN - 100)	I2,
	- Epoch of ephemerides (GPS) (Toe)	
	- year (2 digits, padded with 0 if necessary)	1X,I2.2,
	- month,day,hour,minute,	4(1X,I2),
	- second	F5.1,
	- SV clock bias (sec) (aGf0)	D19.12,
	- SV relative frequency bias (aGf1)	D19.12,
	- message frame time (sec of day GPS)	D19.12
| BROADCAST ORBIT - 1	- Satellite position X (km)	3X,4D19.12
	- velocity X dot (km/sec)	
	- X acceleration (km/sec2)	
	- health (0=OK)	
| BROADCAST ORBIT - 2	- Satellite position Y (km)	3X,4D19.12
	- velocity Y dot (km/sec)	
	- Y acceleration (km/sec2)	
	- Accuracy code (URA, meters)	||
| BROADCAST ORBIT - 3	- Satellite position Z (km)	3X,4D19.12
	- velocity Z dot (km/sec)	
	- Z acceleration (km/sec2)	
	- spare	

TABLE A17

MIXED GPS/GEO OBSERVATION FILE - EXAMPLE

```
----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           OBSERVATION DATA    M (MIXED)           RINEX VERSION / TYPE
RinExp V.2.0.2      TESTUSER            00-02-04 09:30      PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
The file contains L1 pseudorange and phase data of the      COMMENT
geostationary AOR-E satellite (PRN 120 = S20)               COMMENT
                                                            COMMENT
TLSE D                                                      MARKER NAME
ESTB                TESTAGENCY                              OBSERVER / AGENCY
SGL98030069         Novatel Millennium  HW3-1 SW 4.45/2.3   REC # / TYPE / VERS
                    ASH701073.1                             ANT # / TYPE
  4629365.0750   112100.1790  4371619.4160                  APPROX POSITION XYZ
        0.0000        0.0000        0.0000                  ANTENNA: DELTA H/E/N
     1     1                                                WAVELENGTH FACT L1/2
     4    C1    L1    L2    P2                             # / TYPES OF OBSERV
     1                                                      INTERVAL
  2000     1    13    14    45    0.000000      GPS         TIME OF FIRST OBS
  2000     1    13    15     0    0.000000      GPS         TIME OF LAST OBS
     0                                                      RCV CLOCK OFFS APPL
                                                            END OF HEADER
 00 01 13 14 45  0.0000000  0  8G25G17G06G05G24G29G30S20            0.000535140
  21839900.207     -236148.877 9   -184047.71049  21839901.4384
  25151926.413     -161002.900 9   -125509.72447  25151935.8274
  20531103.515      763336.059 9    594797.53149  20531105.0114
  23001624.801     -432989.642 9   -337436.50348  23001628.1684
  23610349.510     -384890.728 9   -299952.38848  23610354.3504
  23954474.398     -151982.173 9   -118480.96847  23954481.1994
  20622367.016     -332628.466 9   -259214.55249  20622367.8754
  38137559.506      335849.135 9
 00 01 13 14 45  1.0000000  0  8G25G17G06G05G24G29G30S20            0.000535144
  21839500.278     -238250.743 9   -185685.52549  21839501.4814
  25151246.148     -164576.503 9   -128294.33947  25151256.2614
  20531084.382      763235.849 9    594719.44849  20531085.8784
  23002123.430     -430369.237 9   -335394.62748  23002126.7114
  23610670.127     -383205.864 9   -298639.51048  23610674.9834
  23955051.773     -148948.417 9   -116117.00748  23955058.5034
  20622558.579     -331621.765 9   -258430.11049  20622559.4574
  38137558.783      335846.284 9
```

```
 00 01 13 14 45  2.0000000  0  8G25G17G06G05G24G29G30S20            0.000535144
  21839100.418     -240352.173 9   -187323.00449  21839101.6534
  25150565.890     -168150.148 9   -131078.97647  25150576.2144
  20531065.378      763136.116 9    594641.73549  20531066.8984
  23002622.082     -427748.683 9   -333352.63648  23002625.3444
  23610990.819     -381520.461 9   -297326.20848  23610995.8424
  23955629.062     -145914.531 9   -113752.94748  23955636.5544
  20622750.161     -330614.723 9   -257645.40149  20622751.0554
  38137558.365      335843.457 9

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

TABLE A18

GEO NAVIGATION MESSAGE FILE - EXAMPLE

```
----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

     2.10           H: GEO NAV MSG DATA                     RINEX VERSION / TYPE
SuP v. 1.4          TESTUSER            04-02-00 10:04      PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
The file contains navigation message data of the            COMMENT
geostationary AOR-E satellite (PRN 120 = S20)               COMMENT
                                                            COMMENT
                                                            END OF HEADER
20 00 01 13 14 46 24.0  .209547579288D-07 -.545696821064D-11  .532351280000D+05
     .406131052800D+08  .150625000000D+01  .875000000000D-04  .000000000000D+00
    -.112454290400D+08  .308125000000D+01 -.112500000000D-03  .400000000000D+01
     .781616000000D+05  .959600000000D+01 -.437500000000D-03  .000000000000D+00
20 00 01 13 14 48 00.0  .204890966415D-07 -.545696821064D-11  .533161280000D+05
     .406132503200D+08  .151500000000D+01  .875000000000D-04  .000000000000D+00
    -.112451338400D+08  .307000000000D+01 -.125000000000D-03  .400000000000D+01
     .790812000000D+05  .955600000000D+01 -.437500000000D-03  .000000000000D+00
20 00 01 13 14 49 36.0  .195577740669D-07 -.545696821064D-11  .533981280000D+05
     .406133961600D+08  .152375000000D+01  .875000000000D-04  .000000000000D+00
    -.112448396800D+08  .305875000000D+01 -.125000000000D-03  .400000000000D+01
     .799968000000D+05  .951600000000D+01 -.437500000000D-03  .000000000000D+00
20 00 01 13 14 51 12.0  .190921127796D-07 -.545696821064D-11  .534791280000D+05
     .406135428800D+08  .153250000000D+01  .875000000000D-04  .000000000000D+00
    -.112445465600D+08  .304687500000D+01 -.125000000000D-03  .400000000000D+01
     .809084000000D+05  .947600000000D+01 -.437500000000D-03  .000000000000D+00

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|
```

Apéndice III: algunos ficheros de datos

Fichero 95oct18casa___r0.rnx

```
     2              OBSERVATION DATA    GPS                 RINEX VERSION / TYPE
srx/v1.8.1.4        BAI                 95/10/19 03:18:22   PGM / RUN BY  / DATE
CASA                                                        MARKER NAME
4087-S                                                      MARKER NUMBER
gn2                 jpl                                     OBSERVER / AGENCY
138                 ROGUE SNR-8000      95.03.08            REC # / TYPE /  VERS
                    DORNE MARGOLIN T                        ANT # / TYPE
 -2444431.2031 -4428688.6270  3875750.1442                  APPROX POSITION  XYZ
      0.163000        0.0000        0.0000                  ANTENNA: DELTA H/E/N
    30                                                      INTERVAL
     1     1     0                                          WAVELENGTH FACT L1/2
     4    L1    L2    P1    P2                             # / TYPES OF  OBSERV
SNR is mapped to signal strength [0,1,4-9]                  COMMENT
 SNR:   >500  >100   >50   >10    >5    >0   bad   n/a     COMMENT
 sig:      9     8     7     6     5     4     1     0     COMMENT
  1995    10    18    00    00   00.000000                 TIME OF FIRST OBS
  1995    10    18    23    59   30.000000                 TIME OF LAST OBS
    24                                                      # OF SATELLITES
    01   783   783   783   783                             PRN / # OF OBS
    02   878   878   878   878                             PRN / # OF OBS
    04   925   925   925   925                             PRN / # OF OBS
    05   746   746   746   746                             PRN / # OF OBS
    06   762   762   762   762                             PRN / # OF OBS
    07   793   793   793   793                             PRN / # OF OBS
    09   907   907   907   907                             PRN / # OF OBS
    14   739   739   739   739                             PRN / # OF OBS
    15   973   973   973   973                             PRN / # OF OBS
    16   936   936   936   936                             PRN / # OF OBS
    17   848   848   848   848                             PRN / # OF OBS
    18   740   740   740   740                             PRN / # OF OBS
    19   883   883   883   883                             PRN / # OF OBS
    20   876   876   876   876                             PRN / # OF OBS
    21   871   871   871   871                             PRN / # OF OBS
    22   891   891   891   891                             PRN / # OF OBS
    23   835   835   835   835                             PRN / # OF OBS
    24   737   737   737   737                             PRN / # OF OBS
    25   874   874   874   874                             PRN / # OF OBS
```

```
   26  1046  1046  1046  1046                                PRN / # OF OBS
   27   843   843   843   843                                PRN / # OF OBS
   28   956   956   956   956                                PRN / # OF OBS
   29   836   836   836   836                                PRN / # OF OBS
   31  1041  1041  1041  1041                                PRN / # OF OBS
                                                            END OF HEADER
95 10 18 00 00 00.0000000  0  6 14 15 18 22 25 29
-20141789.28908 -15694892.26208  20764791.10308  20764791.88908
-10156688.05308  -7914296.97108  23025606.13308  23025608.42008
 -1005974.21907   -783874.88007  24656587.15107  24656589.16307
-12846588.72508 -10010318.02408  22508513.35408  22508514.93708
-15501368.59408 -12078973.35808  22258999.20508  22258999.63208
 -8778399.37908  -6840304.85208  22409115.47708  22409115.63508
95 10 18 00 00 30.0000000  0  6 14 15 18 22 25 29
-20180843.59808 -15725324.18808  20757359.26608  20757360.16208
-10059627.94808  -7838665.76408  23044076.11208  23044078.37308
 -1089522.05507   -848977.05707  24640688.39407  24640690.63507
-12918063.69808 -10066012.75108  22494912.01508  22494913.64808
-15427158.70008 -12021147.48308  22273121.01508  22273121.20808
 -8834322.07108  -6883880.95608  22398473.85408  22398474.05408
95 10 18 00 01 00.0000000  0  6 14 15 18 22 25 29
-20219463.08808 -15755417.29708  20750010.06208  20750010.98808
 -9962343.71908  -7762859.92208  23062588.65308  23062591.02308
 -1173023.79007   -914043.30307  24624798.01507  24624800.80007
-12989135.97508 -10121393.69808  22481387.45608  22481388.93408
-15352642.34508 -11963082.79508  22287301.00108  22287301.34708
 -8890128.47608  -6927366.45408  22387854.08208  22387854.42908
95 10 18 00 01 30.0000000  0  6 14 15 18 22 25 29
-20257638.92508 -15785164.69808  20742745.40308  20742746.30108
 -9864838.43508  -7686881.82608  23081143.25108  23081145.55608
 -1256465.81607   -979063.01707  24608919.43807  24608922.07207
-13059811.85808 -10176465.76608  22467938.31708  22467939.90208
-15277821.67508 -11904780.98508  22301538.84908  22301539.27308
 -8945816.58908  -6970759.77208  22377257.01008  22377257.22508
95 10 18 00 02 00.0000000  0  6 14 15 18 22 25 29
-20295366.06008 -15814562.46208  20735566.15808  20735566.93908
 -9767115.42008  -7610734.07008  23099739.47908  23099741.64008
 -1339857.31807  -1044043.36207  24593050.72507  24593053.16807
-13130100.61608 -10231236.17508  22454562.75208  22454564.08708
-15202710.66308 -11846252.93808  22315832.09408  22315832.42008
 -9001386.17408  -7014060.73808  22366682.49008  22366682.61908
```

Fichero 95oct18casa___r0.eph

```
     2              NAVIGATION DATA     GPS                 RINEX VERSION/ TYPE
srx/v1.8.1.4        BAI                 95/10/19 03:18:35   PGM / RUN BY / DATE
CASA                                                        COMMENT
 -2444431.2031 -4428688.6270  3875750.1442                  COMMENT
                                                            END OF HEADER
14 95 10 18 00 51 44.0 1.129414886236D-05 1.136868377216D-13 0.000000000000D+00
    1.730000000000D+02-5.175000000000D+01 4.375182243902D-09-5.836427291652D-01
   -2.712011337280D-06 2.427505562082D-03 8.568167686462D-06 5.153718931198D+03
    2.623040000000D+05 4.470348358154D-08 1.698435481558D+00 1.676380634308D-08
    9.636381916043D-01 2.153437500000D+02 3.056960010495D+00-8.030691653399D-09
   -5.178787145843D-11 1.000000000000D+00 8.230000000000D+02 0.000000000000D+00
    3.200000000000D+01 0.000000000000D+00 1.396983861923D-09 1.730000000000D+02
    2.592180000000D+05 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
18 95 10 18 00 51 44.0-3.725290298462D-06-2.273736754432D-13 0.000000000000D+00
    2.120000000000D+02 2.618750000000D+01 4.973421448680D-09-5.133230702863D-01
    1.206994056702D-06 6.170925335027D-03 9.013339877129D-06 5.153748090744D+03
    2.623040000000D+05-1.303851604462D-07 2.681992356113D+00 4.842877388000D-08
    9.431056887089D-01 1.989062500000D+02 1.455299735875D+00-8.303560162325D-09
    2.064371703653D-10 1.000000000000D+00 8.230000000000D+02 0.000000000000D+00
    3.200000000000D+01 0.000000000000D+00-1.862645149231D-09 2.120000000000D+02
    2.642280000000D+05 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
22 95 10 18 00 51 44.0 2.556233666837D-04 2.842170943040D-12 0.000000000000D+00
    3.900000000000D+01-4.750000000000D+00 4.843058875699D-09 6.055024966723D-01
   -1.490116119385D-08 8.348581031896D-03 7.729977369308D-06 5.153607444763D+03
    2.623040000000D+05 2.421438694000D-08-1.496151018112D+00 1.378357410431D-07
    9.486056799085D-01 2.211875000000D+02-6.486990867494D-02-8.231771457751D-09
   -3.639437311458D-10 1.000000000000D+00 8.230000000000D+02 0.000000000000D+00
    3.200000000000D+01 0.000000000000D+00 1.396983861923D-09 3.900000000000D+01
    2.654280000000D+05 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
29 95 10 18 00 51 44.0 1.882202923298D-06 4.547473508865D-13 0.000000000000D+00
    2.180000000000D+02 2.471875000000D+01 4.634478758928D-09-3.024837471822D+00
    1.160427927971D-06 4.891381249763D-03 9.119510650635D-06 5.153622446060D+03
    2.623040000000D+05 4.656612873077D-08 2.687151563471D+00 1.676380634308D-08
    9.53660585597OD-01 1.977500000000D+02-1.863201500290D+00-7.982475359282D-09
    2.396528396456D-10 1.000000000000D+00 8.230000000000D+02 0.000000000000D+00
    3.200000000000D+01 0.000000000000D+00-9.313225746155D-10 2.180000000000D+02
    2.658180000000D+05 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
04 95 10 18 02 00  0.0 4.873285070062D-05 1.818989403546D-12 0.000000000000D+00
    1.480000000000D+02-2.778125000000D+01 4.546617956316D-09-2.539773236047D+00
   -1.389533281326D-06 3.546471474692D-03 4.887580871582D-06 5.153623073578D+03
    2.664000000000D+05 1.490116119385D-08 6.257514816552D-01 3.911554813385D-08
    9.688215766103D-01 2.906875000000D+02-1.130434761111D+00-8.163197172786D-09
    1.571494030463D-11 1.000000000000D+00 8.230000000000D+02 0.000000000000D+00
    3.200000000000D+01 0.000000000000D+00 1.396983861923D-09 1.480000000000D+02
    2.596680000000D+05 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
```

Fichero 95oct18casa.a

```
casa 291    0 14  -3832855.061   -3832852.989   20764791.103   20764791.889  1
casa 291    0 15  -1932753.473   -1932752.152   23025606.133   23025608.420  1
casa 291    0 18   -191430.529    -191430.252   24656587.151   24656589.163  1
casa 291    0 22  -2444624.551   -2444621.901   22508513.354   22508514.937  1
casa 291    0 25  -2949812.363   -2949808.662   22258999.205   22258999.632  1
casa 291    0 29  -1670473.859   -1670472.308   22409115.477   22409115.635  1
casa 291   30 14  -3840286.848   -3840284.776   20757359.266   20757360.162  1
casa 291   30 15  -1914283.549   -1914282.239   23044076.112   23044078.373  1
casa 291   30 18   -207329.153    -207328.868   24640688.394   24640690.635  1
casa 291   30 22  -2458225.787   -2458223.122   22494912.015   22494913.648  1
casa 291   30 25  -2935690.690   -2935686.992   22273121.015   22273121.208  1
casa 291   30 29  -1681115.594   -1681114.037   22398473.854   22398474.054  1
casa 291   60 14  -3847635.893   -3847633.821   20750010.062   20750010.988  1
casa 291   60 15  -1895770.976   -1895769.678   23062588.653   23062591.023  1
casa 291   60 18   -223219.005    -223218.710   24624798.015   24624800.800  1
casa 291   60 22  -2471750.391   -2471747.715   22481387.456   22481388.934  1
casa 291   60 25  -2921510.699   -2921507.003   22287301.001   22287301.347  1
casa 291   60 29  -1691735.199   -1691733.640   22387854.082   22387854.429  1
casa 291   90 14  -3854900.513   -3854898.440   20742745.403   20742746.301  1
casa 291   90 15  -1877216.337   -1877215.051   23081143.251   23081145.556  1
casa 291   90 18   -239097.495    -239097.188   24608919.438   24608922.072  1
casa 291   90 22  -2485199.565   -2485196.877   22467938.317   22467939.902  1
casa 291   90 25  -2907272.799   -2907269.105   22301538.849   22301539.273  1
casa 291   90 29  -1702332.295   -1702330.732   22377257.010   22377257.225  1
casa 291  120 14  -3862079.748   -3862077.674   20735566.158   20735566.939  1
casa 291  120 15  -1858620.266   -1858618.992   23099739.479   23099741.640  1
casa 291  120 18   -254966.370    -254966.052   24593050.725   24593053.168  1
casa 291  120 22  -2498575.070   -2498572.370   22454562.752   22454564.087  1
casa 291  120 25  -2892979.649   -2892975.958   22315832.094   22315832.420  1
casa 291  120 29  -1712906.835   -1712905.270   22366682.490   22366682.619  1
casa 291  150 14  -3869175.843   -3869173.768   20728470.119   20728470.864  1
casa 291  150 15  -1839983.374   -1839982.111   23118376.275   23118378.699  1
casa 291  150 18   -270826.629    -270826.296   24577190.126   24577193.081  1
casa 291  150 22  -2511880.571   -2511877.859   22441257.344   22441258.630  1
casa 291  150 25  -2878634.795   -2878631.106   22330177.069   22330177.149  1
casa 291  150 29  -1723459.581   -1723458.013   22356129.631   22356129.929  1
casa 291  180 14  -3876191.090   -3876189.014   20721455.105   20721455.758  1
casa 291  180 15  -1821306.327   -1821305.074   23137053.370   23137055.648  1
casa 291  180 18   -286680.271    -286679.921   24561336.623   24561339.450  1
casa 291  180 22  -2525117.232   -2525114.507   22428020.316   22428021.802  1
casa 291  180 25  -2864239.845   -2864236.158   22344571.874   22344572.165  1
casa 291  180 29  -1733987.305   -1733985.732   22345601.764   22345602.227  1
casa 291  210 14  -3883124.276   -3883122.201   20714521.919   20714522.686  1
casa 291  210 15  -1802589.714   -1802588.473   23155769.979   23155772.345  1
```

Fichero 95oct18.b

```
01 291 64800 26560710.417338371  3.318603849D-03  9.545863611D-01 -20.896243479119998 -1.353453453D+00  1.066747756D+00
01 291 72000 26560720.404535621  3.318444942D-03  9.545886827D-01 -21.421333508132399 -1.353299314D+00  2.116753977D+00
01 291 75104 26560733.497989449  3.317848895D-03  9.545894551D-01 -21.647705449028965 -1.353219885D+00  2.569409848D+00
01 291 79200 26560733.301396008  3.317846450D-03  9.545902597D-01 -21.946422979773799 -1.353215379D+00 -3.116355992D+00
01 291 82304 26560761.552602175  3.316573216D-03  9.545908698D-01 -22.172795006982365 -1.353426746D+00 -2.663409650D+00
02 291 14400 26560437.008677519  1.485944062D-02  9.484849160D-01 -21.462377253220196 -2.501756070D+00  2.337358114D+00
02 291 17504 26560413.692240424  1.486066693D-02  9.484844566D-01 -21.688749397461766 -2.501768192D+00  2.790112915D+00
02 291 21600 26560413.672573983  1.486066658D-02  9.484836827D-01 -21.987467191532598 -2.501768024D+00 -2.895637510D+00
02 291 24704 26560411.706610158  1.486079418D-02  9.484829937D-01 -22.213839834629165 -2.501767430D+00 -2.442893929D+00
02 291 36000 26560381.509273152  1.486041850D-02  9.484799933D-01 -23.037647675268399 -2.501667688D+00 -7.953793623D-01
02 291 43200 26560391.653688494  1.486092095D-02  9.484774361D-01 -23.562740586229800 -2.501675582D+00  2.548099460D-01
04 291 7200 26559830.7845155522  3.546471474D-03  9.688215766D-01 -18.800443269153600 -1.130434761D+00 -2.539773236D+00
04 291 14400 26559832.829102169  3.546654945D-03  9.688212986D-01 -19.325534642588497 -1.130492091D+00 -1.489503489D+00
04 291 28800 26559835.109611436  3.546280786D-03  9.688217506D-01 -20.375718605143099 -1.130687663D+00  6.111150725D-01
04 291 31904 26559838.923550639  3.546478110D-03  9.688221208D-01 -20.602091663708666 -1.130648478D+00  1.063833774D+00
04 291 36000 26559838.903894715  3.546462161D-03  9.688222159D-01 -20.900810437934296 -1.130650294D+00  1.661289368D+00
04 291 39104 26559831.393962409  3.546592546D-03  9.688223124D-01 -21.127183266821667 -1.130760478D+00  2.114157644D+00
04 291 50400 26559829.015163395  3.546697436D-03  9.688230058D-01 -21.950993777285798 -1.130708762D+00 -2.521412462D+00
05 291 36000 26561271.374434988  1.767611713D-03  9.511125875D-01 -23.022652421169397 -1.905754870D+00  3.061358450D+00
05 291 39104 26561295.123773131  1.766463974D-03  9.511117770D-01 -23.249024939918967 -1.906010860D+00 -2.768849022D+00
05 291 43200 26561295.104116678  1.766466768D-03  9.511106389D-01 -23.547743401079799 -1.906009690D+00 -2.171445158D+00
05 291 46304 26561268.877612184  1.766639645D-03  9.511095944D-01 -23.774115960790368 -1.905250549D+00 -1.719483398D+00
```

Fichero 95oct18.clocks

```
01 291 64800  6.078188307583D-04 -2.160049916711D-12  0.000000000000D+00
01 291 72000  6.078034639359D-04 -2.160049916711D-12  0.000000000000D+00
01 291 75104  6.078099831939D-04 -2.046363078989D-12  0.000000000000D+00
01 291 79200  6.077880971134D-04 -2.160049916711D-12  0.000000000000D+00
01 291 82304  6.077950820327D-04 -2.046363078989D-12  0.000000000000D+00
02 291 14400 -2.010073512793D-04 -2.728484105319D-12  0.000000000000D+00
02 291 17504 -2.010175958276D-04 -2.728484105319D-12  0.000000000000D+00
02 291 21600 -2.010273747146D-04 -2.728484105319D-12  0.000000000000D+00
02 291 24704 -2.010376192629D-04 -2.728484105319D-12  0.000000000000D+00
02 291 36000 -2.010688185692D-04 -2.728484105319D-12  0.000000000000D+00
02 291 43200 -2.010888420045D-04 -2.728484105319D-12  0.000000000000D+00
04 291 7200   4.873285070062D-05  1.818989403546D-12  0.000000000000D+00
04 291 14400  4.874588921666D-05  1.818989403546D-12  0.000000000000D+00
04 291 28800  4.877196624875D-05  1.818989403546D-12  0.000000000000D+00
04 291 31904  4.877336323261D-05  1.818989403546D-12  0.000000000000D+00
04 291 36000  4.878453910351D-05  1.818989403546D-12  0.000000000000D+00
04 291 39104  4.878640174866D-05  1.818989403546D-12  0.000000000000D+00
04 291 50400  4.880642518401D-05  1.818989403546D-12  0.000000000000D+00
05 291 36000  4.221685230732D-06  2.160049916711D-12  0.000000000000D+00
05 291 39104  4.241243004799D-06  2.273736754432D-12  0.000000000000D+00
05 291 43200  4.237517714500D-06  2.160049916711D-12  0.000000000000D+00
```

Fichero 97jan09coco___r0.rnx

```
     2              OBSERVATION DATA    G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
RGRINEXO V2.4.1 UX  AUSLIG              10-JAN-97 10:19     PGM / RUN BY /  DATE
Australian Regional GPS Network (ARGN)  - COCOS ISLAND      COMMENT
BIT 2 OF LLI(+4) FLAGS DATA COLLECTED UNDER "AS" CONDITION COMMENT
     -0.000000000103          HARDWARE CALIBRATION (S)     COMMENT
     -0.000000054663          CLOCK OFFSET (S)             COMMENT
COCO                                                       MARKER NAME
AU18                                                       MARKER NUMBER
mrh                 auslig                                 OBSERVER / AGENCY
126                 ROGUE SNR-8100    93.05.25 / 2.8.33.2  REC # / TYPE  / VERS
327                 DORNE MARGOLIN T                       ANT # / TYPE
  -741950.3241  6190961.9624 -1337769.9813                 APPROX POSITION XYZ
       0.0040        0.0000        0.0000                  ANTENNA: DELTA H/E/N
     1     1                                               WAVELENGTH FACT L1/2
     5    C1    L1    L2    P2    P1                       # / TYPES OF OBSERV
    30                                                     INTERVAL
  1997     1     9     0     7   30.000000                 TIME OF FIRST OBS
  1997     1     9    23    59   30.0000000                TIME OF LAST OBS
                                                           END OF HEADER
 97  1  9  0  7 30.0000000  0  7  1 25  9  5 23 17  6
  22127685.105   -14268715.899 8 -11118481.28445  22127685.4014
  22672158.746   -11510817.892 7  -8969469.30045  22672158.5184
  22594902.367   -12949753.825 7 -10090708.53945  22594903.7394
  22731128.796   -11621184.951 7  -9055464.16945  22731130.0094
  24610920.702     -924108.174 6   -720085.67045  24610920.0404
  20718775.074   -18605935.474 9 -14498133.97346  20718775.6074
  20842713.610   -19083282.892 9 -14870090.55546  20842713.4814
 97  1  9  0  8  0.0000000  0  7  1 25  9  5 23 17  6
  22133910.078   -14236004.699 8 -11092992.05945  22133910.3834
  22655271.274   -11599563.608 7  -9038621.81245  22655271.4994
  22612558.689   -12856969.398 7 -10018409.02845  22612559.6234
  22734737.216   -11602224.451 7  -9040689.79045  22734738.4484
  24604536.459     -957654.791 6   -746225.94245  24604534.7294
  20705341.319   -18676530.135 9 -14553142.81046  20705341.9424
  20853116.611   -19028615.135 9 -14827492.32746  20853116.7804
 97  1  9  0  8 30.0000000  0  7  1 25  9  5 23 17  6
  22140190.352   -14203001.317 8 -11067275.16945  22140191.1924
  22638420.202   -11688115.262 7  -9107623.10345  22638419.4574
  22630271.840   -12763886.669 7  -9945877.07545  22630271.8724
  22738365.024   -11583159.458 7  -9025833.98645  22738365.9064
  24598097.384     -991492.176 6   -772592.83444  24598100.2324
  20691984.567   -18746719.862 9 -14607836.11046  20691985.4654
  20863557.500   -18973748.285 9 -14784738.95746  20863557.4954
```

Fichero 1995-10-18.eci

```
10 1995 10 17 11 59 50.00 -4570.23221 22343.26956-14207.54335-1.72076536-2.11129485-2.69102630  0
10 1995 10 17 12 14 50.00 -6076.58950 20262.45361-16504.48943-1.62197124-2.50659329-2.40599804  0
10 1995 10 17 12 29 50.00 -7481.50029 17843.44999-18525.86601-1.49559158-2.86174702-2.07941433  0
10 1995 10 17 12 44 50.00 -8760.91454 15125.21520-20236.44381-1.34342728-3.17056668-1.71621512  0
10 1995 10 17 12 59 50.00 -9892.60246 12152.01364-21605.74702-1.16772081-3.42746450-1.32201601  0
10 1995 10 17 13 14 50.00-10856.54635  8972.82673-22608.63840 -.97114245-3.62756433 -.90305463  0
10 1995 10 17 13 29 50.00-11635.31641  5640.66287-23225.84923 -.75676842-3.76681175 -.46612187  0
10 1995 10 17 13 44 50.00-12214.42283  2211.76924-23444.44031 -.52804991-3.84208133 -.01847656  0
10 1995 10 17 13 59 50.00-12582.63548 -1255.25026-23258.17795 -.28877162-3.85127741  .43225753  0
10 1995 10 17 14 14 50.00-12732.26139 -4700.40323-22667.80937 -.04299943-3.79342382  .87821269  0
10 1995 10 17 14 29 50.00-12659.36983 -8063.35089-21681.22129  .20498341-3.66873770 1.31141546  0
10 1995 10 17 14 44 50.00-12363.95517-11284.50749-20313.46705  .45075120-3.47868207 1.72394031  0
10 1995 10 17 14 59 50.00-11850.02752-14306.17561-18586.64947  .68982067-3.22599211 2.10807561  0
10 1995 10 17 15 14 50.00-11125.62301-17073.69143-16529.65060  .91774452-2.91467036 2.45649755  0
10 1995 10 17 15 29 50.00-10202.72709-19536.55031-14177.70322 1.13021063-2.54994727 2.76244628  0
10 1995 10 17 15 44 50.00 -9097.10708-21649.48026-11571.80544 1.32314404-2.13820471 3.01989776  0
10 1995 10 17 15 59 50.00 -7828.05306-23373.42988 -8757.98524 1.49280782-1.68686222 3.22372395  0
10 1995 10 17 16 14 50.00 -6418.03012-24676.43742 -5786.42870 1.63589859-1.20422731 3.36983413  0
10 1995 10 17 16 29 50.00 -4892.24860-25534.35055 -2710.49242 1.74963251 -.69931413 3.45529027  0
10 1995 10 17 16 44 50.00 -3278.16264-25931.37064   414.37415 1.83181793 -.18163605 3.47839058  0
10 1995 10 17 16 59 50.00 -1604.91090-25860.40172  3531.76545 1.88091096  .33901976 3.43871688  0
10 1995 10 17 17 14 50.00    97.28443-25323.19163  6585.48190 1.89605185  .85282690 3.33714327  0
10 1995 10 17 17 29 50.00  1797.74176-24330.26159  9520.68224 1.87708037 1.35015382 3.17580594  0
10 1995 10 17 17 44 50.00  3465.94881-22900.62882 12284.99177 1.82453030 1.82178812 2.95803585  0
10 1995 10 17 17 59 50.00  5072.17706-21061.33515 14829.53493 1.73960365 2.25914209 2.68825859  0
10 1995 10 17 18 14 50.00  6588.06462-18846.80158 17109.86454 1.62412670 2.65443288 2.37186634 -1
10 1995 10 17 18 29 50.00  7987.15251-16298.03436 19086.76631 1.48049086 3.00083151 2.01506919 -1
10 1995 10 17 18 44 50.00  9245.36193-13461.71203 20726.92236 1.31158136 3.29257802 1.62473248 -1
10 1995 10 17 18 59 50.00 10341.40344-10389.18488 22003.42517 1.12069781 3.52506128 1.20820762 -1
10 1995 10 17 19 14 50.00 11257.11227 -7135.41784 22896.13851  .91147002 3.69486457  .77316262 -1
10 1995 10 17 19 29 50.00 11977.70696 -3757.90718 23391.90817  .68777251 3.79977931  .32741851 -1
10 1995 10 17 19 44 50.00 12491.97165  -315.59775 23484.62963  .45364057 3.83879043 -.12120431 -1
10 1995 10 17 19 59 50.00 12792.36449  3132.17550 23175.18337  .21319046 3.81203791 -.56502617 -1
10 1995 10 17 20 14 50.00 12875.05649  6526.70234 22471.25091 -.02945500 3.72075910 -.99663264 -1
10 1995 10 17 20 29 50.00 12739.90672  9810.85330 21387.02618 -.27023373 3.56721646-1.40898282 -1
10 1995 10 17 20 44 50.00 12390.37990 12929.96577 19942.83688 -.50520455 3.35461499-1.79550097 -1
10 1995 10 17 20 59 50.00 11833.41338 15832.65263 18164.69040 -.73059985 3.08701340-2.15015272 -1
10 1995 10 17 21 14 50.00 11079.24001 18471.52918 16083.75775 -.94287097 2.76923174-2.46750705 -1
10 1995 10 17 21 29 50.00 10141.17301 20803.85646 13735.80739-1.13872723 2.40675827-2.74278554 -1
10 1995 10 17 21 44 50.00  9035.35855 22792.10089 11160.59986-1.31516896 2.00565703-2.97190111 -1
10 1995 10 17 21 59 50.00  7780.50085 24404.41158  8401.25153-1.46951558 1.57247723-3.15148768 -1
10 1995 10 17 22 14 50.00  6397.56390 25615.01701  5503.57511-1.59942963 1.11416481-3.27892274 -1
10 1995 10 17 22 29 50.00  4909.45323 26404.54312  2515.40245-1.70293732  .63797619-3.35234411 -1
10 1995 10 17 22 44 50.00  3340.68028 26760.25448  -514.10547-1.77844646  .15139338-3.37066210 -1
10 1995 10 17 22 59 50.00  1717.01172 26676.21948 -3535.15778-1.82476230 -.33795994-3.33356778 -1
10 1995 10 17 23 14 50.00    65.10540 26153.40000 -6498.03893-1.84110144 -.82240282-3.24153789 -1
```

Apéndice IV: listados de Programas

Programas FORTRAN

A continuación se presentan los listados de algunos de los programas FORTRAN que se utilizan en las prácticas del libro. Estos programas utilizan subrutinas para inversión y producto de matrices, ejemplos de las cuales pueden encontrarse en el libro *Numerical Recipes*.

- **Programa cart2esf:**

  Realiza el cambio de coordenadas de cartesianas a esféricas.

```
c2345678901234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
c -------------------------------------------------------------
c               (x,y,z) ---->|cart2esf| ---> (r, alfa, delta)
c                                              en grados
c     Ejemplo:
c             Ejecutar: echo "1 0 0"|cart2esf
c
c     @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c -------------------------------------------------------------

        pi=3.1415926535898d0

10      continue
        read (*,*,end=100) x,y,z
        r=dsqrt(x**2+y**2+z**2)
        alfa=datan2(y,x)
        if (alfa.lt.0.d0) alfa=alfa+2.d0*pi
        delta=datan2(z,dsqrt(x**2+y**2))
        print *, r, alfa*180.d0/pi, delta*180.d0/pi
        goto 10

100     continue
        end
```

- **Programa esf2cart:**

  Realiza el cambio de coordenadas de esféricas a cartesianas.

```
c234567
      implicit double precision (a-h,o-z)

c ------------------------------------------------------------
c
c       (r, alfa, delta)  ---->|esf2cart| ---> (x,y,z)
c          en grados
c     Ejemplo:
c          Ejecutar: echo "1 90 90"|esf2cart
c
c     @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c ------------------------------------------------------------

        pi=3.1415926535898d0

10      continue

        read (*,*,end=100) r,a,d

        a=a*pi/180.d0
        d=d*pi/180.d0

        x=r*dcos(a)*dcos(d)
        y=r*dsin(a)*dcos(d)
        z=r*dsin(d)
        write(*,'(f16.9,1x,f16.9,1x,f16.9)') x,y,z
        goto 10

100     continue
end
```

- **Programa ymdUT2sid:**

  Cálculo del día juliano y del tiempo sidéreo a partir del año, mes, día, hora.

```
c234567890
        implicit double precision (a-h,o-z)
        double precision jd
c       -------------------------------------------------------
c       Calcula el DIA JULIANO  y el tiempo SIDEREO MEDIO
c       para una fecha y una hora determinadas (es decir, el
c       angulo horario del punto Aries):
c
c       anyo mes dia hora(UT)-->|ymdUT2sid|--> jd sid(hh.hh)
c
c       Ejecutar:
c         echo "1978 11 13 0"| ymdUT2sid
c         resultado:
c                  2443825.5    3.45038611041   3  27  1.39000
c
c       @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c       -------------------------------------------------------
        read(*,*) xy,xm,xd,xt
        if (xm.le.2.d0) then
           xy=xy-1.d0
           xm=xm+12.d0
        endif
        jd=int(365.25d0*xy)+int(30.6001d0*(xm+1.d0))+xd
     *     +xt/24.d0+1720981.5d0
        tt=(jd-2451545.d0)/36525.d0
        sid1=24110.54841d0+8640184.812866d0*tt
     *       +0.093104d0*tt**2-(6.2d-6)*(tt**3)
        sid1=(sid1/3600.d0+xt)
        sid1=dmod(sid1,24.d0)
        if (sid1.lt.0.d0) sid1=sid1+24.d0
        ih=int(sid1)
        xmm=(sid1-dble(ih))*60.d0
        mm=int(xmm)
        xss=(xmm-dble(mm))*60.d0
        write(*,'(f10.1,1x,f16.11,1x,i3,1x,i3,1x,f8.5)')
     *       jd, sid1, ih,mm,xss
        end
```

- **Programa wgs2eq.f:**

  Realiza el cambio de coordenadas terrestres (WGS84) a coordenadas ecuatoriales.

```
c234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension r(3), rp(3)

c ------------------------------------------------------------
c
c         (t_sid,x,y,z)  ---->|wgs2eq| ---> (x,y,z)
c              WGS84                       coordenadas ecuat.
c        x => Greenwich                     x => Aries
c        z => Polo Norte                    z => Polo Norte
c
c   Ejemplo:
c            echo "3.460 16336.506 7596.636 -19390.923"|wgs2eq
c
c   @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c ------------------------------------------------------------

        pi=3.1415926535898d0

        read (*,*) ts,r
        ts=ts*pi/12.d0
        call rot3(-ts,r,rp)

        write(*,'(f12.5,1x,f12.5,1x,f12.5)') rp

        end
c ------------------------------------------------------------

        subroutine rot3(ang,r,rp)
        implicit double precision (a-h,o-z)
        dimension r(3),rp(3)

        rp(1)=cos(ang)*r(1)+sin(ang)*r(2)
        rp(2)=-sin(ang)*r(1)+cos(ang)*r(2)
        rp(3)=r(3)
        end
c ------------------------------------------------------------
```

- **Programa eq2wgs:**

  Realiza el cambio de coordenadas de ecuatoriales a coordenadas terrestres.

```
c234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension r(3), rp(3)

c ------------------------------------------------------------
c
c          (t_sid,x,y,z)  -----> |eq2wgs| --------> (x,y,z)
c      coordenadas ecuatoriales                       WGS84
c          x => Aries                          x => Greenwich
c          z => Polo Norte                     z => Polo Norte
c
c   Ejemplo:
c    echo "3.460 4099.155 17543.866 -19390.923"|eq2wgs
c
c   @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c ------------------------------------------------------------

        pi=3.1415926535898d0

        read (*,*) ts,r
        ts=ts*pi/12.d0
        call rot3(ts,r,rp)

        write(*,'(f12.5,1x,f12.5,1x,f12.5)') rp

        end
c ------------------------------------------------------------

        subroutine rot3(ang,r,rp)
        implicit double precision (a-h,o-z)
        dimension r(3),rp(3)

        rp(1)=cos(ang)*r(1)+sin(ang)*r(2)
        rp(2)=-sin(ang)*r(1)+cos(ang)*r(2)
        rp(3)=r(3)
        end
c ------------------------------------------------------------
```

- **Programa wgs2eq_ts:**

  Lo mismo que en wgs2eq, pero el tiempo sidéreo lo calcula el propio programa.

```
c234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension r(3), rp(3)

c ------------------------------------------------------------
c
c       (yy mm dd UT,x,y,z)  ---->|wgs2eq_ts| ---> (x,y,z)
c           WGS84                          equatorial coord.
c        x => Greenwich                     x => Aries
c        z => North Pole                    z => North Pole
c
c  Example:
c  echo "1998 11 13 0 16336.5 7596.6 -19390.9 "|wgs2eq_ts
c
c    @gAGE (Research group of Astronomy and GEomatics).
c ------------------------------------------------------------

        pi=3.1415926535898d0

        read (*,*)  ay,am,ad,ah,r

c       Sidereal time calculation
        call sid0TU(ay,am,ad,ts)
        ts=ts+1.00273790934d0*ah
        ts=dmod(ts,24.d0)
c       print *, ay,am,ad,ah,ts
        ts=ts*pi/12.d0

c       Coordinate transformation
        call rot3(-ts,r,rp)

        write(*,'(f12.5,1x,f12.5,1x,f12.5)') rp

        end

c ------------------------------------------------------------
```

```
        subroutine rot3(ang,r,rp)
        implicit double precision (a-h,o-z)
        dimension r(3),rp(3)

        rp(1)=dcos(ang)*r(1)+dsin(ang)*r(2)
        rp(2)=-dsin(ang)*r(1)+dcos(ang)*r(2)
        rp(3)=r(3)
        end
c -------------------------------------------------------------
        subroutine sid0TU(xy,xm,xd,sid)
        implicit double precision (a-h,o-z)
        double precision jd

c       ---------------------------------------------------
c       year month day -->|sid0TU|--> sid(hh.hh)
c       ---------------------------------------------------

        if (xm.le.2.) then
           xy=xy-1.d0
           xm=xm+12.d0
        endif

c       Julian day (jd)
        jd=int(365.25d0*xy)+int(30.6001d0*(xm+1.d0))+xd+
     * +1720981.5d0

c       Sidereal time calculation at 0h TU(sid)
        tt=(jd-2451545.d0)/36525.d0

        sid=24110.54841d0+8640184.812866d0*tt
     *      +0.093104d0*tt**2-(6.2d-6)*(tt**3)
        sid=sid/3600.d0
        sid=dmod(sid,24.d0)
        if (sid.lt.0.d0) sid=sid+24.d0

        end
c -------------------------------------------------------------
```

- **Programa eq2wgs_ts:**

  Lo mismo que eq2wgs, pero el tiempo sidéreo lo calcula el propio programa.

```
c234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension r(3), rp(3)

c ------------------------------------------------------------
c
c   (yy,mm,dd,hh,x,y,z)  -----> |eq2wgs_ts| ------> (x,y,z)
c  coordenadas ecuatoriales                          WGS84
c      x => Aries                                x => Greenwich
c      z => Polo Norte                           z => Polo Norte
c
c Ejemplo:
c     echo "1998 11 13 0 4099.15 17543.86 -19390.92"|eq2wgs_ts
c
c      @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c ------------------------------------------------------------

        pi=3.1415926535898d0
10      continue
        read(*,*,end=100) ay,am,ad,ah,r

c       Calculo del tiempo sidereo
        call sid0TU(ay,am,ad,ts)
c        ts=ts+(365.2422d0/364.2422d0)*ah
        ts=ts+1.00273790934d0*ah
        ts=dmod(ts,24.d0)

c        print *, ay,am,ad,ah,ts
        ts=ts*pi/12.d0
c       Transformacion de coordenadas
        call rot3(ts,r,rp)
c       print *, ts
        write(*,'(f12.5,1x,f12.5,1x,f12.5)') rp
        goto 10

100     continue
        end
```

```
c ------------------------------------------------------------
        subroutine rot3(ang,r,rp)
        implicit double precision (a-h,o-z)
        dimension r(3),rp(3)

        rp(1)=dcos(ang)*r(1)+dsin(ang)*r(2)
        rp(2)=-dsin(ang)*r(1)+dcos(ang)*r(2)
        rp(3)=r(3)

        end
c ------------------------------------------------------------
        subroutine sid0TU(xy,xm,xd,sid)
        implicit double precision (a-h,o-z)
        double precision jd

c       Calculo del tiempo sidereo a 0h TU

c       ----------------------------------------------------
c       anyo mes dia  -->|sid0TU|-->  sid(hh.hh)
c       ----------------------------------------------------

        if (xm.le.2.d0) then
           xy=xy-1.d0
           xm=xm+12.d0
        endif

c       dia juliano (jd)
        jd=int(365.25d0*xy)+int(30.6001d0*(xm+1.d0))+xd
     *  +1720981.5d0

c       print *,xy,xm,xd,jd
c       Calculo tiempo sidereo a 0h TU (sid)
        tt=(jd-2451545.d0)/36525.d0

        sid=24110.54841d0+8640184.812866d0*tt
     *      +0.093104d0*tt**2-(6.2d-6)*(tt**3)
        sid=sid/3600.d0
        sid=dmod(sid,24.d0)
        if (sid.lt.0.d0) sid=sid+24.d0
        end
c ------------------------------------------------------------
```

- **Programa orb2xyz:**

  Calcula las coordenadas (x, y, z) a partir de los elementos orbitales.

```
cx234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
       dimension p(6),r0(3),r(3),rot1(9),rot2(9),
     * rot3(9)

c   .....................................................
c
c
c  sat,dia,seg,[a,e,i,OMEGA,omega,Mo]-->|orb2xyz|-->isat,idia,
c                                                     time,
c                                                     r_sat_topo
c
c   NOTA:
c   z => Polo Norte
c   Si W (long. nodo asc.) referida a Aries  => x hacia Aries
c   Si W (long. nodo asc.) referida a Green. => x hacia Green.
c
c       Nota: en los ficheros *eph y los *b
c             se toma W referida a Greenwich
c
c     @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c   ------------------------------------------------------------

        do i=1,3
          r0(i)=0.d0
        enddo

10      continue

        read (*,*,end=100) isat,id,t,p
        call kepler(p(6),p(2),ex)
        r0(1)=p(1)*(1.d0-p(2)*dcos(ex))
        xv=datan2(dsqrt(1.d0-p(2)**2)*dsin(ex),dcos(ex)-p(2))
        call rotate(3,-p(5)-xv,rot3)
        call rotate(1,-p(3),rot1)
        call prod(rot1,3,3,rot3,3,3,rot2)
        call rotate(3,-p(4),rot3)
```

```
         call prod(rot3,3,3,rot2,3,3,rot1)
         call prod(rot1,3,3,r0,3,1,r)

         write(*,*) isat,id,t,r
         goto 10


100      end


c  ------------------------------------------------------------
        subroutine kepler(xm,e,ex)
        implicit double precision (a-h,o-z)

         eps=1.d-12
         ex=xm

10      dex=xm-(ex-e*dsin(ex))
        ex=ex+dex
        if (dex .gt. eps) goto 10
        return
        end
c  ------------------------------------------------------------
```

- **Programa ele_orb2rv:**

  Cálculo de la posición y la velocidad a partir de los elementos orbitales.

```
cx234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
       dimension p(6),r0(3),r(3),v(3),rot1(9),rot2(9),
     * rot3(9), rot(9)

c   .....................................................
c
c     [a,e,i,OMEGA,omega,M] ---> |ele_orb2rv| ----> [r,v]
c                                                (ecuatoriales)
c                                                x => Aries
c                                                z => Polo Norte
c     (unidades: km  y rad)                 (unidades: km y km/s)
c
c     NOTA: !! Coordenadas TERRESTRES!!: ----------------------
c   Si W (long. nodo asc.) referida a Aries  => x hacia Aries
c   Si W (long. nodo asc.) referida a Green. => x hacia Green.
c     WARNING: en este ultimo caso la velocidad corresponderia
c              a un sistema inercial rotado un angulo=t_sider.
c              alrededor del eje z.
c
c       Nota: en los ficheros *eph y los *b
c             se toma W referida a Greenwich
c
c   -----------------------------------------------------------
c     Nota: M=n(t-T)  con n=dsqrt(gm/a**3)
c   .....................................................
c
c   Ejemplo1:
c   echo "26549. 0.014 0.946 -1.246 -2.476 0.781" |ele_orb2rv
c
c   Resultado:
c        -15366.34 -2287.86 -21205.69 .99 -3.77 -.36
c
c
c      @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c -------------------------------------------------------------
```

```
        gm=398600.5d0
        c=299792458.d0

10      continue
        read (*,*,end=100) p
        call kepler(p(6),p(2),ex)
        rr=p(1)*(1.d0-p(2)*dcos(ex))
        xv=datan2(dsqrt(1.d0-p(2)**2)*dsin(ex),dcos(ex)-p(2))
        call rotate(3,-p(5),rot3)
        call rotate(1,-p(3),rot1)
        call prod(rot1,3,3,rot3,3,3,rot2)
        call rotate(3,-p(4),rot3)
        call prod(rot3,3,3,rot2,3,3,rot)

c       calculo de la posicion r:
        r0(1)=rr*dcos(xv)
        r0(2)=rr*dsin(xv)
        r0(3)=0.d0
        call prod(rot,3,3,r0,3,1,r)

c       calculo de la velocidad v:
        xna=dsqrt(gm/p(1))
        b=p(1)*dsqrt(1.d0-p(2)**2)
        v(1)=xna/rr*(rot(4)*b*dcos(ex)-rot(1)*p(1)*dsin(ex))
        v(2)=xna/rr*(rot(5)*b*dcos(ex)-rot(2)*p(1)*dsin(ex))
        v(3)=xna/rr*(rot(6)*b*dcos(ex)-rot(3)*p(1)*dsin(ex))
        write(*,*) r,v
        goto 10

100     end

c -------------------------------------------------------------
       subroutine kepler(xm,e,ex)
       implicit double precision (a-h,o-z)
       eps=1.d-12
       ex=xm
10     dex=xm-(ex-e*dsin(ex))
       ex=ex+dex
       if (dex .gt. eps) goto 10
       return
       end
```

- **Programa rv2ele_orb:**

  Cálculo de los elementos orbitales a partir de la posición y la velocidad del satélite.

```
cx234567
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension r(3),v(3),c(3),ve(3)

c   .....................................................
c
c
c    [r,v]  ------> |rv2ele_orb| -->  [a,e,i,OMEGA,omega,M]
c    (ecuatoriales)
c     x => Aries
c     z => Polo Norte
c    (unidades: km y km/s)            (unidades: km  y rad)
c
c   -------------------------------------------------------
c     Nota: M=n(t-T)  con n=dsqrt(gm/a**3)
c   .....................................................
c
c
c  Ejemplo1:
c  echo "-15334. -2312. -21208. .994 -3.770 -.359" |rv2ele_orb
c
c  Resultado:
c         26549.521 .015 .947 -1.247 -2.477 .782
c
c
c     @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c ------------------------------------------------------------

        gm=398600.5d0
        pi=3.1415926535898d0

10      continue
        read (*,*,end=100) r,v

        rr=dsqrt(r(1)**2+r(2)**2+r(3)**2)
        vv=dsqrt(v(1)**2+v(2)**2+v(3)**2)
```

```
          c(1)=r(2)*v(3)-r(3)*v(2)
          c(2)=r(3)*v(1)-r(1)*v(3)
          c(3)=r(1)*v(2)-r(2)*v(1)
          cc=dsqrt(c(1)**2+c(2)**2+c(3)**2)

          ve(1)=(-c(2)*v(3)+c(3)*v(2))/gm-r(1)/rr
          ve(2)=(-c(3)*v(1)+c(1)*v(3))/gm-r(2)/rr
          ve(3)=(-c(1)*v(2)+c(2)*v(1))/gm-r(3)/rr

          ex=dsqrt(ve(1)**2+ve(2)**2+ve(3)**2)
          a=1.d0/(2.d0/rr-vv**2/gm)
          Wg=datan2(c(1),-c(2))
          xi=dacos(c(3)/cc)
          wp=datan2(ve(3)/dsin(xi),(ve(1)+dsin(Wg)*ve(3)*
      *     dcos(xi)/dsin(xi))/dcos(Wg))
          E=dacos((1.d0-rr/a)/ex)
          control=r(1)*v(1)+r(2)*v(2)+r(3)*v(3)
          if (control.lt.0.d0) E=-E
          xn=dsqrt(gm/a**3)
          xM=E-ex*dsin(E)

c         TT=t-xM/xn
c         if (TT.lt.0.d0) TT=TT+2.d0*pi/xn

          write(*,'(f16.9,1x,f16.9,1x,f16.9,1x,f16.9,1x,
      *  f16.9,1x,f16.9)') a,ex,xi,Wg,wp,xM
          goto 10

100       continue

          end
```

- **Programa lms:**

  Resolución de un sistema de ecuaciones sobredimensionado por el método de mínimos cuadrados con pesos.

```
c234567890

        program lms

        implicit double precision (a-h,o-z)
        parameter (nmc=100)
        dimension a(nmc),ay(nmc),aa((nmc**2+nmc)/2),x(nmc)

c -------------------------------------------------------------
c       Dado el sistema  Y=AX con covarianzas (ruido de datos)
c                        P=diag(sig(Y1)**2,...,sig(Yk)**2)
c       calcula la solucion de varianza minima:
c                        X^=inv[A'*inv(P)*A]*[A'*inv(P)*Y]
c .............................................................
c
c
c       El fichero de datos debe tener el siguiente formato:
c
c
c       n     <----------- numero de componentes del vector X
c       a(1,1).....a(1,n) y(1) sig_y(1)   <---- error standar
c         :           :     :      :
c         :           :     :      :
c       a(k,1).....a(k,n) y(k) sig_y(k)
c         :           :     :      :
c                                  <----- el numero de filas
c                                       puede ser cualquiera
c
c    @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c .............................................................
c
c   Ejecutar:   cat fichero | lms
c
c -------------------------------------------------------------
```

```
        read(*,*,end=100) n


10      continue
        read(*,*,end=100) (a(i),i=1,n),y,sig
        do 20 i=1,n
        ay(i)=ay(i)+a(i)*y/(sig**2)
        aa(i*(i+1)/2)=aa(i*(i+1)/2)+a(i)*a(i)/(sig**2)
        do 30 j=i+1,n
        aa(j*(j-1)/2+i)=aa(j*(j-1)/2+i)+a(i)*a(j)/(sig**2)
30      continue
20      continue
        goto 10


100     continue

        call invsp(aa,n,ier)
        if (ier.eq.1) print *, "Warning: sigular matrix"
        call prod(aa,n,n,ay,n,1,x)

        write(*,*) (x(i),i=1,n)

        end
```

- **Programa** `kalman0.f`

```
      program kalman0
      implicit double precision (a-h,o-z)
      double precision fi_x,fi_y,fi_z,fi_t
      parameter (nmax=10)
      dimension P((nmax**2+nmax)/2),xfi(nmax),Q(nmax),
     * a(nmax),y(nmax),x(nmax)
      character*4 itype
      namelist /parameters/fi_x,fi_y,fi_z,fi_t,
     *  Pxx,Pyy,Pzz,Ptt,Qxx,Qyy,Qzz,Qtt
c ================================================================
c
c    cat file.dat --> |kalman0| --->  time dx dy dz dt
c                         ^
c           kalman.nml___|
c
c   ----------------------------------------------------------------
c   Aplica sobre el sistema lineal:  Y= A x, es decir:
c
c
c    [  ]   [                                    ] [dx ]
c    [yi] = [(x0-xs)/ro (y0-ys)/ro (z0-zs)/ro 1] [dy ]
c    [  ]   [                                    ] [dz ]
c    [  ]   [                                    ] [cdt]
c
c    siendo:
c                [1/(sigma_y1)^2                      ]
c                [                                    ]
c             W= [        1/(sigma_yi)^2              ]
c                [                                    ]
c                [                      1/(sigma_yn)^2 ]
c
c
c    [Pxx         ]      [Qxx         ]      [fi_x           ]
c P0=[   Pyy      ]    Q=[   Qyy      ]   fi=[    fi_y       ]
c    [      Pzz   ]      [      Qzz   ]      [        fi_z    ]
c    [         Ptt]      [         Qtt]      [            fi_t]
c
c    (Ver ecuaciones del filtro en el tema 6, pagina 104)
c  ..............................................................
```

```
c   Los valores de [y(n),sigma_y,(x0-xs)/ro,(y0-ys)/ro,(z0-zs)/ro]
c   se obtienen del fichero "file.dat":
c
c
c   Ejemplo de fichero file.dat
c  ------------------------------------------------------------------
c  [itype time PRN y(n) sigma_y (x0-xs)/ro (y0-ys)/ro (z0-zs)/ro 1 ]
c                   (meters)
c                   ......................
c    PC   900  03 5934.730 10.0 -0.557881  0.398805 -0.727820  1.0
c    PC   900  17 5939.028 10.0  0.058012  0.613973 -0.787191  1.0
c    PC  1800  22 5933.606 10.0 -0.657670  0.369129 -0.656667  1.0
c                   ......................
c
c  Los valores de Pxx, Pyy, Pzz, Ptt, Qxx, Qyy, Qzz, Qtt,
c   fi_x, fi_y, fi_z, fi_t, se establecen a traves de la
c  namelist kalman.nml:
c
c
c  ... kalman.nml ...
c  $parameters
c    Pxx=1.d+8
c    Pyy=1.d+8    (m2)
c    Pzz=1.d+8
c    Ptt=9.d+16
c    fi_x=1.d0     ctt ==> fi=1; Q=0
c    fi_y=1.d0     wn  ==> fi=0; Q=sigma**2
c    fi_z=1.d0     rw  ==> fi=1; Q=sigma**2 * dt
c    fi_t=0.d0
c    Qxx=0.d0
c    Qyy=0.d0     (m2)
c    Qzz=0.d0
c    Qtt=9.d+16
c  $end
c  ..................
c
c
c    @gAGE (group of Astronomy and GEomatics)
c ================================================================
```

```
c   Initialization values.................
          nobs=0
          do i=1,nmax
           a(i)=0.d0
           x(i)=0.d0
           y(i)=0.d0
           xfi(i)=0.d0
           Q(i)=0.d0
          enddo
          do i=1,(nmax**2+nmax)/2
           P(i)=0.d0
          enddo
c   ....................................

         open (10,file="kalman.nml")
         read (10,nml=parameters)
         close(10)

c   Kalman FILTER declaration matrix ......
c      State transition matrix.....
          xfi(1)=fi_x
          xfi(2)=fi_y
          xfi(3)=fi_z
          xfi(4)=fi_t
c      Apriory covariance values (in meters)...
c      (sig_dx_i=1.d3m; sig_dt=1.d4m)
          P(1)=Pxx
          P(3)=Pyy
          P(6)=Pzz
          P(10)=Ptt
c      Process noise matrix (in meters).......
          Q(1)=Qxx
          Q(2)=Qyy
          Q(3)=Qzz
          Q(4)=Qtt
c   ....................................

         nvar=4
```

```
c    ================================================
c    BEGIN fordward propagation (of apriori data):
c       Computing the prediction from the apriori values
c       x^_(1)=xfi*x^(0); P_(1)=xfi*P(0)*xfi'+Q
c
c       NOTE:
c       1) x^(0)=0 ==> x^_(1)=0.
c
c          Let's: x:= x^_(1)=0  (x was initializated as "0")
c
c
c       2) The matrix "xfi" and "Q" are assumed to be
c           diagonal, and stored as n-dim vectors..

        do i=1,nvar
          P(i*(i+1)/2)= P(i*(i+1)/2)*xfi(i)+Q(i)
        enddo

c    END of fordward propagation (of apriori data).
c    ================================================


c         P:=inv[P_(n)] .............
           call invsp(P,nvar,ier)
c         ..........................


c    BEGIN MAIN LOOP ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++

c    :::Begin data loop ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
        nf=0
10      read (*,*,end=900) itype,tt,isat,yy,sigma_y,(a(j),j=1,nvar)
        nf=nf+1
        if (nf.eq.1) tt0=tt
        if (tt .gt. tt0) goto 200
25      continue
c       print *,"AA",tt,isat,yy,sigma_y,itype,(a(j),j=1,nvar)


c       ----------------------------------------
```

```
c       PREPARING  matrix and vector for ESTIMATION
c       Building the vector and matrix: .......
c            y:=A'(n)*W*Y(n)
c            P:=inv(P_(n))+A'(n)*W*A(n)
c            (where W <--> 1/sigma_y**2)
c       ....................................
         do j=1,nvar
          y(j)=y(j)+a(j)*yy/sigma_y**2
          do i=1,j
            P(j*(j-1)/2+i)=P(j*(j-1)/2+i)+
     *      a(i)*a(j)/sigma_y**2
          enddo
         enddo
c       ----------------------------------------

        nobs=nobs+1
        tt0=tt
        goto 10

c   ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::End Data loop :::
200     continue

c    ESTIMATION ==============================================

c       P:=  P(n)=inv[inv(P_(n))+A'(n)*W*A(n)].........
        call invsp(P,nvar,ier0)
c       ........................................

c       x:= x^(n)=P(n)*[inv(P_(n))*x^_(n)+A'(n)*W*Y(n)]
        do i=1,nvar
          x(i)=0.d0
          do k=1,nvar
             if (k.lt.i) ik=k+i*(i-1)/2
             if (k.ge.i) ik=i+k*(k-1)/2
             x(i)=x(i)+P(ik)*y(k)
          enddo
        enddo
c       ..............................
c    End estimation
c    ========================================================
```

```
c    ...PRINT KALMAN ESTIMATION.........................
       write(*,'(a4,1x,f8.2,4(1x,f10.5))') "XYZT",tt0,(x(i),i=1,4)

c    ========================================================
c    BEGIN fordward propagation:

c       x:= x^_(n+1)=fi*x^(n) ...........
         do i=1,nvar
          x(i)=x(i)*xfi(i)
         enddo
c       ..............................

c       P:= P_(n+1)=fi*P(n)*(fi)'+Q ................
         do i=1,nvar
          P(i*(i+1)/2)= P(i*(i+1)/2)*xfi(i)+Q(i)
         enddo
c       ........................................
c    END of fordward propagation.
c    ========================================================

c       PREPARING  matrix and vector for ESTIMATION ---------
c       P:=inv[P_(n+1)] ............
         call invsp(P,nvar,ier)
c       ........................

c       y:=inv(P_(n+1))*x^_(n+1) ...........
         do i=1,nvar
          y(i)=0.d0
          do k=1,nvar
             if (k.lt.i) ik=k+i*(i-1)/2
             if (k.ge.i) ik=i+k*(k-1)/2
             y(i)=y(i)+P(ik)*x(k)
          enddo
         enddo
c       ------------------------------------------------------

        tt0=tt
        goto 25
c  ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++ END of Main LOOP
900     continue
         end
```

- **Programa** `kalman.f`

```
      program kalman

      implicit double precision (a-h,o-z)
      double precision fi_x,fi_y,fi_z,fi_t
      parameter (nsat=32,nmax=nsat+4)
      dimension P((nmax**2+nmax)/2),AWA((nmax**2+nmax)/2),
     * xfi(nmax),Q(nmax),a(nmax),y(nmax),AWy(nmax),PIx(nmax),
     * x(nmax),iarc0(nmax)
      character*1 itype
      namelist /parameters/fi_x,fi_y,fi_z,fi_t,
     *  Pxx,Pyy,Pzz,Ptt,Qxx,Qyy,Qzz,Qtt

c ======================================================================
c
c    cat file.dat --> |kalman| --->  XYZT: time dx dy dz dt
c                        ^           BIAS: time b01 ... b32
c                        |
c           kalman.nml___|
c
c
c   ----------------------------------------------------------------
c
c   Aplica sobre el sistema lineal:  Y= A x, es decir:
c
c  [  ]   [                                                  ] [dx ]
c  [  ]   [                                                  ] [dy ]
c  [  ]   [                                                  ] [dz ]
c  [  ] = [                                                  ] [dt ]
c  [yi]   [(x0-xs)/ro (y0-ys)/ro (z0-zs)/ro 1  0  ...  1  ...  0] [b1 ]
c  [  ]   [                                                ^ ] [...]
c  [  ]   [                                                | ] [bk ]
c  [  ]   [                                                | ] [...]
c  [  ]   [                                                | ] [b32]
c                  coef. para el bias "bk"                 |
c                  si la observacion [yi] corresponde__|
c                  al satelite con PRN=k
c
c
```

```
c
c    donde:
c           [b1 ... bk ... b32] son los bias de los arcons de fase
c                               para los satelites PRN01,...,PRN32
c
c
c    siendo:
c                  [1/(sigma_y1)^2                       ]
c                  [     ...                             ]
c              W= [        1/(sigma_yi)^2                ]
c                  [                     ...             ]
c                  [                       1/(sigma_yn)^2 ]
c
c
c
c       [Pxx                    ]       [Qxx                    ]
c       [   Pyy                 ]       [   Qyy                 ]
c       [      Pzz              ]       [      Qzz              ]
c   P0= [         Ptt           ]    Q= [         Qtt           ]
c       [            Pb1        ]       [            Qb1        ]
c       [               ...     ]       [               ...     ]
c       [                  Pb32 ]       [                  Qb32 ]
c
c
c
c
c       [fi_x                        ]    - Si se produce un cycle-slip
c       [    fi_y                    ]      en el sat. PRN=k:
c       [        fi_z                ]       fi_bk=0, Qbk= 9e16 m2
c   fi= [            fi_t            ]
c       [                fi_b1       ]    - Si no se produce cycle-slip
c       [                     ...    ]       fi_bk=1, Qbk= 0
c       [                        fi_b32]
c                                         * "iarc" permite identificar
c                                           los cycle-slips.
c                                           Si cambia "iarc" => cycle-slip
c
c
c
c    (Ver ecuaciones del filtro en el tema 6, pagina 104)
c
```

```
c  ..........................................................
c   Los valores de [y(n), sigma_y,(x0-xs)/ro,(y0-ys)/ro,(z0-zs)/ro]
c   se obtienen del fichero "file.dat":
c
c
c   Ejemplo de fichero "file.dat"
c  ------------------------------------------------------------------------
c  [itype time PRN y(n) sigma_y (x0-xs)/ro (y0-ys)/ro (z0-zs)/ro 1 iarc]
c                    (meters)
c                   ......................
c    PC   900  03 5934.730 10.0 -0.557881  0.398805 -0.727820  1.0  1
c    LC   900  03 5935.241  0.1 -0.557881  0.398805 -0.727820  1.0  1
c    PC   900  17 5939.028 10.0  0.058012  0.613973 -0.787191  1.0  2
c    LC   900  17 5938.107  0.1  0.058012  0.613973 -0.787191  1.0  2
c    PC  1800  22 5933.606 10.0 -0.657670  0.369129 -0.656667  1.0  1
c    LC  1800  22 5932.513  0.1 -0.657670  0.369129 -0.656667  1.0  1
c                   ......................
c
c  Los valores de Pxx, Pyy, Pzz, Ptt, Qxx, Qyy, Qzz, Qtt,
c  fi_x, fi_y, fi_z, fi_t, se establecen a traves de la
c  namelist kalman.nml:
c
c  ... kalman.nml ...
c  $parameters
c    Pxx=1.d+8
c    Pyy=1.d+8    (m2)
c    Pzz=1.d+8
c    Ptt=9.d+16
c    fi_x=1.d0     ctt ==> fi=1; Q=0
c    fi_y=1.d0     wn  ==> fi=0; Q=sigma**2
c    fi_z=1.d0     rw  ==> fi=1; Q=sigma**2 * dt
c    fi_t=0.d0
c    Qxx=0.d0
c    Qyy=0.d0     (m2)
c    Qzz=0.d0
c    Qtt=9.d+16
c  $end
c  ................
c
c    @gAGE (group of Astronomy and GEomatics)
c ======================================================================
```

```
c   Initialization values.................
          do i=1,nmax
           a(i)=0.d0
           x(i)=0.d0
           y(i)=0.d0
           AWy(i)=0.d0
           xfi(i)=0.d0
           Q(i)=0.d0
           iarc0(i)=0
          enddo
          do i=1,(nmax**2+nmax)/2
           P(i)=0.d0
           AWA(i)=0.d0
          enddo
c   ....................................

        open (10,file="kalman.nml")
        read (10,nml=parameters)
        close(10)

c   Kalman FILTER declaration matrix ......
c      State transition matrix.....
          xfi(1)=fi_x
          xfi(2)=fi_y
          xfi(3)=fi_z
          xfi(4)=fi_t
c      Apriory covariance values (in meters)...
          P(1)=Pxx
          P(3)=Pyy
          P(6)=Pzz
          P(10)=Ptt
c      Process noise matrix (in meters).......
          Q(1)=Qxx
          Q(2)=Qyy
          Q(3)=Qzz
          Q(4)=Qtt
c      Arc bias:
          Pbias=9.d-16
          Qbias=9.d+16
```

```
c   ......................................
       nvar=nmax

       do i=5,nvar
         P(i*(i+1)/2)=Pbias
         xfi(i)=1.d0
       enddo


c    BEGIN MAIN LOOP ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++

c    :::Begin data loop ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
       nf=0
10     read (*,*,end=900) itype,tt,isat,yy,sigma_y,
     *                    (a(j),j=1,4),iarc
       nf=nf+1
       if (nf.eq.1) tt0=tt


c      Completing the Design Matrix ..............
       do i=5,nvar
         a(i)=0.d0
       enddo
       if (itype.eq."L") then
         i=isat+4
         a(i)=1.d0
         if (iarc.ne.iarc0(isat)) then
           xfi(i)=0.d0
           Q(i)=Qbias
         endif
         iarc0(isat)=iarc
c         print *, isat,Q(i),xfi(i),iarc,iarc0(isat)
       endif

       i=isat+4
c      ......................................

c      ......................................
       if (tt .gt. tt0) goto 200
25     continue
```

```
c       ----------------------------------------
c       PREPARING  matrix and vector for ESTIMATION
c       Building the vector and matrix: .......
c             AWy:=A'(n)*W*Y(n)
c             AWA:=inv(P_(n))+A'(n)*W*A(n)
c             (where W <--> 1/sigma_y**2)
c       ....................................

         do j=1,nvar
          AWy(j)=AWy(j)+a(j)*yy/sigma_y**2
          do i=1,j
            AWA(j*(j-1)/2+i)=AWA(j*(j-1)/2+i)+
     *      a(i)*a(j)/sigma_y**2
          enddo
         enddo
c       ----------------------------------------

        tt0=tt
        goto 10

c   ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::End Data loop :::

200     continue


c    ========================================================
c    BEGIN fordward propagation:

c       x:= x^_(n)=fi(n)*x^(n-1) ...........
         do i=1,nvar
          x(i)=x(i)*xfi(i)
         enddo
c       ..............................
c
c       P:= P_(n)=fi(n)*P(n-1)*fi(n)'+Q(n) ................
         do i=1,nvar
          P(i*(i+1)/2)= P(i*(i+1)/2)*xfi(i)+Q(i)
         enddo
c       ........................................
c    END of fordward propagation.
```

```
c     ======================================================
c     ESTIMATION ===========================================

c        P:=inv[P_(n)] ............
          call invsp(P,nvar,ier)
c        ........................
c        PIx:=inv(P_(n))*x^_(n) ...........
          do i=1,nvar
           PIx(i)=0.d0
           do k=1,nvar
              if (k.lt.i) ik=k+i*(i-1)/2
              if (k.ge.i) ik=i+k*(k-1)/2
              PIx(i)=PIx(i)+P(ik)*x(k)
           enddo
          enddo
c       -------------------------------------------------------
c       P(n)=inv[inv(P_(n))+A'(n)*W(n)*A(n)]==>  P:=inv[P + AWA]
         do i=1,nvar*(nvar+1)/2
          P(i)=P(i)+AWA(i)
         enddo
         call invsp(P,nvar,ier0)
c        ..........................................

c       x^(n)=P(n)*[inv(P_(n))*x^_(n)+A'(n)*W(n)*Y(n)]
c       ==> x:=P(n)*[PIx + AWy]

         do i=1,nvar
          y(i)=PIx(i)+AWy(i)
         enddo

         do i=1,nvar
           x(i)=0.d0
           do k=1,nvar
              if (k.lt.i) ik=k+i*(i-1)/2
              if (k.ge.i) ik=i+k*(k-1)/2
              x(i)=x(i)+P(ik)*y(k)
           enddo
         enddo
c        ..............................
c     End estimation
c     ======================================================
```

```
c    ...PRINT KALMAN ESTIMATION.........................
       write(*,'(a4,1x,f8.2,4(1x,f10.5))') "XYZT",tt0,(x(i),i=1,4)
       write(*,'(a4,1x,f8.2,32(1x,f8.3))') "BIAS",tt0,(x(i),i=5,nvar)
c    ....................................................


c       Reinitializing variables for next iteration ...........
        tt0=tt
        do i=5,nvar
          xfi(i)=1.d0
          Q(i)=0.d0
        enddo
        do i=1,nvar
         AWy(i)=0.d0
        enddo
        do i=1,nvar*(nvar+1)/2
         AWA(i)=0.d0
        enddo
        goto 25
c       ....................................................
c  ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++ END of Main LOOP

900     continue
         end
```

- **Programa** `ambisolv.f`

```
      program ambisolv
      implicit double precision (a-h,o-z)
      character*4 sta,staR

c   ----------------------------------------------------------------
c
c
c   [sta,staR,isatR,isat,sec,DDLc,DDLw,DDLi,DDSTEC,DDBc] --->
c
c                                      |ambisolv| ---> [N1,N2,Nw,Lc]
c
c
c   ==> [sta,staR,isatR,isat,iarc,sec,DDxNw,DDNw,DDxN1,DDN1,DDN2,
c         1   2    3     4     5   6    7    8     9 a  10   11
c
c                        DDLi,DDLi_r,DDSTEC,DDBc,DDBc_r,DDLc,DDLc_r]
c                         12   13      14    15    16    17   18
c
c  ..............................................................
c
c     donde:
c     -----
c
c      "DD" indica diferencias dobles.
c
c      DDNw:   valor exacto (entero) de la ambiguedad wide-lane
c      DDxNw:  valor aproximado (antes de redondear) de la
c                                             ambiguedad wide-lane
c
c      DDN1:   valor exacto (entero) de la ambiguedad en L1
c      DDxN1:  valor aproximado (antes de redondear) de la
c                                                ambiguedad en L1
c
c      DDN2 :  valor exacto (entero) de la ambiguedad en L2
c
c      DDLi  : Combinacion ionosferica antes de reparar (de fijar
c                                               las ambiguedades)
c
```

```
c      DDLi_r: Combinacion ionosferica reparada (i.e., con las
c                      ambiguedades fijadas a sus valores exactos)
c      DDSTEC: Prediccion del STEC utilizada para reparar las
c                                                    ambiguedades
c
c      DDBc  : Bias en la combinacion libre de ionosfera antes de
c                                                          reparar
c
c      DDBc_r: Bias en la combinacion libre de ionosfera reparada
c
c      DDLc  : Combinacion libre de ionosfera antes de reparar
c      DDLc_r: Combinacion libre de reparada
c
c
c     Nota:
c        DDLi,DDSTEC se expresan en m_LI
c
c        Bc es el bias de la fase Lc estimada por el filtro
c        Lc=Lc_inambigua+Bc
c
c
c    Ejecutar:
c    --------
c            cat DDbell_ebre_21.dat |ambisolv > DDbell_ebre_21.amb
c
c
c    @gAGE (group of Astronomy and GEomatics)
c   ------------------------------------------------------------------


c      ----Constants ------------------
        f1=1.54d0*1.023d9
        f2=1.20d0*1.023d9
        c=299792458.d0
        xlambda1=c/f1
        xlambda2=c/f2
        xlambdaC=c/(f1+f2)
        xlambdaW=c/(f1-f2)
        gamma=(77.d0/60.d0)**2
        fact=(77.d0/60.d0)/((77.d0/60.d0)**2-1.d0)
c       --------------------------------
```

```
10      continue
        read(*,*,end=100) sta,staR,isatR,isat,iarc,sec,
     *                    DDLc,DDLw,DDLi,DDSTEC,DDBc

        xNw=(DDLw-DDLc-DDSTEC*fact+DDBc)/xlambdaW
        Nw=nint(xNw)

        xN1=(DDLi-DDSTEC-Nw*xlambda2)/(xlambda1-xlambda2)
        N1=nint(xN1)
c        print *,"AA",isat,iarc,sec,xNw,Nw,xN1,N1,DDBc


c       Reconstruccion de la Li_inambigua (DDLi_r): .........
        DDLi_r=DDLi-dble(N1)*(xlambda1-xlambda2)-dble(Nw)*xlambda2
        err_DDLi=DDLi_r-DDSTEC
c       ................................................

        N2=N1-Nw

        DDBc_r=(gamma*xlambda1*dble(N1)-xlambda2*dble(N2))/
     *       (gamma-1.d0)


c       Reconstruccion de la Lc_inambigua (DDLc_r): ........
        DDLc_r=DDLc-DDBc_r
c       ................................................


        write(*,'(2(a4,1x),3(i2,1x),1x,f8.2,1x,f9.4,1x,i5,1x,
     *   f9.4,2(1x,i5),3(1x,f6.4),2x,2(1x,f9.4),2(1x,f14.4))')
     *   sta,staR,isatR,isat,iarc,sec,xNw,Nw,xN1,N1,N2,DDLi,
     *   DDLi_r,DDSTEC,DDBc,DDBc_r,DDLc,DDLc_r


        goto 10
100     continue

        end
```

- **Programa** `coord_ems_P.f`

```
      program coord_ems_P
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension a(38)

c  ---------------------------------------------------------------------
c      Aplicando el ALGORITMO DEL PSEUDORANGO, este programa calcula las
c      coordenadas (WGS-84) de un satelite en el instante de "emision" de
c      la sen~al, y en el sistema ligado a la Tierra en el instante de
c      "recepcion". Tambien proporciona la diferencia entre los instantes
c      de emision y recepcion
c
c      INPUT:
c      -----
c       -  Instante en que se ha recibido la sen~al (segun reloj receptor)
c           iyear: an~o
c           idoy:  dia del an~o
c           sec:   segundos dentro del dia
c           P:     medida de pseudorango
c           (x_sta,y_sta,z_sta): coordenadas aproximadas de la posicion
c                                del receptor WGS'84 (en metros)
c
c       - Mensaje de navegacion (broadcast data)
c         (de acuerdo con el formato RINEX)
c
c           [sat, year,mon,day,h,m,sec, a0,a1,a2     ]
c           [                   IODE,Crs,dn,xMo,     ]
c           [                   Cuc, e, Cus,a12,     ]
c           [                   toe,Cic,Omgg,Cis,    ]
c           [                   xIo,Crc,omgp,Omgd    ]
c           [                   xIDOT,xx,GPS_Week,xx]
c           [                   SVac,SVh,TGD,IODC    ]
c           [                   xx, xx , xx ,xx      ]
c
c      OUTPUT:
c      ------
c             Coordenadas del satelite en el instante de emision
c             en el sistema de referencia liagado a la Tierra en
c             el instante de "recepcion" (x,y,z) WGS84 en metros.
c
```

```
c     dt: t_recepcion[reloj_receptor] - t_emision[t_GPS] (segundos)
c
c
c     @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c  ---------------------------------------------------------------------
c
c Ejemplo de ejecucion:
c
c a) Crear un fichero "datos_ems_P" con los siguientes datos (ver "rec2ems.f")
c    dispuestos en una sola linea. (Los campos deben estar separados por
c    espacios en blanco!!):
c
c 1998 286 38230 23585247.703 4789031  176612 4195008
c 14 98 10 13 12 0 0 +5.65452501178E-06 +9.09494701773E-13 +0.000000000000E+00
c +1.28000000000E+02 -6.10000000000E+01 +4.38125402624E-09 +8.198042513605E-01
c -3.31364572048E-06 +1.09227513894E-03 +5.67547976971E-06 +5.153795101166E+03
c +2.16000000000E+05 -6.33299350738E-08 +1.00409621952E+00 -3.725290298462E-09
c +9.73658001335E-01 +2.74031250000E+02 +2.66122811383E+00 -8.081050495434E-09
c -1.45720352451E-10 +1.00000000000E+00 +9.79000000000E+02 +0.000000000000E+00
c +3.20000000000E+01 +0.00000000000E+00 -2.32830643654E-09 +1.280000000000E+02
c +2.08818000000E+05 +0.00000000000E+00 +0.00000000000E+00 +0.000000000000E+00
c
c
c b) Ejecutar:
c
c       cat datos_ems_P | coord_ems_P
c
c
c
c ---------------------------------------------------------------------------



c       Declaracion de parametros: ...........
c       - Velocidad de la luz (m/s)
           c=299792458.d0
c       - Velocidad rotacion Tierra (rad/s)
          om_e=7.2921151467d-5
c       ....................................
```

```
      read(*,*,end=10) iyear,idoy,sec,P,x_sta,y_sta,z_sta,a
10    continue



c   ==> Offset del reloj del satelite respoecto al tiempo GPS:

        toc=a(5)*3600.d0+a(6)*60.d0+a(7)
        dt_sat=a(8)+a(9)*(sec-toc)+a(10)*(sec-toc)**2


c   ==> Instante de EMISION  (en tiempo GPS)<==
        sec1=sec-P/c-dt_sat


c   ==> Coordenadas en el instante de EMISION  (en tiempo GPS)
c       [en el sistema ligado a la Tierra en la epoca de emision]
        call orbit(iyear,idoy,sec1,a,x0,y0,z0,Ek)


c   ==> Coordenadas en el instante de EMISION  (en tiempo GPS)
c       [en el sistema ligado a la Tierra en la epoca de RECEPCION]

c       ... Distancia geometrica (en tiempo) satelite-estacion
        dt=dsqrt((x0-x_sta)**2+(y0-y_sta)**2+(z0-z_sta)**2)/c

c       Transformacion de coordenadas al sistema ligado a la Tierra
c       en el instante de "recepcion"
c       .... Rotacion de la Tierra durante el tiempo "dt"
        x=x0+y0*om_e*dt
        y=y0-x0*om_e*dt
        z=z0
c       ................................................

        write(*,'(f4.1,1x,f14.4,1x,f14.4,1x,f14.4,f14.4,1x,f9.3)'),
     *  a(1),sec1,x,y,z,sec1-sec

        end
```

- **Subroutine** `prod.f`

```
      subroutine prod(A,m,l,B,ll,n,C)
      implicit DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      dimension A(*),B(*),C(*)

c -------------------------------------------------------------
c     Calcula el produto de de una matriz A (mxl) y una
c     matriz B (llxn). El resultado es la matriz C (mxn).
c     Las matrics deben estar vectorizadas por columnas.
c
c     @gAGE (Research group of Astronomy and GEomatics).
c -------------------------------------------------------------

      do i=1,m*n
         C(i)=0.d0
      enddo

      if (l.ne.ll) then
         print *, "ERROR: dimension matrix"
       goto 100
      endif

       do 10 i=1,m
         do 20 j=1,n
           C(i+m*(j-1))=0.d0
           do 30 k=1,l
             C(i+m*(j-1))=C(i+m*(j-1))+A(i+m*(k-1))*B(k+l*(j-1))
30         enddo
20       enddo
10     enddo

100   continue
      return
      end
```

- **Subroutine** `rotate.f`

```
      subroutine rotate(iaxis,angle,rot)
      implicit DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      dimension rot(9)

c -------------------------------------------------------------
c     Crea la matriz de rotacion "rot" de un angulo "angle"
c     alrededor de un eje coordenado [1<=>x], [2<=>y],[3<=>z].
c
c     @gAGE (Research group of Astronomy and GEomatics).
c -------------------------------------------------------------

      do i=1,9
          rot(i)=0.d0
      enddo

      if (iaxis .eq. 1) then
          rot(1)=1.d0
          rot(5)=dcos(angle)
          rot(6)=-dsin(angle)
          rot(8)=dsin(angle)
          rot(9)=dcos(angle)
        elseif (iaxis .eq. 2) then
          rot(5)=1.d0
          rot(1)=dcos(angle)
          rot(7)=-dsin(angle)
          rot(3)=dsin(angle)
          rot(9)=dcos(angle)
        elseif (iaxis .eq. 3) then
          rot(9)=1.d0
          rot(1)=dcos(angle)
          rot(2)=-dsin(angle)
          rot(4)=dsin(angle)
          rot(5)=dcos(angle)
      endif

      return
      end
```

- **Subrutina** `invsp.f`

```
      subroutine invsp(A,n,ier)


c     Calcula la INVERSA de una MATRIZ nxn SIMETRICA Y DEFINIDA
c     POSITIVA (la matriz debe estar vectorizada -como simetrica-
c     por columnas) Si la matriz no es definida positiva, se para
c     el calculo y produce la salida de error: ier=1
c     NOTA: la matriz A queda substituida por su inversa.

c     NOTAR que
c         la inversa de una matriz general puede calcularse mediante:
c         inv(A)=inv(A'*A)*A'   (donde A'*A es simet. y def. posit.)

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION a(*)


c     Descomposicion de CHOLESKY  (A=T'*T)

      call chol(A,n,ier)
c     print *, "CHOLESKY", (a(i),i=1,20)

c     Inversa de la matriz triangular de Cholesky  {inv(T)}
      do 100 l=1,n
      i=n-l+1
      a(i+i*(i-1)/2)=1.d0/a(i+i*(i-1)/2)
      do 110 ll=i+1,n
      j=n-ll+i+1
      s=0.d0
      do 120 k=i+1,j
      s=s+a(i+k*(k-1)/2)*a(k+j*(j-1)/2)
120   continue
      a(i+j*(j-1)/2)=-s*a(i+i*(i-1)/2)
110   continue
100   continue
```

```
c       Inversa de la matriz A   {inv(A)=inv(T)*inv(T)'}
        do 200 i=1,n
        do 210 j=i,n
        s=0.d0
        do 220 k=j,n
        s=s+a(i+k*(k-1)/2)*a(j+k*(k-1)/2)
220     continue
        a(i+j*(j-1)/2)=s
210     continue
200     continue

        return
        end
```

- **Subrutina** `chol.f`

```
      subroutine chol(A,n,ier)

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION a(*)

c     Calcula la descomposicion de CHOLESKY de una matriz A nxn
c     simetrica y definida positiva: (A=T'*T) --En la salida,
c     substituye A por T-- (la matriz debe estar vectorizada --como
c     simetrica-- por columnas) Si la matriz no es definida positiva,
c     se para el calculo y produce la salida de error: ier=1
c     (o  ier=2 si su determinate es cero)

      ier=0

      do 30 i=1,n
      do 20 j=i,n
      sum=a(i+j*(j-1)/2)
      do 10 k=i-1,1,-1
      sum=sum-a(k+i*(i-1)/2)*a(k+j*(j-1)/2)
10    continue
      if (i.eq.j) then
        if(sum.le.0.d0) then
              ier=1
              if (sum.eq.0) ier=2
              goto 100
        endif
        a(i+i*(i-1)/2)=dsqrt(sum)
        else
        a(i+j*(j-1)/2)=sum/a(i+i*(i-1)/2)
      endif
20    continue
30    continue


100   return
      end
```

- **Subrutina** `orbit.f`

```
      subroutine orbit(iyear,idoy,sec,a,x,y,z,Ek)
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension a(38)

c  ------------------------------------------------------------
c      Esta subroutina calcula las coordenadas (WGS84) de un
c      satelite GPS para una epoca dada (iyear,idoy,sec
c      --tiempo-GPS--), a  partir de los parametros del mensaje
c      de navegacion.
c
c      INPUT:
c      -----
c       - epoca para la que deben calcularse las coordenadas.
c           iyear: an~o
c           idoy:  dia del an~o
c           sec:   segundos dentro del dia
c       - Mensaje de navegacion (broadcast data)
c         (de acuerdo con el formato RINEX)
c
c           [sat, year,mon,day,h,m,sec, a0,a1,a2     ]
c           [                    IODE,Crs,dn,xMo,    ]
c           [                    Cuc, e, Cus,a12,    ]
c           [                    toe,Cic,Omgg,Cis,   ]
c           [                    xIo,Crc,omgp,Omgd   ]
c           [                    xIDOT,xx,GPS_Week,xx]
c           [                    SVac,SVh,TGD,IODC   ]
c           [                    xx, xx , xx ,xx     ]
c
c     OUTPUT:
c     ------
c            Coordenadas del satelite en el sistema
c            de referencia liagado a la Tierra WGS-84
c            (x,y,z): en metros
c            Ek: anomalia excentrica
c
c  @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c  ------------------------------------------------------------
```

```
c       Parameters declaration .....
c       Light speed (m/s)
        c=299792458.d0
c       WGS-84 Earth Univ. Grav. parameter (m3/s2)
        xmu=3.986005d+14
c       WGS-84 Earth rotation rate (rad/s)
        om_e=7.2921151467d-5
        pi=3.1415926535898d0
c       ............................
c       GPS Navigation message parameters:
        xIODE=a(11)
        Crs=a(12)
        dn=a(13)
        xMo=a(14)
        Cuc=a(15)
        e=a(16)
        Cus=a(17)
        a12=a(18)
        toe=a(19)
        Cic=a(20)
        Omgg=a(21)
        Cis=a(22)
        xIo=a(23)
        Crc=a(24)
        omgp=a(25)
        Omgd=a(26)
        xId=a(27)
        iGPSweek=int(a(29))
c       ....................................
c       Computing the GPS_week (nw) and second (sW) of week
        xy=dble(iyear)
c       In "RINEX" format year is given with only two digitsW
        if (xy.lt.100.d0) then
          if (xy.lt.80.d0) then
            xy=xy+2000.d0
           else
            xy=xy+1900.d0
          endif
        endif
```

```
c       GPS day: (1980jan6.0 => JD=2444244.5 => id_GPS=1.0)
        id_GPS=int(365.25d0*(xy-1.d0))+idoy-722835
c       Day of week:
        idw=mod(id_GPS,7)
c       Number of GPS week:
        nw=(id_GPS-idw)/7
c       seconds of week:
        sw=dble(idw)*86400.d0+sec

c       Control of GPS WEEK
        if (nw.ne.iGPSweek) print *,"ERROR: weeek",iGPSweek,nw

c       Time from current ephemeris epoch
        tk=sw-toe
        if(tk.gt.302400.d0)  tk=tk-604800.d0
        if(tk.lt.-302400.d0) tk=tk+604800.d0
c       Control of age of orbit data
        if (tk.gt.7200.d0) print *,"WARNING tk=", tk," > 7200sec"

c       True anomaly fk:
        xMk=xMo+(dsqrt(xmu)/(a12**3)+dn)*tk
        call nsteffensen(xMk,e,Ek)
        fk=datan2(dsqrt(1.d0-e**2)*dsin(Ek),dcos(Ek)-e)

c       Arg. of Latitude uk,radius rk, inclination ik:
        uk=omgp+fk+Cuc*dcos(2.d0*(omgp+fk))+
     *       Cus*dsin(2.d0*(omgp+fk))
        rk=(a12**2)*(1.d0-e*dcos(Ek))+Crc*dcos(2.d0*(omgp+fk))+
     *    Crs*dsin(2.d0*(omgp+fk))
        xIk=xIo+xId*tk+Cic*dcos(2.d0*(omgp+fk))+
     *     Cis*dsin(2.d0*(omgp+fk))

c       Position in orbital plane
        xp=rk*dcos(uk)
        yp=rk*dsin(uk)

c       Longitude of ascending node xlmk:
        xlmk=Omgg+(Omgd-om_e)*tk-om_e*toe
```

```
c       CT-System coordinates
        x=xp*dcos(xlmk)-yp*dcos(xIk)*dsin(xlmk)
        y=xp*dsin(xlmk)+yp*dcos(xIk)*dcos(xlmk)
        z=yp*dsin(xIk)

        return
        end


c       ------------------------------------------------------------

       subroutine nsteffensen(xm,e,ex)
       implicit double precision (a-h,o-z)

c      Algorithm para acelerar la convergencia del Metodo
c      de Newton-Rapson.
c      Ecuaciones del tipo p=g(p)   (==> E=M+e*sin(E))
c      El metodo requiere que g'(p)<>1  (==> p raiz simple)

        tol=1.d-15

        xm=datan2(dsin(xm),dcos(xm))
        p=xm

10      continue
        p0=p
        p1=xm+e*dsin(p0)
        p2=xm+e*dsin(p1)
        dd=dabs(p2-2.d0*p1+p0)
        if(dd.lt.tol) goto 100
        p=p0-(p1-p0)**2/(p2-2.d0*p1+p0)
        if(dabs(p-p0).gt.tol) goto 10

100     continue
        ex=p

       return
       end
```

- **Subrutina** `rec2ems.f`

```
      subroutine rec2ems(iyear,idoy,sec,x_sta,y_sta,z_sta,a,x,y,z,dt)
      implicit double precision (a-h,o-z)
      dimension a(38)

c ----------------------------------------------------------------------
c    Aplicando el ALGORITMO GEOMETRICO, esta subroutina calcula las
c    coordenadas (WGS-84) de un satelite en el instante de "emision"
c    de la sen~al, y en el sistema ligado a la Tierra en el instante
c    de "recepcion", a partir del instante de recepcion (iyear,idoy,
c    sec -tiempo-GPS-) y de los parametros del mensaje de navegacion.
c    Tambien proporciona la diferencia entre los instantes de emision
c    y recepcion
c
c    NOTA: cualquier offset en el reloj del receptor que afecte a la
c          epoca de recepcion se encontrara tambien en la epoca de
c          emision
c
c    INPUT:
c    -----
c     -  Instante en que se ha recibido la sen~al
c        iyear: an~o
c        idoy:  dia del an~o
c        sec:   segundos dentro del dia
c        (x_sta,y_sta,z_sta): coordenadas aproximadas de la posicion
c                             del receptor (WGS'84, en metros)
c    - Mensaje de navegacion (broadcast data)
c      (de acuerdo con el formato RINEX)
c
c        [sat, year,mon,day,h,m,sec, a0,a1,a2     ]
c        [                   IODE,Crs,dn,xMo,     ]
c        [                   Cuc, e, Cus,a12,     ]
c        [                   toe,Cic,Omgg,Cis,    ]
c        [                   xIo,Crc,omgp,Omgd    ]
c        [                   xIDOT,xx,GPS_Week,xx]
c        [                   SVac,SVh,TGD,IODC    ]
c        [                   xx, xx , xx ,xx      ]
c
c
```

```
c   OUTPUT:
c   ------
c         Coordenadas del satelite en el instante de emision
c         en el sistema de referencia liagado a la Tierra en
c         el instante de "recepcion" (x,y,z), WGS84, en metros.
c
c         dt: t_recepcion - t_emision (segundos)
c
c
c NOTA:
c  A continuacin se muestra un ejemplo de programa sencillo
c  [coord_ems.f] para realizar el calculo mediante esta subrutina:

c====================== coord_ems.f  ==============================
c234567
c      program coord_ems
c      implicit double precision (a-h,o-z)
c      dimension a(38)
c
c ---------------------------------------------------------------------
c a) Crear un fichero "datos_ems" con los siguientes datos
c    (ver "rec2ems.f"), dispuestos en una sola linea (los campos deben
c    estar separados por espacioes en blanco!!):
c
c 1998 286 38230 4789031  176612 4195008
c 14 98 10 13 12 0 0 +5.6545250E-06 +9.09494701E-13 +0.00000000E+00
c +1.280000000E+02 -6.10000000E+01 +4.38125402E-09 +8.198042513E-01
c -3.313645720E-06 +1.09227513E-03 +5.67547976E-06 +5.153795101E+03
c +2.160000000E+05 -6.33299350E-08 +1.00409621E+00 -3.725290298E-09
c +9.736580013E-01 +2.74031250E+02 +2.66122811E+00 -8.081050495E-09
c -1.457203524E-10 +1.00000000E+00 +9.79000000E+02 +0.000000000E+00
c +3.200000000E+01 +0.00000000E+00 -2.32830643E-09 +1.280000000E+02
c +2.088180000E+05 +0.00000000E+00 +0.00000000E+00 +0.000000000E+00
c
c
c b) Ejecutar:
c
c       cat datos_ems | coord_ems
c
c
c ---------------------------------------------------------------------
```

```
c
c
c
c      read(*,*,end=10) iyear,idoy,sec,x_sta,y_sta,z_sta,a
c10    continue
c
c      call rec2ems(iyear,idoy,sec,x_sta,y_sta,z_sta,a,x,y,z,dt)
c
c      write(*,'(f4.1,1x,f14.4,1x,f14.4,1x,f14.4,f14.4,1x,f5.3)'),
c     * a(1),sec,x,y,z,dt
c
c      end
c
c
c
c
c     ----------------- compilacion -------------------
c      f77 -c orbit.f
c      f77 -c rec2ems.f
c      f77 -o coord_ems  coord_ems.f  rec2ems.o orbit.o
c     -------------------------------------------------
c
c ================================================================




c ----------------------------------------------------------------

c       CALCULO DE LAS COORDENADAS DE LOS SATELITES
c       Declaracion de parametros: ...........
c       - Numero maximo de iteraciones
           nit_max=10
c       - Tolerancia
           tol=1.d-3
c       - Velocidad de la luz (m/s)
           c=299792458.d0
c       - Velocidad rotacion Tierra (rad/s)
          om_e=7.2921151467d-5
c       ..................................
```

```
c   ==> en el instante de RECEPCION <==
        call orbit(iyear,idoy,sec,a,x,y,z,Ek)

c   ==> en el instante de EMISION <==
        nit=0
        sec1=sec

60      continue
c       ... Distancia geometrica (en tiempo) satelite-estacion
        dt=dsqrt((x-x_sta)**2+(y-y_sta)**2+(z-z_sta)**2)/c
        sec=sec1-dt

c       .... calculo de las coordenadas para "t:=sec1-dt"
        call orbit(iyear,idoy,sec,a,x0,y0,z0,Ek)

        ctl=dsqrt((x0-xa)**2+(y0-ya)**2+(z0-za)**2)

        xa=x0
        ya=y0
        za=z0

c       Transformacion de coordenadas al sistema ligado a la Tierra
c       en el instante de "recepcion"
c       .... Rotacion de la Tierra durante el tiempo "dt"
        x=x0+y0*om_e*dt
        y=y0-x0*om_e*dt
        z=z0
c       ................................................

        nit=nit+1
        if (ctl.gt.tol) then
          if (nit.lt.nit_max) then
              goto 60
            else
              print *, "ERROR: el algoritmo no converge ",nit
           endif
        endif

        return
        end
```

- **Subrutina** `klob.f`

```
        subroutine klob(t,x_sta,y_sta,z_sta,
     *                  x_sat,y_sat,z_sat,
     *                  alpha0,alpha1,alpha2,alpha3,
     *                  beta0,beta1,beta2,beta3,Tiono)

        implicit double precision (a-h,o-z)

c -------------------------------------------------------
c  Implementacion del modelo de Klobuchar para el calculo del
c  retardo ionosferico.
c
c  INPUT:
c        t   : epoca de observacion (segundos dentro del dia)
c        (x_sta,y_sta,z_sta): coordenadas del receptor (WGS84) metros
c        (x_sat,y_sat,z_sat): coordenadas del satelite (WGS84) metros
c
c        Coeficientes de KLobuchar (fichero klobuchar.dat):
c           alpha0,alpha1,alpha
c           beta0,beta1,beta2,beta3
c  OUTPUT:
c        Tiono: retardo ionosferico (metros L1)
c
c
c  @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c -------------------------------------------------------

c   ... parameter declarations ......
        c=299792458.d0
        pi=3.1415926535898d0
c   ..............................


c  ============================================================
c  Calculate the geodetic user longitude and latitude
        call car2geo(x_sta,y_sta,z_sta,ulon,ulat,h)

c  Calculate the elevation and azimuth of receiver-satelite ray
        x1=x_sat-x_sta
```

```
        y1=y_sat-y_sta
        z1=z_sat-z_sta
        rho=dsqrt(x1**2+y1**2+z1**2)
        slat=dsin(ulat)
        slon=dsin(ulon)
        clat=dcos(ulat)
        clon=dcos(ulon)
        G1=(-slat*clon*x1-slat*slon*y1+clat*z1)/rho
        G2=(-slon*x1+clon*y1)/rho
        G3=( clat*clon*x1+clat*slon*y1+slat*z1)/rho
        elev=dasin(G3)
        azim=datan2(G2,G1)
c  ============================================================

c   Calculate the Earth-centered angle fm (in semicercles): ........
     fm=0.0137d0/(elev/pi+0.11d0)-0.022d0

c   Compute the subionospheric latitude, xilat (in semicercles): ...
     xilat=ulat/pi+fm*dcos(azim)
     if (xilat.gt. 0.416d0) xilat= 0.416d0
     if (xilat.lt.-0.416d0) xilat=-0.416d0

c   Compute the subionospheric longitude, xilon (in semicercles): ..
     xilon=ulon/pi+fm*dsin(azim)/dcos(xilat*pi)

c   Find the Geomagnetic latitude gmlat (in semicercles): ...
     gmlat=xilat+0.064d0*dcos((xilon-1.617d0)*pi)

c   Find the local time at subionspheric point: tsub (in sec.)
     tsub=4.32d4*xilon+t
     if (tsub .gt. 86400.d0) tsub=tsub-86400.d0
     if (tsub .lt. 0.d0) tsub=tsub+86400.d0

c   Convert to slant time delay (compute the slant factor F):
     F=1.d0+16.d0 *(0.53d0-elev/pi)**3

c  Compute the ionospheric time delay sTEC (in meters of delay):
    alpha=alpha0+alpha1*gmlat+alpha2*gmlat**2+alpha3*gmlat**3
    beta= beta0+beta1*gmlat+beta2*gmlat**2+beta3*gmlat**3
        if (alpha.lt.0.d0) alpha=0.d0
        if (beta.lt.72000.d0) beta=72000.d0
```

```
x=2.d0*pi*(tsub-50400.d0)/beta

if (dabs(x).le.pi/2.d0) then
     y=alpha*(1.d0-x**2/2.d0+x**4/24.d0)
  else
       y=0.d0
endif

Tiono=F*(5.d-9+y)*c

    return
    end
```

- **Subrutina** `car2geo.f`

```
c234567890

        subroutine car2geo(x,y,z,xlon,xlat,h)
        implicit double precision (a-h,o-z)

c       ---------------------------------------------
c       Conversion de coordenadas cartesianas (x,y,z)
c       a elipsoidales (fi,lambda,h) para WGS84
c
c       sta x y z ---> |car2geo| ---> xlon,xlat, h
c
c
c       xlon: geodetic longitude
c       xlat: geodetic latitude
c       h:  altura sobre el elipsoide
c
c
c       @gAGE (grupo de Astronomia y GEomatica).
c       ---------------------------------------------

c ....declaracion de valores.....................
        tol=1.d-9
        pi=3.1415926535898d0
c         WGS84 parameters (in meters)
          a=6378137.d0
          f=1.d0/298.257223563
          b=a*(1.d0-f)
          e2=(a**2-b**2)/a**2
c       ..........................................


        xl=datan2(y,x)
        p=dsqrt(x**2+y**2)
        fi=datan(z/p/dsqrt(1.d0-e2))
        fia=fi
20      continue
        xn=a**2/dsqrt((a*dcos(fi))**2+(b*dsin(fi))**2)
        h=p/dcos(fi)-xn
```

```
      fi=datan(z/p/(1.d0-e2*xn/(xn+h)))
      if(dabs(fi-fia).gt.tol) then
         fia=fi
         goto 20
      endif

      xlon=xl
      xlat=fi

      return
      end


c      xn=a**2/dsqrt((a*dcos(fi))**2+(b*dsin(fi))**2)
c      x=(xn+h)*dcos(fi)*dcos(xl)
c      y=(xn+h)*dcos(fi)*dsin(xl)
c      z=(b**2/a**2*xn+h)*dsin(fi)
c      write(*,'(a4,3(1x,f15.4))') "ORG", x,y,z
```

scripts

- **script** DDbell_ebre21.scr

```
#!/bin/tcsh -f

# Este script calcula las dobles diferencias de las componentes del
# modelo de la estacion bell respecto a ebre y al satelite PRN21.
# Se ejecuta sobre los ficheros "*.dmx" generados por el porgrama GCAT
# Es decir:
#
# rover= bell
# sta_ref= ebre
# sat_ref= 21
#
# Dbell_21=L[bell,sat_i]-L[bell,21]
# Debre_21=L[ebre,sat_j]-L[ebre,21]
#
# DDbell_ebre21=Dbell_21-Debre_21
# ..........................
#
# Ejecutar:
#  DDbell_ebre21_GCAT.scr PC 99mar23bell.a_PC.dmx 99mar23ebre.a_PC.dmx
#
#    @gAGE (group of Astronomy and GEomatics)
# ---------------------------------------------------------------------
set type=$1

cat $2 | awk '{print $1,"'$type'",int($2+0.5),$3,$5,$6,$7,$8,$9,$NF}'
                                                          > bell_GCAT
cat $3 | awk '{print $1,"'$type'",int($2+0.5),$3,$5,$6,$7,$8,$9,$NF}'
                                                          > ebre_GCAT

# 1. SELECCION DE SATELITES:
# Seleccionar el satelite PRN21:
cat bell_GCAT | gawk '{if ($4==21) print $0}' > bell_21
cat ebre_GCAT | gawk '{if ($4==21) print $0}' > ebre_21

# Seleccionar los satelites distintos de  PRN21:
cat bell_GCAT | gawk '{if ($4!=21) print $0}' > bell_n21
cat ebre_GCAT | gawk '{if ($4!=21) print $0}' > ebre_n21
```

```
# 2. DIFERENCIAS SENCILLAS:
# Diferencias simples para cada estacion, respecto al satelite PRN21
cat bell_21 bell_n21 | gawk '{if ($4==21) {r[$2 $3]=$5;x[$2 $3]=$6;
 y[$2 $3]=$7;z[$2 $3]=$8;t[$2 $3]=$9;i[$2 $3]=$10};
 {if ($4!=21 && length(r[$2 $3])!=0) printf "%s %s %6i %02i %16.12f
   %16.12f %16.12f %16.12f %16.12f %3i \n",$1,$2,$3,$4,$5-r[$2 $3],
   $6-x[$2 $3],$7-y[$2 $3],$8-z[$2 $3],$9-t[$2 $3],$10+i[$2 $3]}}'
                                                          > Dbell_21

cat ebre_21 ebre_n21 | gawk '{if ($4==21) {r[$2 $3]=$5;i[$2 $3]=$10};
 {if ($4!=21 && length(r[$2 $3])!=0) printf "%s %s %6i %02i %16.12f
  %16.12f %16.12f %16.12f %16.12f %3i \n",$1,$2,$3,$4,$5-r[$2 $3],
                                   0,0,0,0,$10+i[$2 $3]}}' > Debre_21

# 3. DIFERENCIAS DOBLES:
cat Debre_21 Dbell_21 | gawk '{if ($1=="ebre") {r[$2 $3 $4]=$5;
  x[$2 $3 $4]=$6;y[$2 $3 $4]=$7;z[$2 $3 $4]=$8;t[$2 $3 $4]=$9;
  i[$2 $3 $4]=$10} else {if (length(r[$2 $3 $4])!=0)
  printf "%s %6i %02i %16.12f %16.12f %16.12f %16.12f %16.12f %3i \n",
  $2,$3,$4,$5-r[$2 $3 $4],$6-x[$2 $3 $4],$7-y[$2 $3 $4],
  $8-z[$2 $3 $4],$9-t[$2 $3 $4],$10+i[$2 $3 $4]}}' > DDbell_ebre21_GCAT

# 4. FINAL: escribir los resultados en el formato correspondiente
#           al input del programa "kalman.f":
#    [itype sec PRN DDprefit sigma Ddx Ddy Ddz Ddt iarc]
#
#    NOTA:1) sigma corresponde al ruido de las medidas (en este
#            caso, las observaciones de codigo doble diferenciadas).
#            Tomamos: sigma=10m (PC)
#         2) iarc es el numero de arco de la fase (solo se tiene
#            en cuenta para medidas de fase y sirve para identificar
#            los instantes en que se han producen cycle-slips)

cat DDbell_ebre21_GCAT |gawk '{s=10;if ($1=="LC") {s=0.01};
  printf "%s %6i %02i %16.12f %6.3f %16.12f %16.12f %16.12f %16.12f
                        %3i \n", $1,$2,$3,$4,s,$5,$6,$7,$8,$9}' > nada
mv nada  "DDbell_ebre21_"$type".mod"

rm bell_GCAT ebre_GCAT bell_21 ebre_21 bell_n21 ebre_n21 Dbell_21
                                        Debre_21  DDbell_ebre21_GCAT
```

- **script** `add.scr`

```
#!/bin/csh -f

# ------------------------------------------------------------------------
# Este script genera un unico fichero a partir de los ficheros:
#     DDbell_ebre21.obs DDbell_ebre21.ion  DDbell_ebre21.bc
#
#
# Ejecutar:
#
#  add.scr DDbell_ebre21.obs DDbell_ebre21.ion  DDbell_ebre21.bc
#                                                    > DDbell_ebre21.dat
#
#
#  Ficheros input:
#  --------------
#
#   DDbell_ebre21.obs= [bell ebre 21 isat iarc sec DDLc DDLw DDLi]
#
#   DDbell_ebre21.ion= [bell ebre 21 isat sec DDSTEC]
#
#   DDbell_ebre21.bc = [bell ebre 21 isat iarc sec0 sec1 DDbc]
#
#       donde
#              DDbc: bias en el observable DDLc
#              sec0: primer punto del arco de DDLc
#              sec1: ultimo punto del arco de DDLc
#
#
#  OUTPUT:   DDbell_ebre21.dat
#  ------
#
#            [sta,staR,isatR,isat,iarc,sec,DDLc,DDLw,DDLi,DDSTEC,DDBc]
#
#
#
#
#  @gAGE (group of Astronomy and GEomatics)
# ------------------------------------------------------------------------
```

```
set DDobs=$1
set DDion=$2
set DDbc=$3

cat $DDion $DDobs|gawk '{if (NF==6) {I[$4" "$5]=$6}
              else{if (length(I[$4" "$6])!=0)
                {printf "%s %8.4f \n", $0,I[$4" "$6]}}}' > nada.dat

cat $DDbc nada.dat|gawk '{if (NF==8) {t0[$4" "$5]=$6;
     t1[$4" "$5]=$7;Bc[$4" "$5]=$8}
             else{s0=t0[$4" "$5];s1=t1[$4" "$5];
                  if ($6>=s0 && $6<=s1)
                       {printf "%s %8.4f \n", $0,Bc[$4" "$5]}}}'


rm nada.dat
```

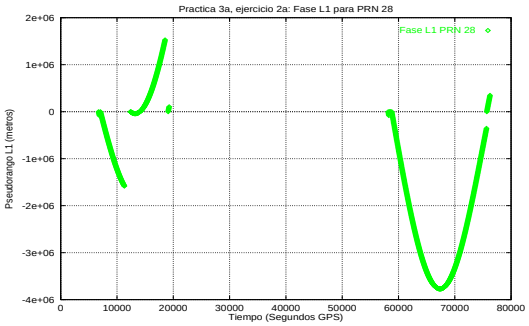
- **script** DDobs.scr

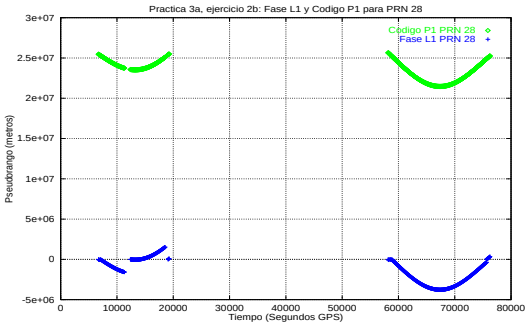
```
#!/bin/csh -f

# ------------------------------------------------------------
#
# Ejecutar:
#
#  DDobs.scr  99mar23bell_ebre.s_1_30_ninja.gz
#
#  NOTA: el fichero debe estar comprimido "*.gz"
#
#  Ficheros input:
#  --------------
#   99mar23bell_ebre.s_1_30_ninja.gz:
#        [sta,idoy,sec,isat,xLC,xLI,PC,PI,iarc]
#
#
#  OUTPUT:   DDbell_ebre21.obs
#  ------
#
#            [sta,staR,isatR,isat,iarc,sec,DDLc,DDLw,DDLi]
#
#
#
#  @gAGE (group of Astronomy and GEomatics)
# ------------------------------------------------------------

set file=$1

set sta="bell"
set sta_ref="ebre"
set sat_ref=21

zgrep -v $sta_ref $file > nsb.tmp
zgrep $sta_ref $file > nse.tmp
gawk '{if ($4=="'$sat_ref'") print $0}' nsb.tmp >  nada.tmp
gawk '{if ($4!="'$sat_ref'") print $0}' nsb.tmp >> nada.tmp
gawk '{if ($4=="'$sat_ref'") print $0}' nse.tmp >> nada.tmp
gawk '{if ($4!="'$sat_ref'") print $0}' nse.tmp >> nada.tmp
```

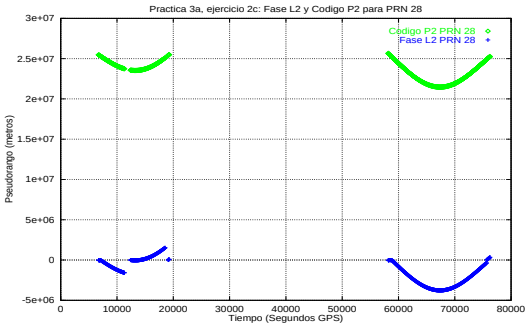
```
# Calculo de las diferencias simples:
# ----------------------------------
#
#  Dbell_21=L[bell,sat_i]-L[bell,21]
#  Debre_21=L[ebre,sat_j]-L[ebre,21]
#
#   Formato: [sta isatR isat,iarc,sec,DLc,DLw,DLi]


cat nada.tmp | gawk 'BEGIN{a="'$sat_ref'";g=(77/60)**2;f=sqrt(g)/(g-1)}
 {w=$5+f*$6;if ($4==a) {LC[$1" "$3]=$5;LI[$1" "$3]=$6;LW[$1" "$3]=w;
                                                        A[$1" "$3]=$9}
  else
  {if (length(LC[$1" "$3])!=0) printf "%s %2i   %02i %2i %6i %16.4f
     %16.4f %10.4f \n", $1,a,$4,$9+A[$1" "$3],$3,$5-LC[$1" "$3],
     w-LW[$1" "$3], $6-LI[$1" "$3]}}' > "D_sta_"$sat_ref


# Calculo de las diferencias dobles:
# ----------------------------------
#
# DDbell_ebre21=Dbell_21-Debre_21
#
#  Formato: [sta staR isatR isat,iarc,sec,DDLc,DDLw,DDLi]


cat "D_sta_"$sat_ref | gawk '{if (length(LC[$5" "$3])!=0)
 {printf "%s %s %s   %s %2i %8i %16.4f %16.4f %10.4f \n",
   s[$5" "$3],$1,$2,$3,$4+A[$5" "$3],$5,LC[$5" "$3]-$6,LW[$5" "$3]-$7,
   LI[$5" "$3]-$8} else {LC[$5" "$3]=$6;LW[$5" "$3]=$7;LI[$5" "$3]=$8;
   A[$5" "$3]=$4;s[$5" "$3]=$1}}' > "DD"$sta"_"$sta_ref""$sat_ref".obs"

rm nsb.tmp nse.tmp nada.tmp
#rm  "D_sta_"$sat_ref
```

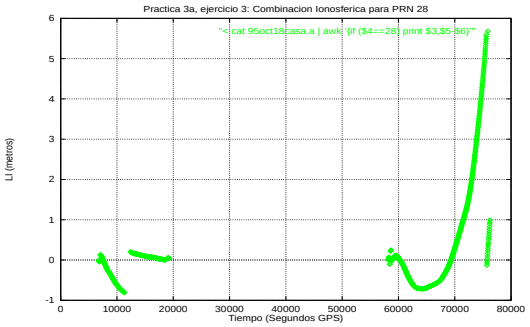
Apéndice V: gráficas de los ejercicios

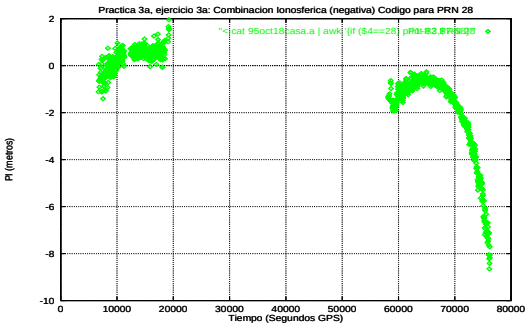
Gráficas Práctica 3a

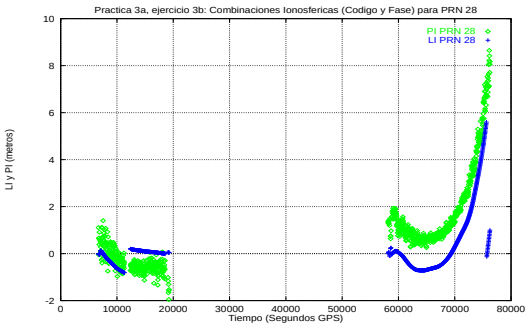


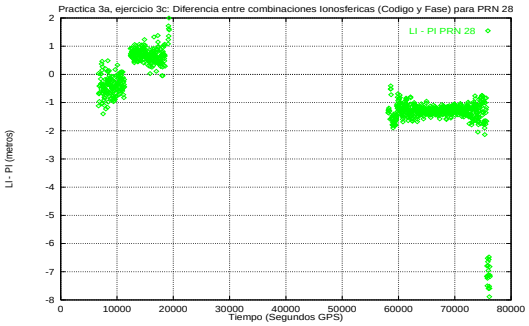


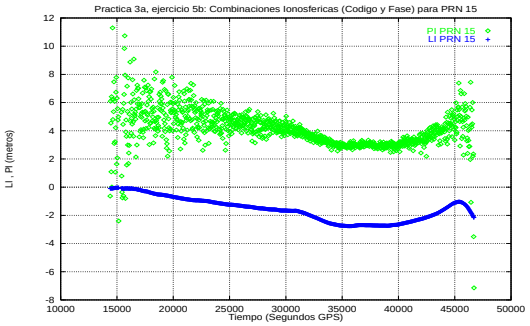


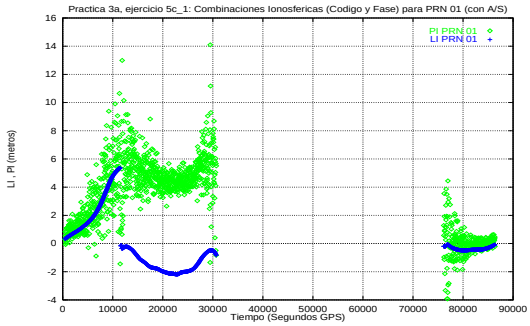


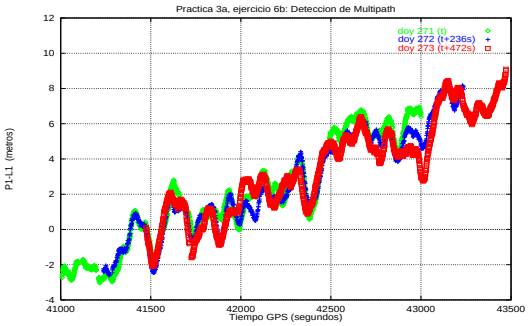




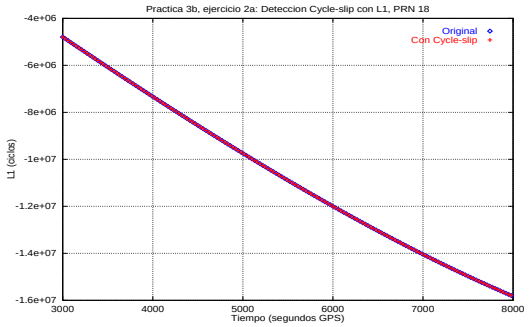


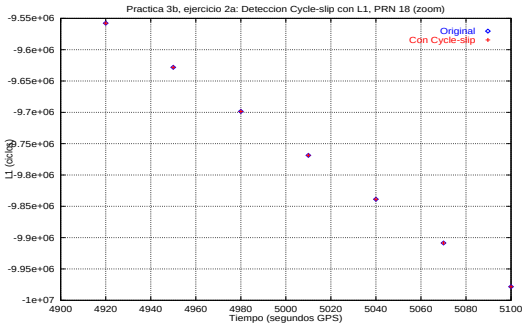


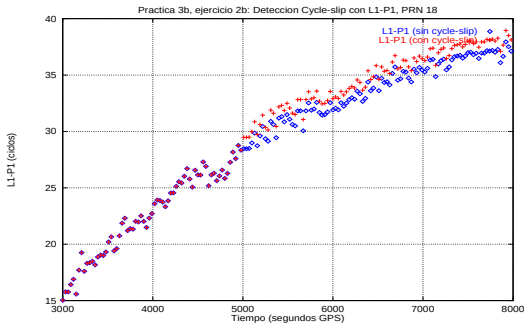


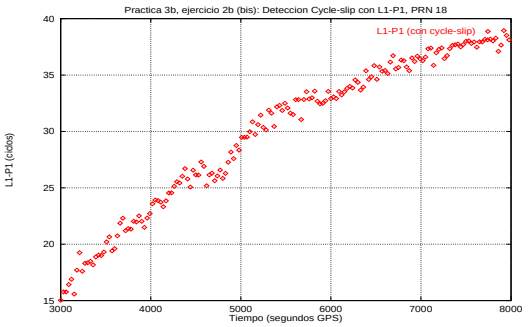


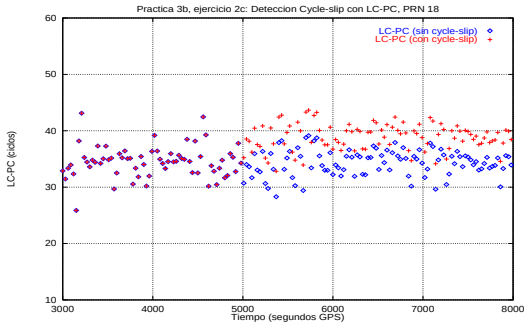
Gráficas Práctica 3b

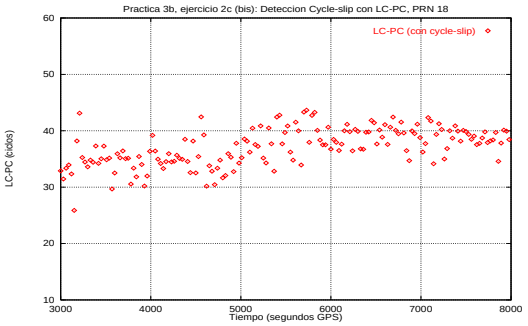


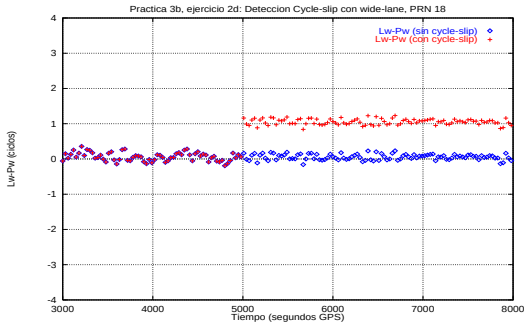


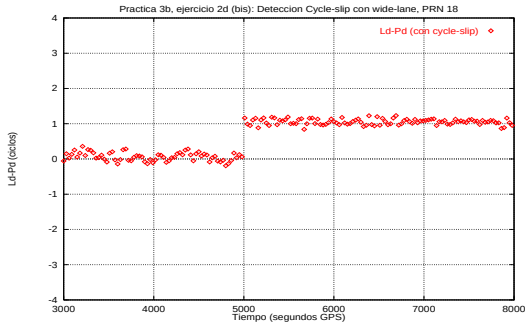


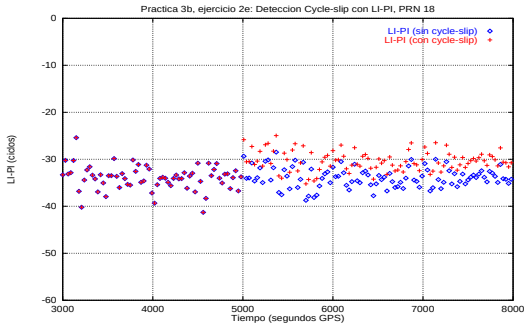


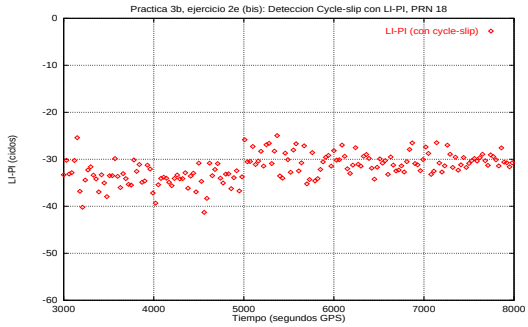


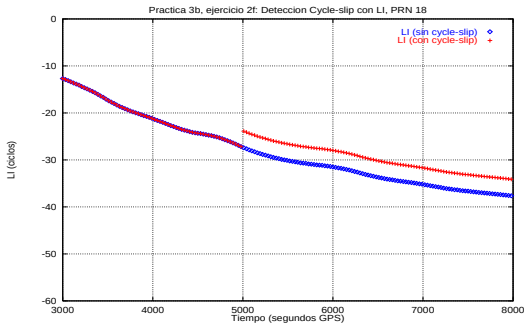


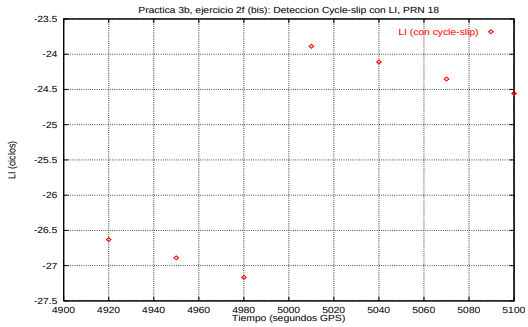




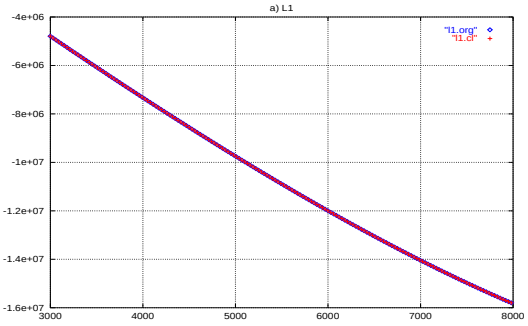


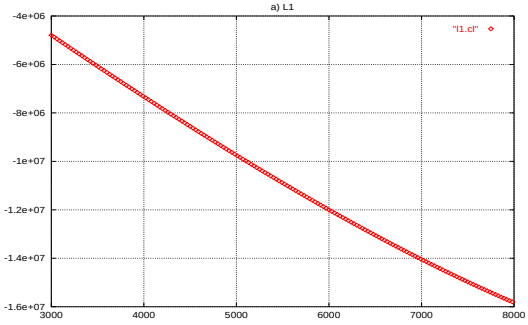


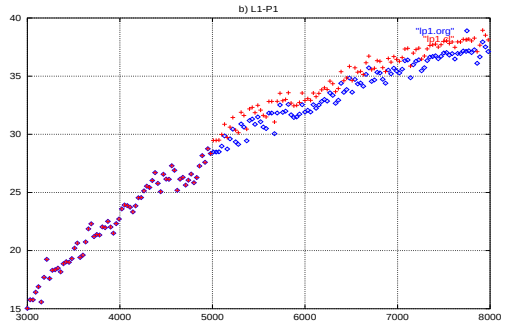


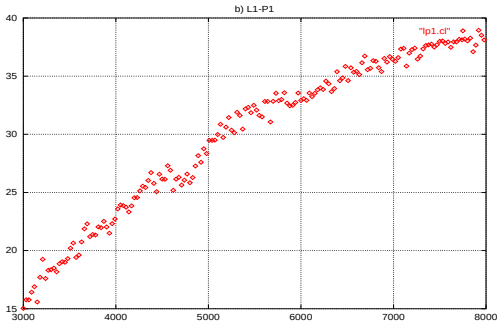


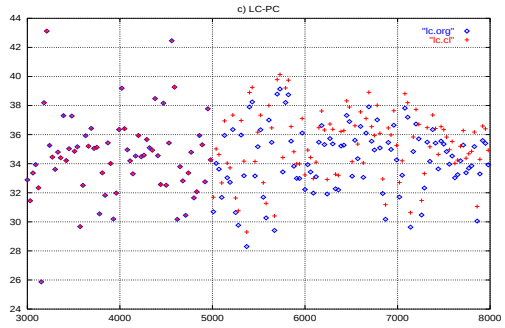
Gráficas Práctica 3b (script ejercicio 3)

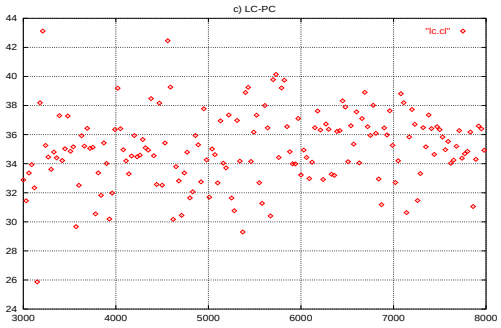


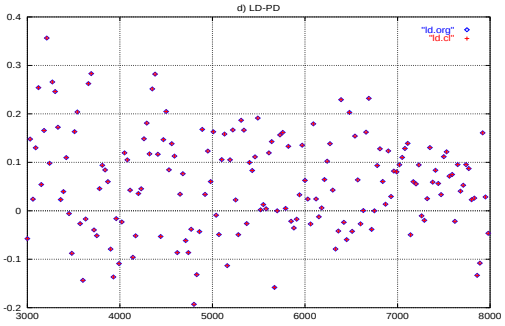


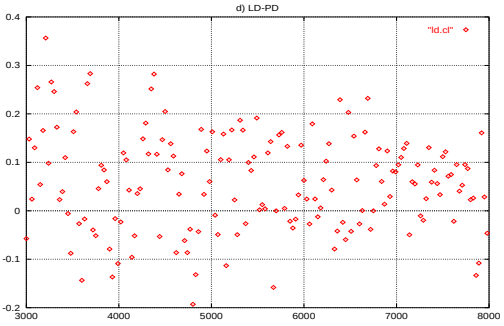

b) L1-P1
"lp1.org"
"lp1.cl"

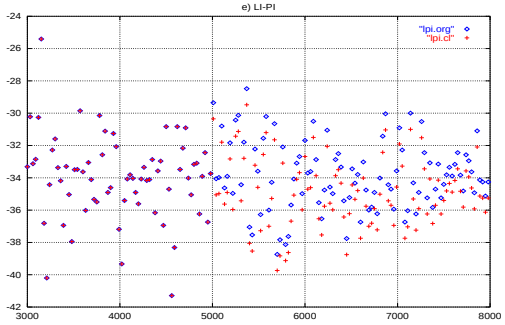

b) L1-P1
"lp1.cl"

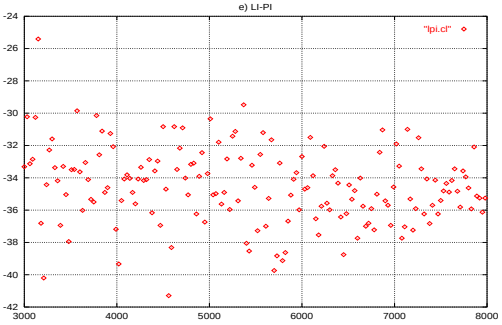

c) LC-PC
"lc.org"
"lc.cl"

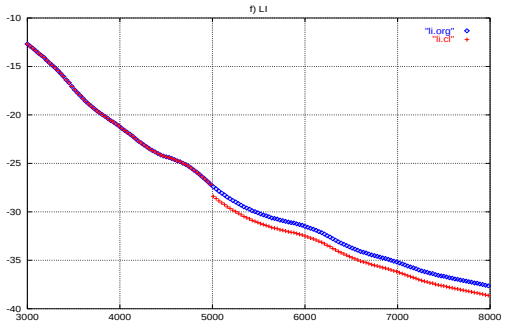

c) LC-PC
"lc.cl"

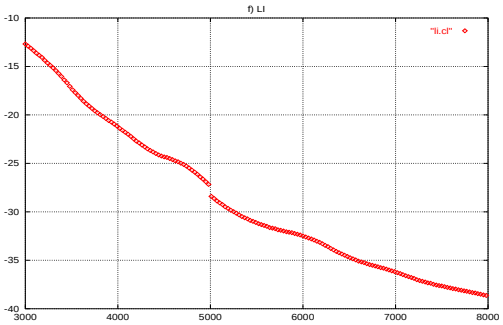

d) LD-PD
"ld.org"
"ld.cl"


d) LD-PD
"ld.cl"

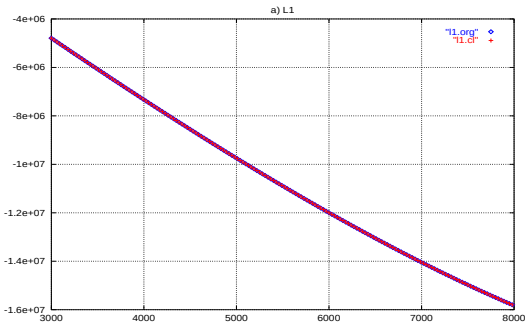

e) LI-PI
"lpi.org"
"lpi.cl"

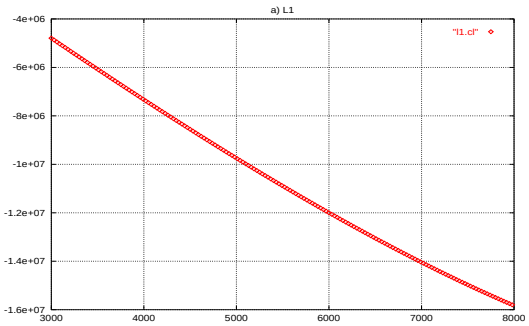

e) LI-PI
"lpi.cl"

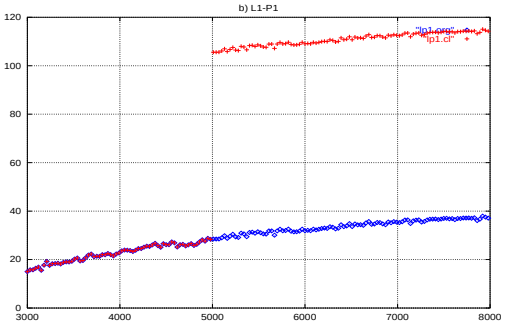


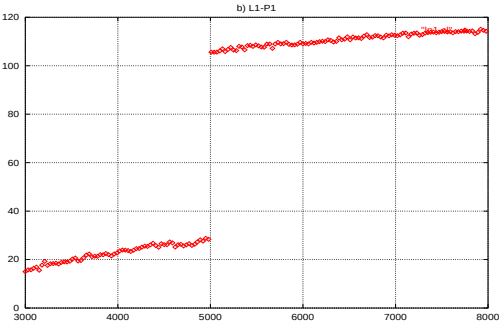


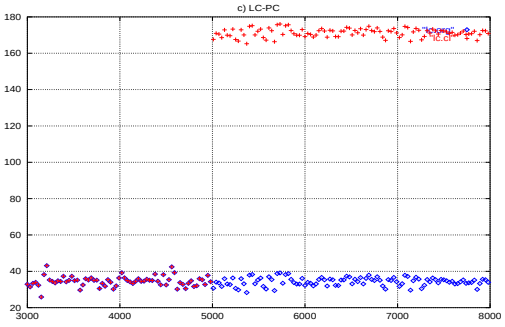
Gráficas Práctica 3b (script ejercicio 5)

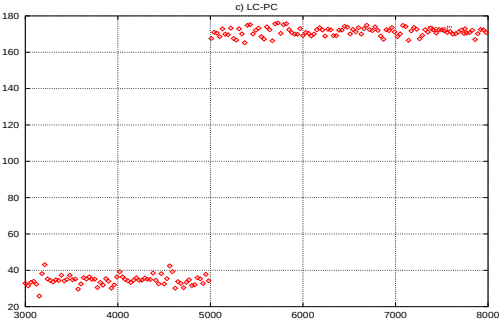


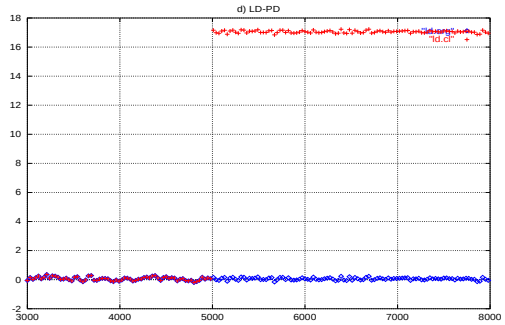


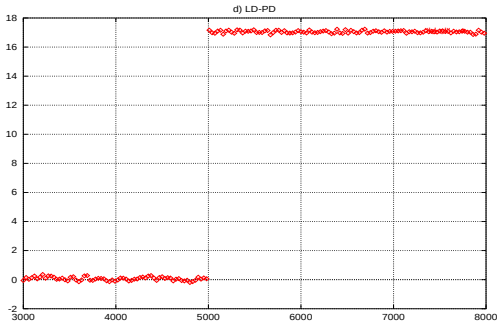


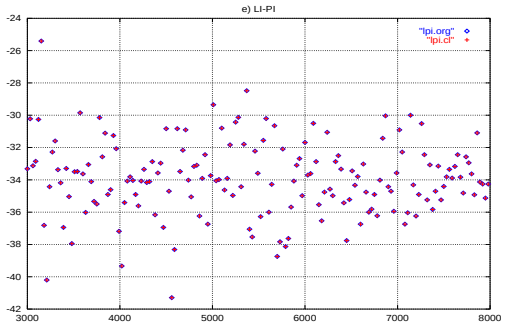


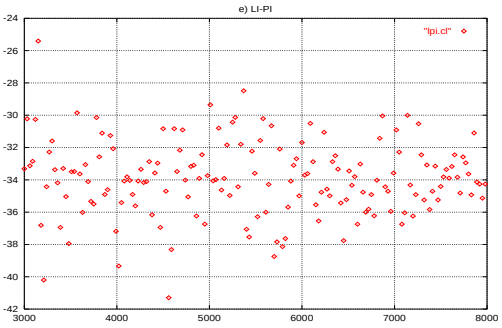


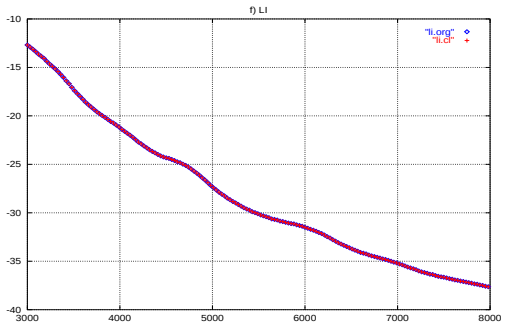


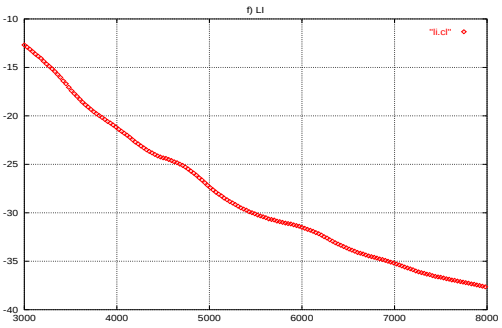




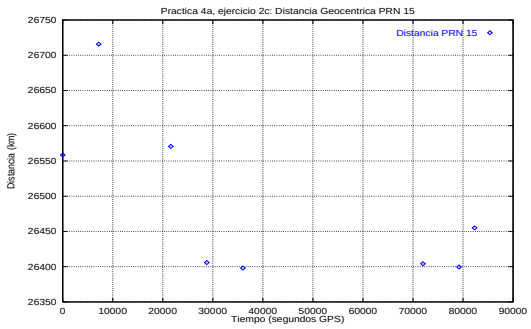


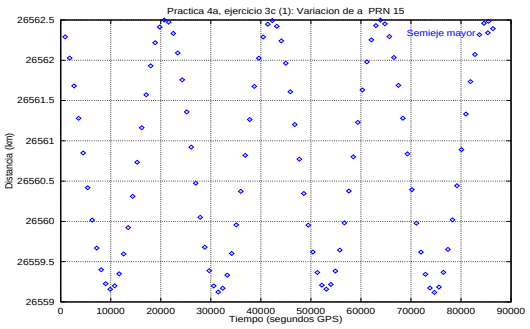


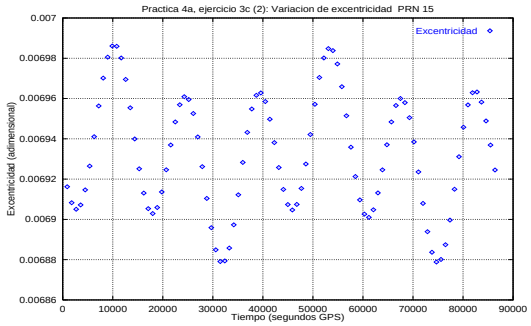


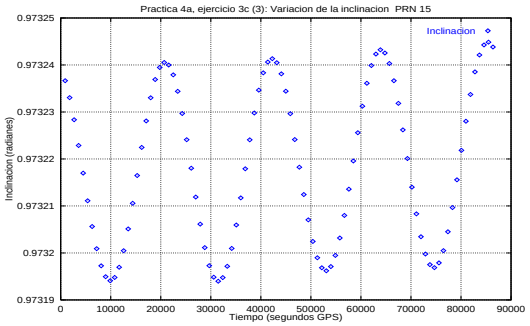


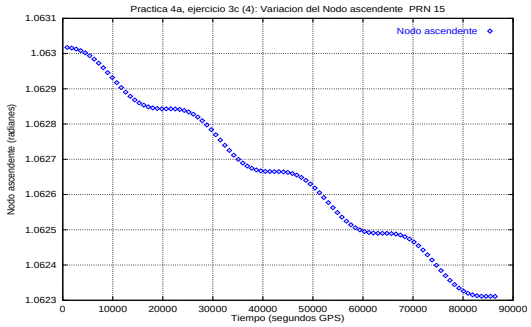
Gráficas Práctica 4a

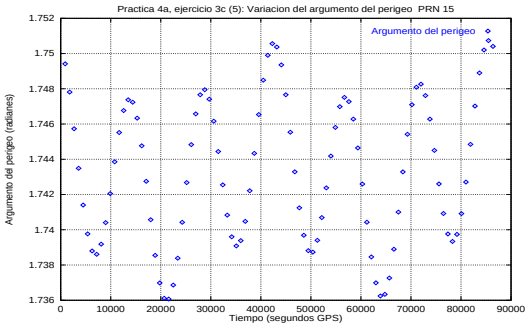


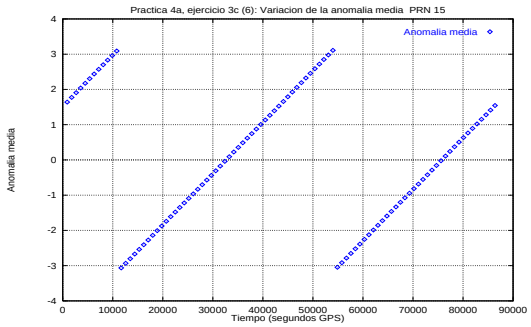


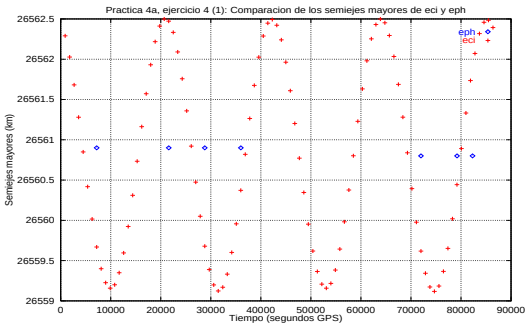

Practica 4a, ejercicio 3c (2): Variacion de excentricidad PRN 15
Excentricidad
Excentricidad (adimensional)
Tiempo (segundos GPS)

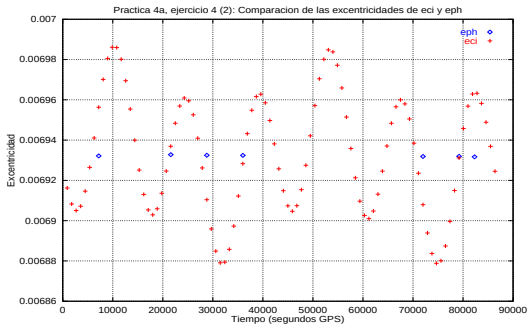

Practica 4a, ejercicio 3c (3): Variacion de la inclinacion PRN 15
Inclinacion
Inclinacion (radianes)
Tiempo (segundos GPS)

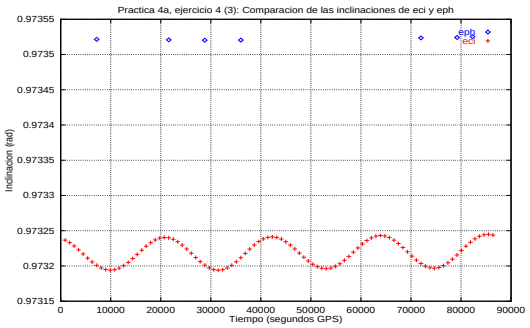

Practica 4a, ejercicio 3c (4): Variacion del Nodo ascendente PRN 15
Nodo ascendente
Nodo ascendente (radianes)
Tiempo (segundos GPS)

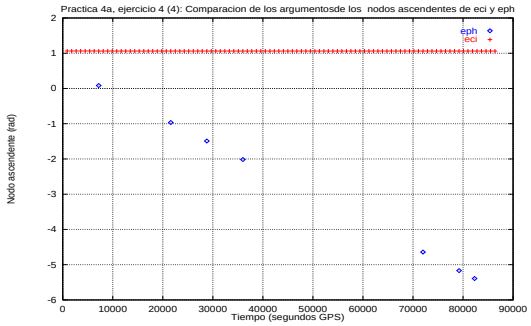

Practica 4a, ejercicio 3c (5): Variacion del argumento del perigeo PRN 15
Argumento del perigeo
Argumento del perigeo (radianes)
Tiempo (segundos GPS)

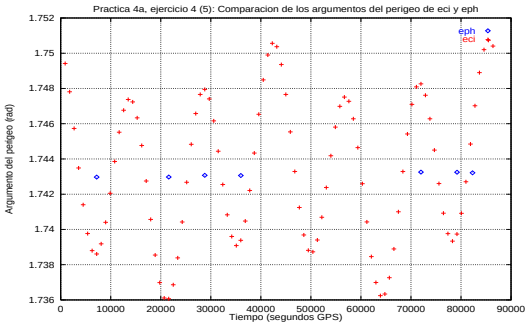

Practica 4a, ejercicio 3c (6): Variacion de la anomalia media PRN 15
Anomalia media
Anomalia media
Tiempo (segundos GPS)

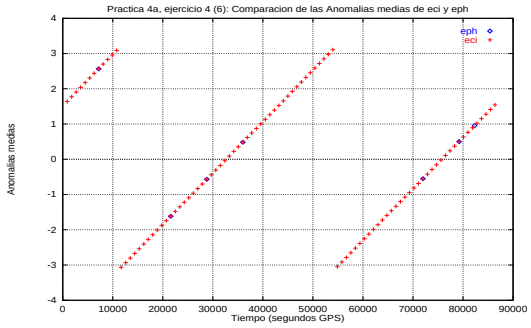

Practica 4a, ejercicio 4 (1): Comparacion de los semiejes mayores de eci y eph
eph
eci
Semiejes mayores (km)
Tiempo (segundos GPS)

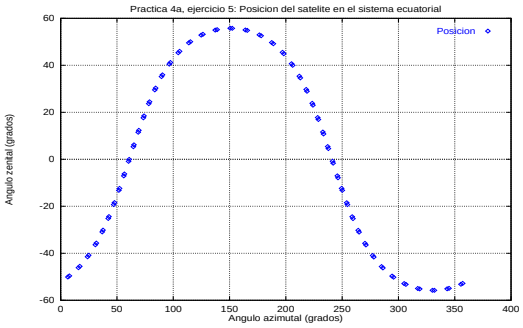

Practica 4a, ejercicio 4 (2): Comparacion de las excentricidades de eci y eph
eph
eci
Excentricidad
Tiempo (segundos GPS)

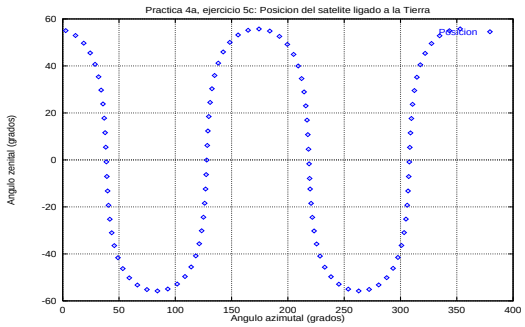

Practica 4a, ejercicio 4 (3): Comparacion de las inclinaciones de eci y eph
eph
eci
Inclinacion (rad)
Tiempo (segundos GPS)



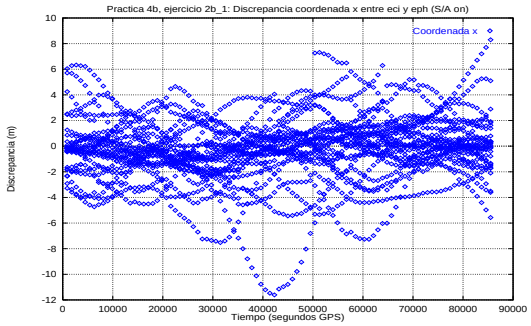


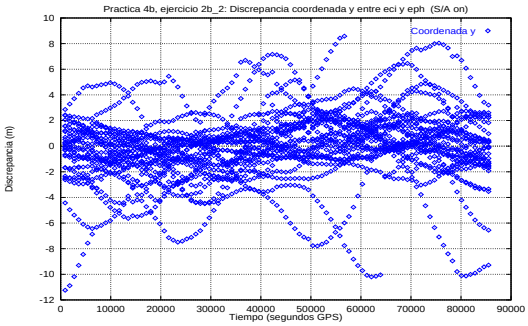


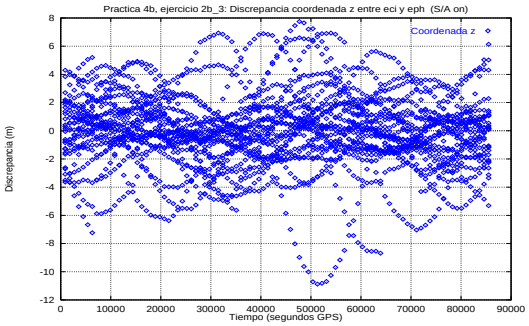


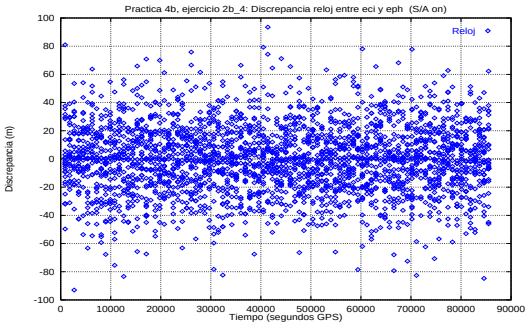


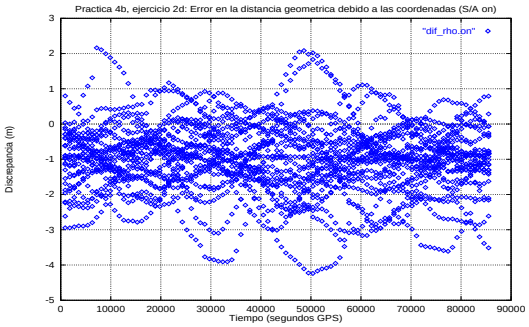
Gráficas Práctica 4b

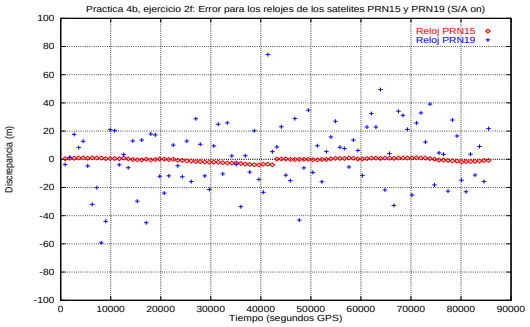


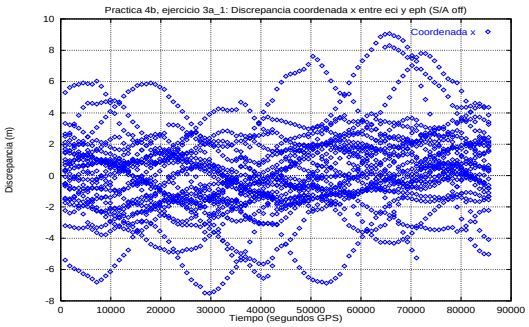


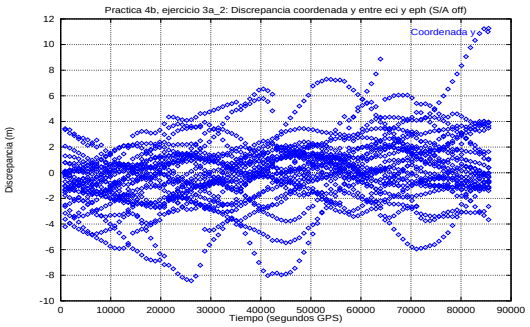

Practica 4b, ejercicio 2b_3: Discrepancia coordenada z entre eci y eph (S/A on)
Coordenada z
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

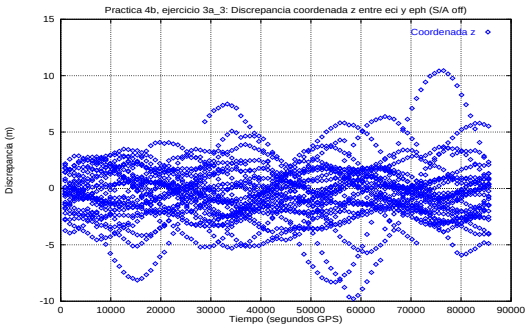

Practica 4b, ejercicio 2b_4: Discrepancia reloj entre eci y eph (S/A on)
Reloj
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

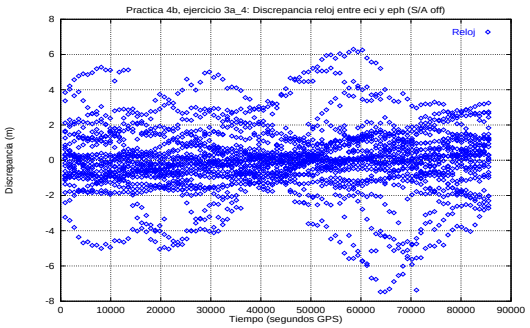

Practica 4b, ejercicio 2d: Error en la distancia geometrica debido a las coordenadas (S/A on)
"dif_rho.on"
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

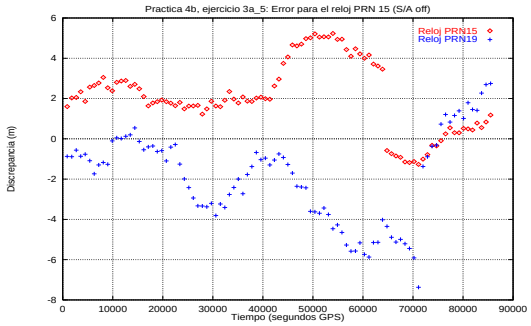

Practica 4b, ejercicio 2f: Error para los relojes de los satelites PRN15 y PRN19 (S/A on)
Reloj PRN15
Reloj PRN19
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

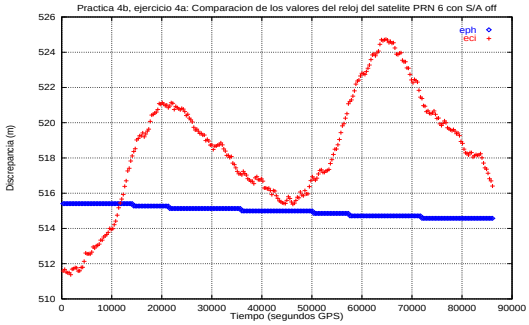

Practica 4b, ejercicio 3a_1: Discrepancia coordenada x entre eci y eph (S/A off)
Coordenada x
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

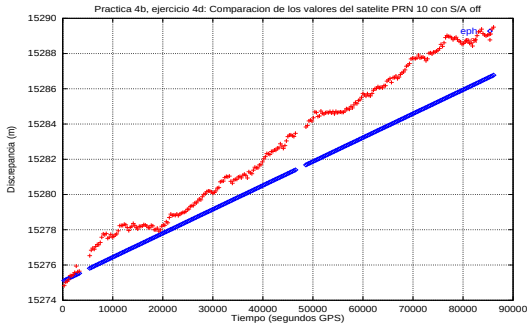

Practica 4b, ejercicio 3a_2: Discrepancia coordenada y entre eci y eph (S/A off)
Coordenada y
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

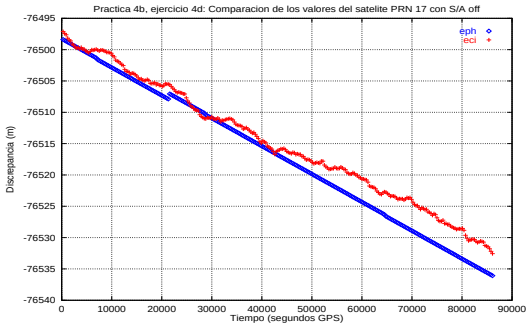

Practica 4b, ejercicio 3a_3: Discrepancia coordenada z entre eci y eph (S/A off)
Coordenada z
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

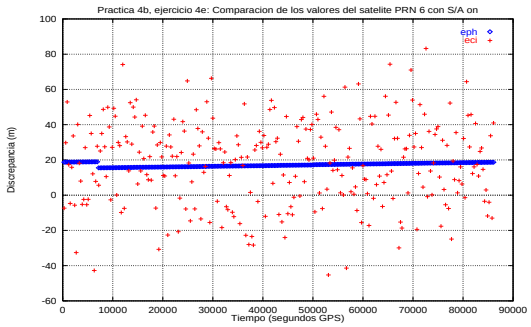

Practica 4b, ejercicio 3a_4: Discrepancia reloj entre eci y eph (S/A off)
Reloj
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

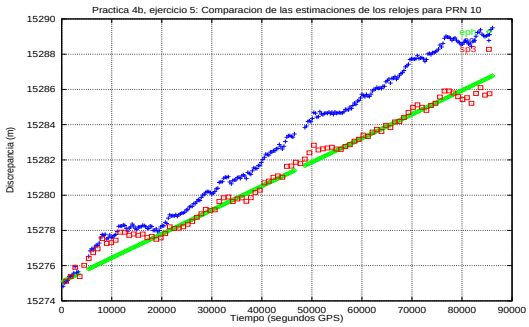

Practica 4b, ejercicio 3a_5: Error para el reloj PRN 15 (S/A off)
Reloj PRN15
Reloj PRN19
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

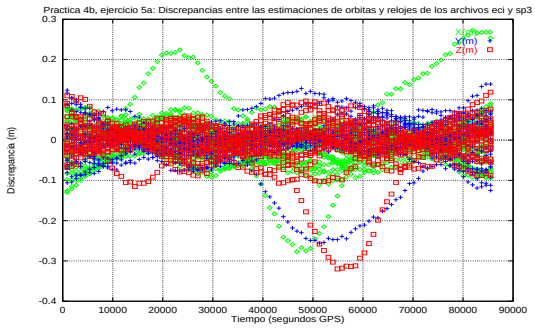

Practica 4b, ejercicio 4a: Comparacion de los valores del reloj del satelite PRN 6 con S/A off
eph
eci
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

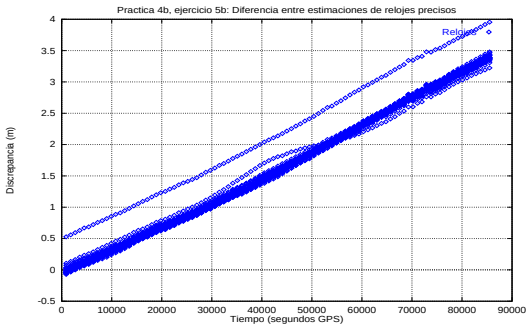

Practica 4b, ejercicio 4d: Comparacion de los valores del satelite PRN 10 con S/A off
eph
eci
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)


Practica 4b, ejercicio 4d: Comparacion de los valores del satelite PRN 17 con S/A off
eph
eci
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

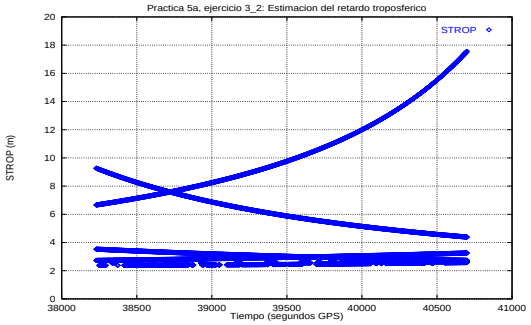

Practica 4b, ejercicio 4e: Comparacion de los valores del satelite PRN 6 con S/A on
eph
eci
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

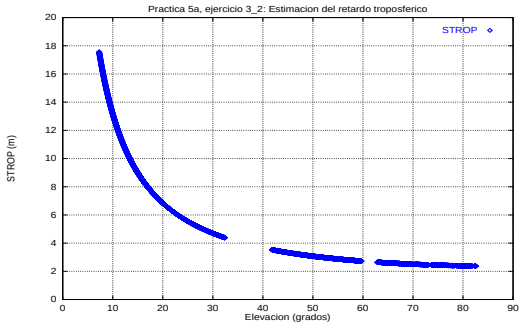

Practica 4b, ejercicio 5: Comparacion de las estimaciones de los relojes para PRN 10
eph
sp3
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

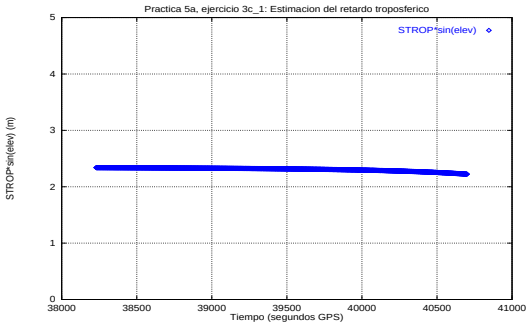

Practica 4b, ejercicio 5a: Discrepancias entre las estimaciones de orbitas y relojes de los archivos eci y sp3
X(m)
Y(m)
Z(m)
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

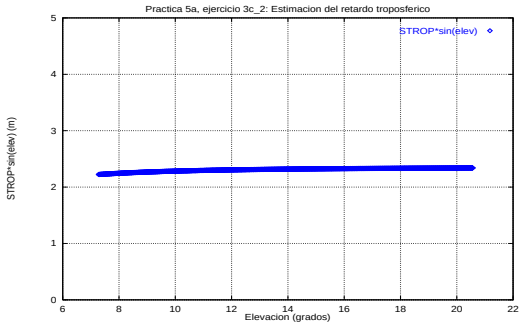

Practica 4b, ejercicio 5b: Diferencia entre estimaciones de relojes precisos
Reloj
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

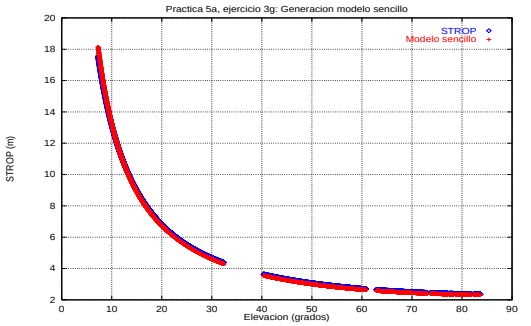
Gráficas Práctica 5a

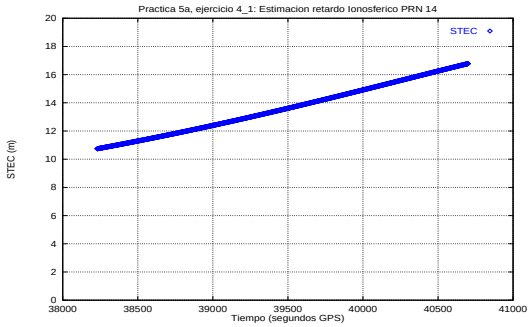


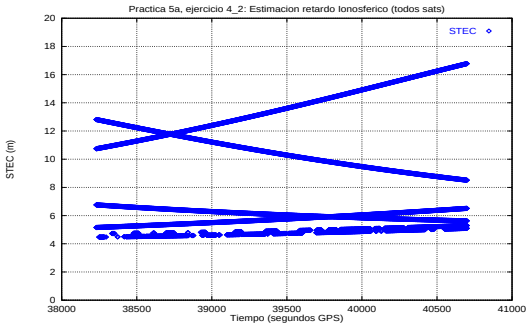


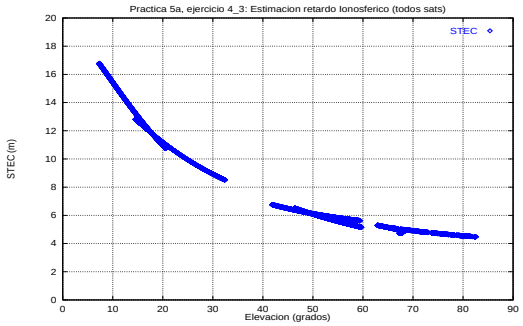


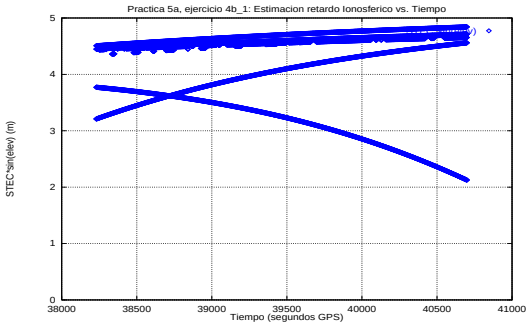


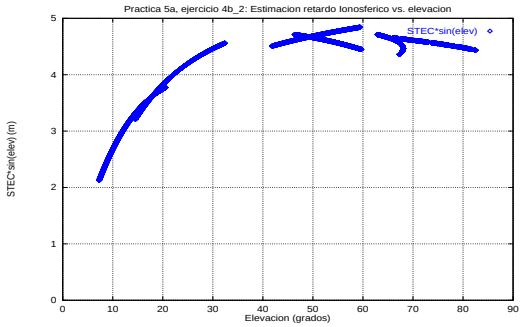


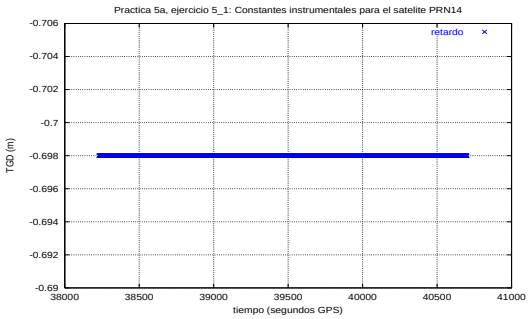


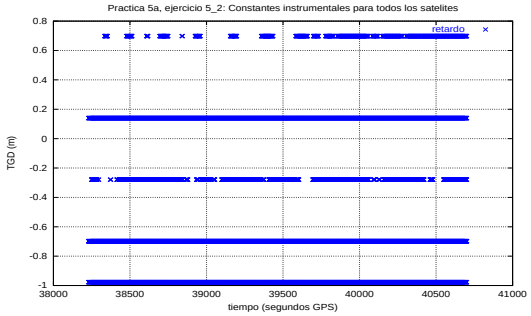


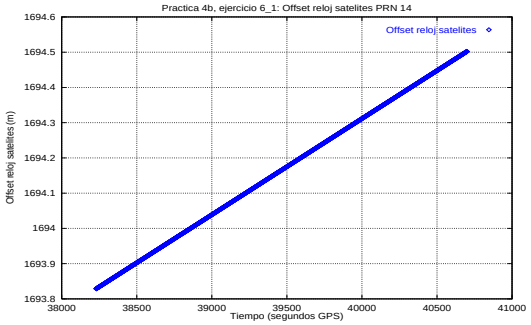

Practica 5a, ejercicio 4_3: Estimacion retardo Ionosferico (todos sats)
STEC
STEC (m)
Elevacion (grados)

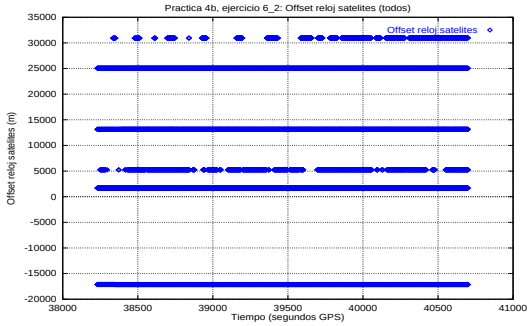

Practica 5a, ejercicio 4b_1: Estimacion retardo Ionosferico vs. Tiempo
STEC*sin(elev) (m)
Tiempo (segundos GPS)


Practica 5a, ejercicio 4b_2: Estimacion retardo Ionosferico vs. elevacion
STEC*sin(elev)
STEC*sin(elev) (m)
Elevacion (grados)

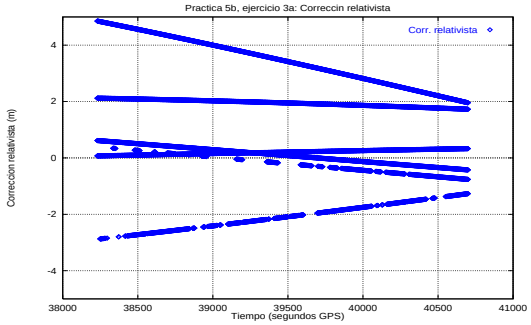

Practica 5a, ejercicio 5_1: Constantes instrumentales para el satelite PRN14
retardo
TGD (m)
tiempo (segundos GPS)

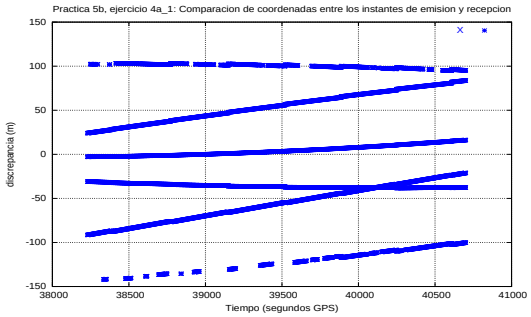

Practica 5a, ejercicio 5_2: Constantes instrumentales para todos los satelites
retardo
TGD (m)
tiempo (segundos GPS)

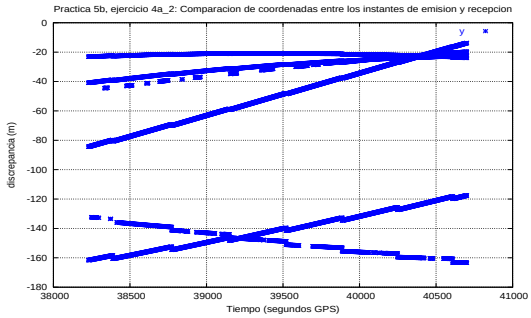

Practica 4b, ejercicio 6_1: Offset reloj satelites PRN 14
Offset reloj satelites
Offset reloj satelites (m)
Tiempo (segundos GPS)

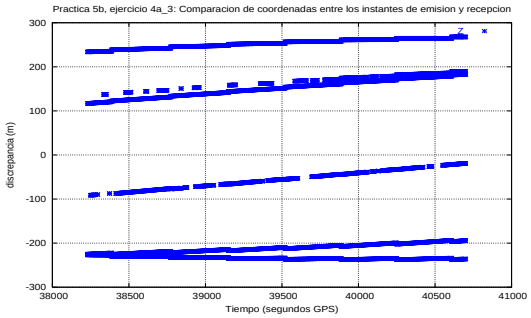

Practica 4b, ejercicio 6_2: Offset reloj satelites (todos)
Offset reloj satelites
Offset reloj satelites (m)
Tiempo (segundos GPS)

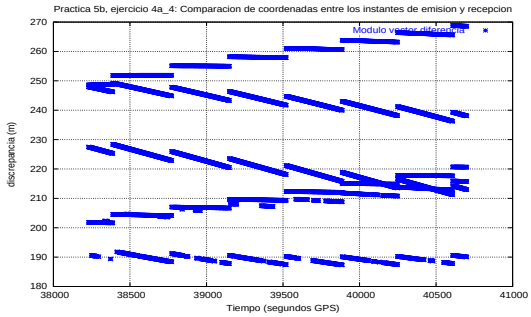
Gráficas Práctica 5b

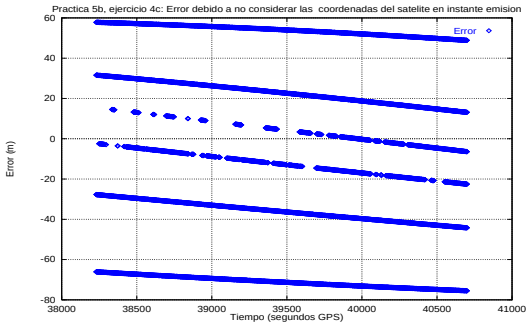


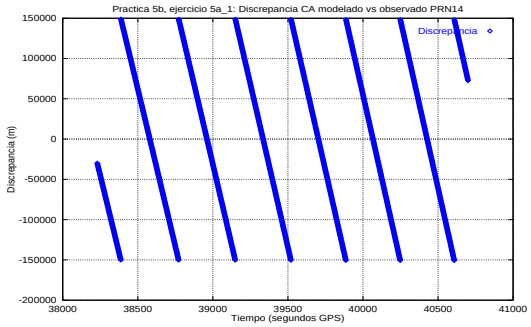


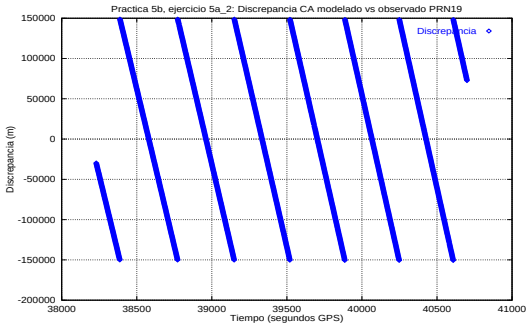


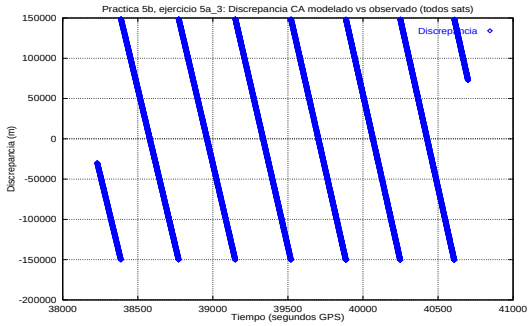


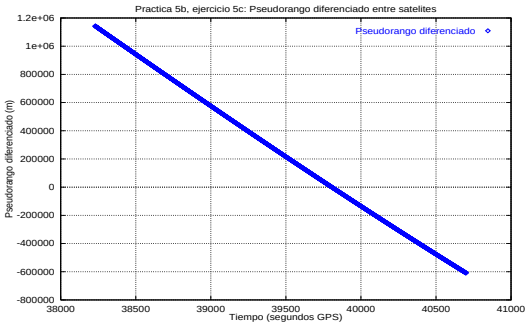


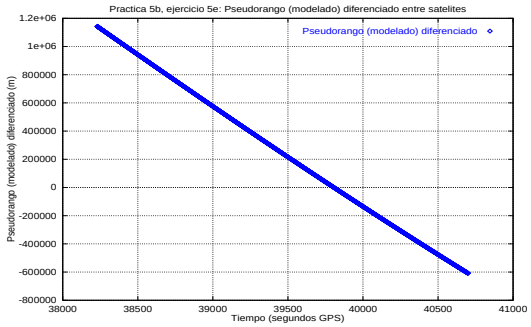


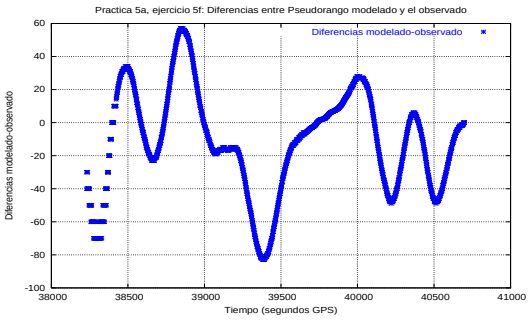




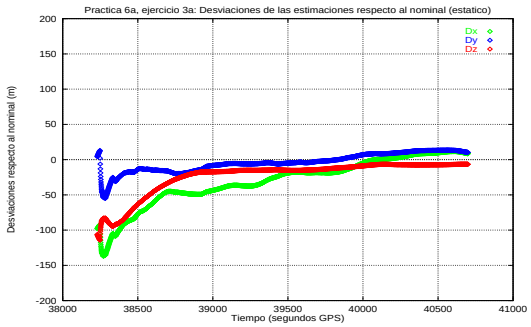


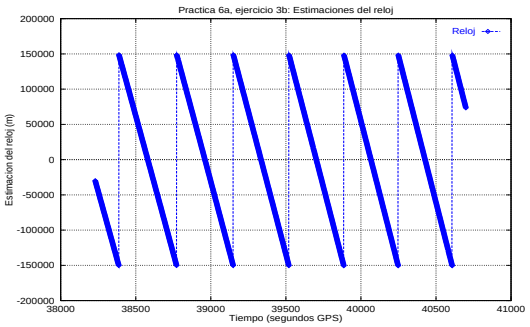


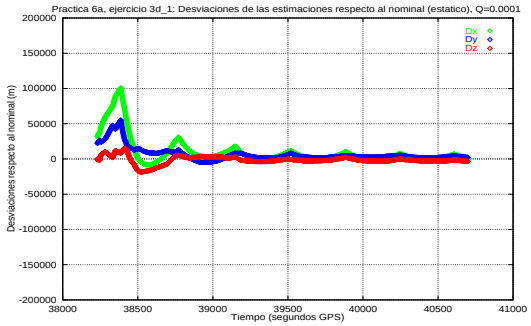


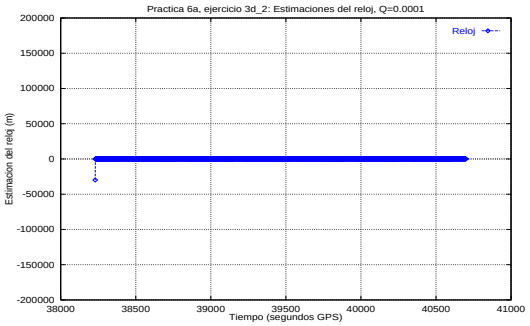


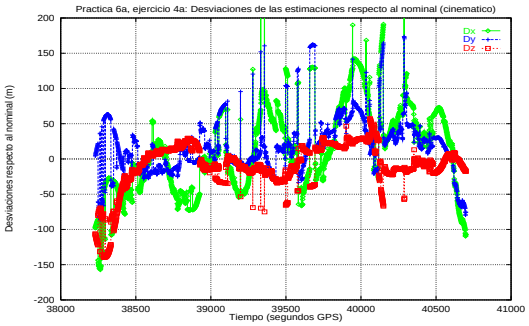
Gráficas Práctica 6a

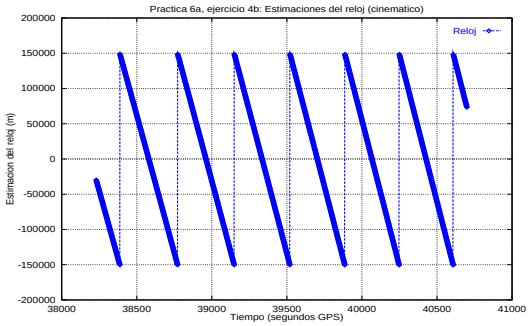


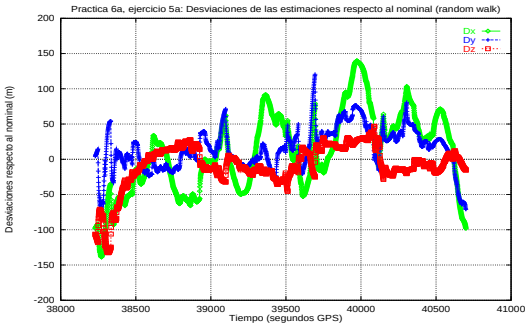


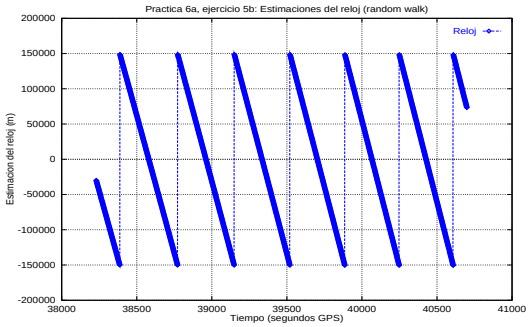


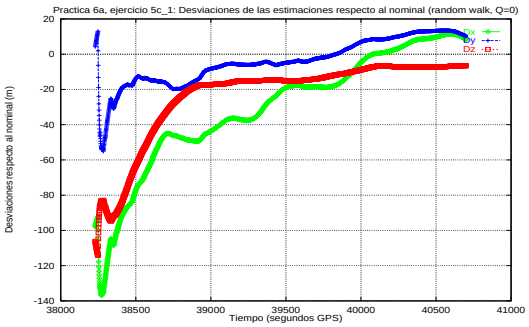


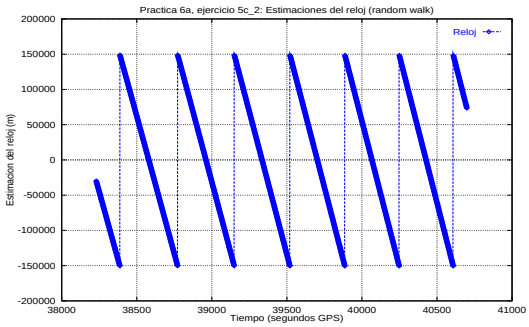

Practica 6a, ejercicio 4a: Desviaciones de las estimaciones respecto al nominal (cinematico)
Dx
Dy
Dz
Desviaciones respecto al nominal (m)
Tiempo (segundos GPS)

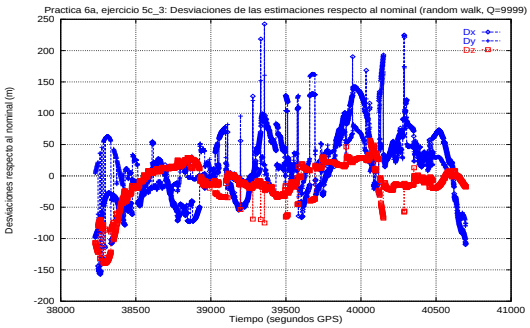

Practica 6a, ejercicio 4b: Estimaciones del reloj (cinematico)
Reloj
Estimacion del reloj (m)
Tiempo (segundos GPS)

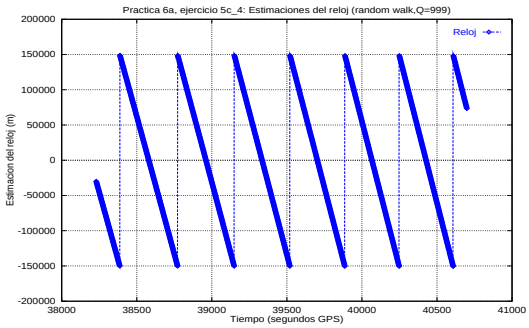

Practica 6a, ejercicio 5a: Desviaciones de las estimaciones respecto al nominal (random walk)
Dx
Dy
Dz
Desviaciones respecto al nominal (m)
Tiempo (segundos GPS)

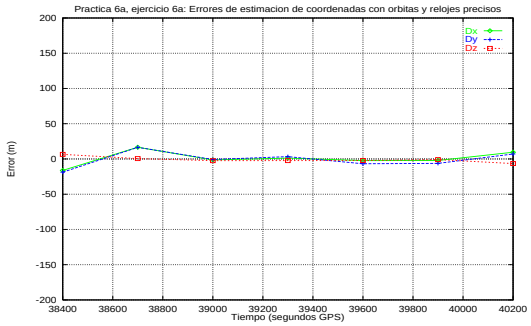

Practica 6a, ejercicio 5b: Estimaciones del reloj (random walk)
Reloj
Estimacion del reloj (m)
Tiempo (segundos GPS)

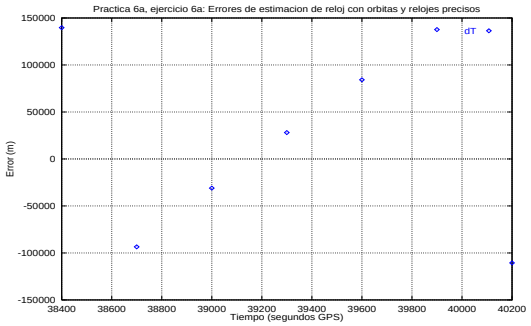

Practica 6a, ejercicio 5c_1: Desviaciones de las estimaciones respecto al nominal (random walk, Q=0)
Dx
Dy
Dz
Desviaciones respecto al nominal (m)
Tiempo (segundos GPS)

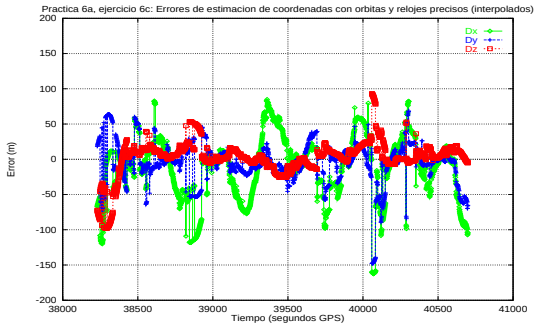

Practica 6a, ejercicio 5c_2: Estimaciones del reloj (random walk)
Reloj
Estimacion del reloj (m)
Tiempo (segundos GPS)

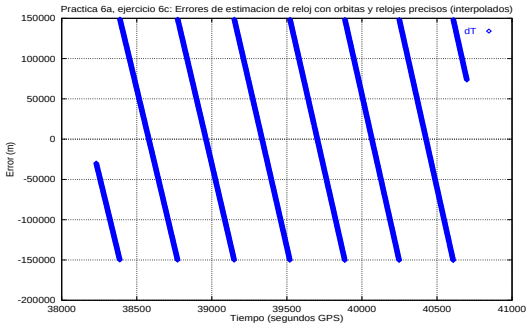

Practica 6a, ejercicio 5c_3: Desviaciones de las estimaciones respecto al nominal (random walk, Q=9999)
Dx
Dy
Dz
Desviaciones respecto al nominal (m)
Tiempo (segundos GPS)

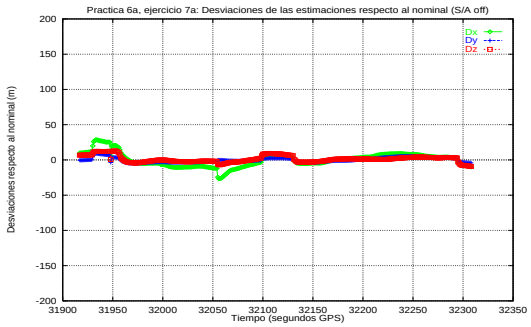

Practica 6a, ejercicio 5c_4: Estimaciones del reloj (random walk,Q=999)
Reloj
Estimacion del reloj (m)
Tiempo (segundos GPS)

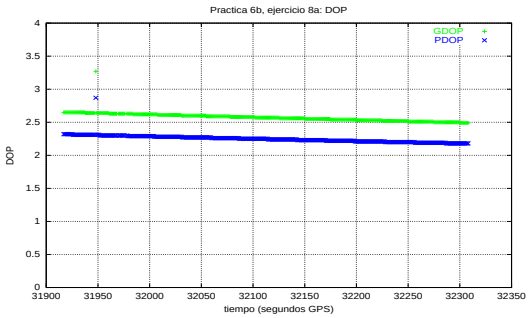

Practica 6a, ejercicio 6a: Errores de estimacion de coordenadas con orbitas y relojes precisos
Dx
Dy
Dz
Error (m)
Tiempo (segundos GPS)

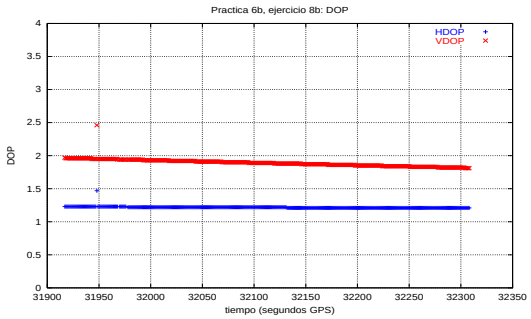

Practica 6a, ejercicio 6a: Errores de estimacion de reloj con orbitas y relojes precisos
dT
Error (m)
Tiempo (segundos GPS)


Practica 6a, ejercicio 6c: Errores de estimacion de coordenadas con orbitas y relojes precisos (interpolados)
Dx
Dy
Dz
Error (m)
Tiempo (segundos GPS)

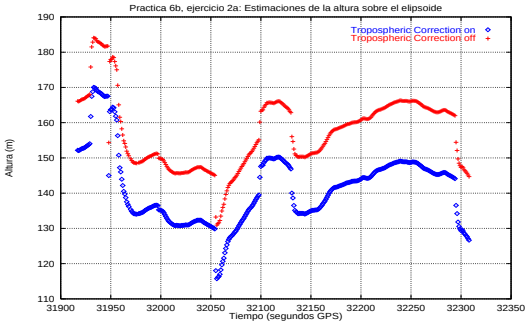

Practica 6a, ejercicio 6c: Errores de estimacion de reloj con orbitas y relojes precisos (interpolados)
dT
Error (m)
Tiempo (segundos GPS)

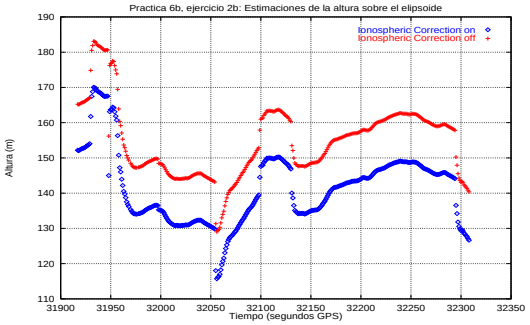

Practica 6a, ejercicio 7a: Desviaciones de las estimaciones respecto al nominal (S/A off)
Dx
Dy
Dz
Desviaciones respecto al nominal (m)
Tiempo (segundos GPS)

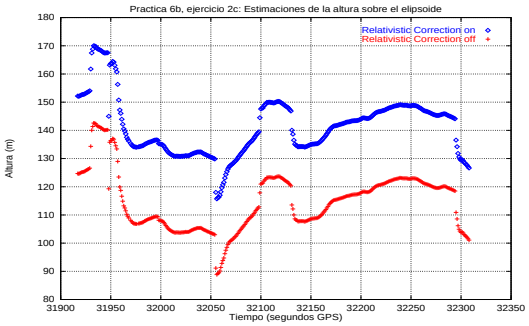

Practica 6b, ejercicio 8a: DOP
GDOP
PDOP
DOP
tiempo (segundos GPS)

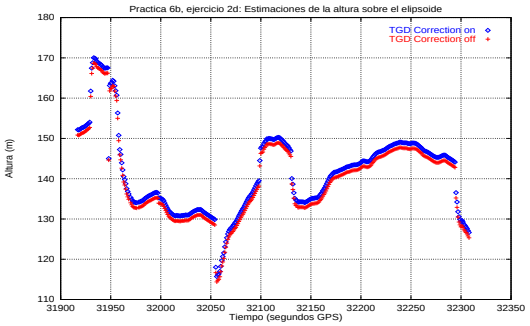

Practica 6b, ejercicio 8b: DOP
HDOP
VDOP
DOP
tiempo (segundos GPS)

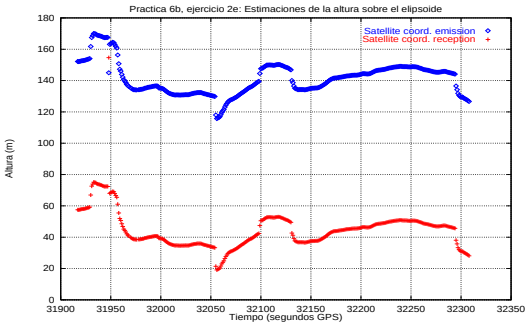
Gráficas Práctica 6b

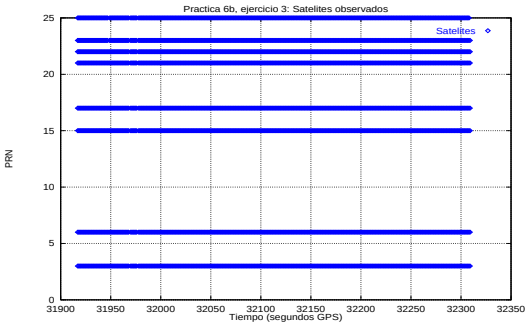


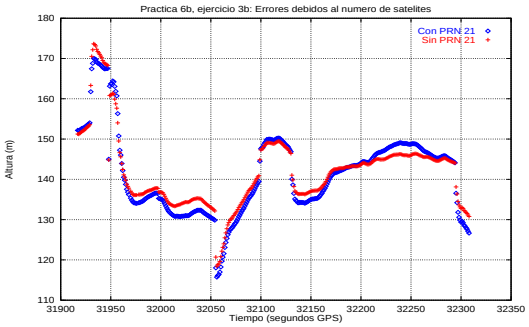


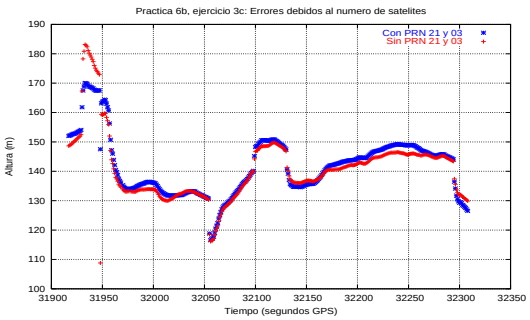


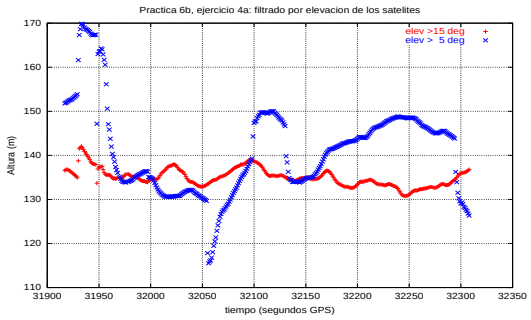


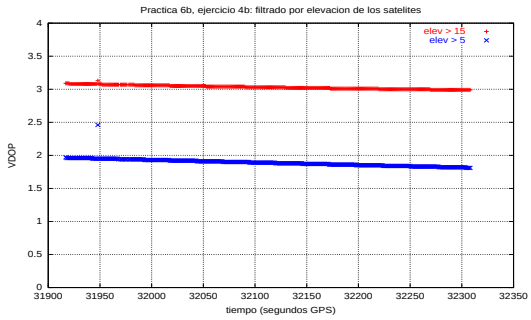


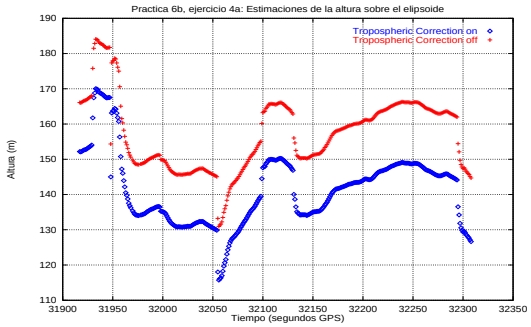


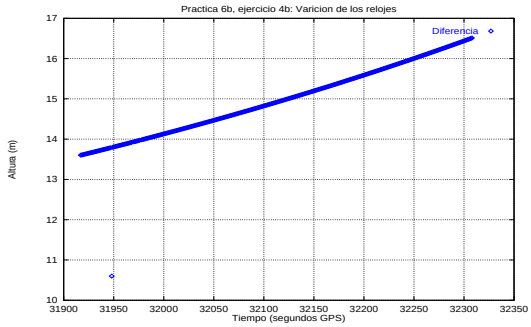


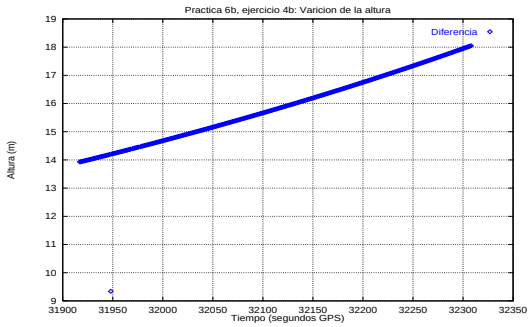


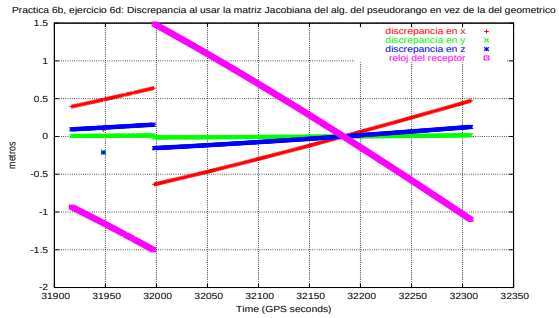

Practica 6b, ejercicio 4a: filtrado por elevacion de los satelites
elev >15 deg
elev > 5 deg
Altura (m)
tiempo (segundos GPS)


Practica 6b, ejercicio 4b: filtrado por elevacion de los satelites
elev > 15
elev > 5
VDOP
tiempo (segundos GPS)

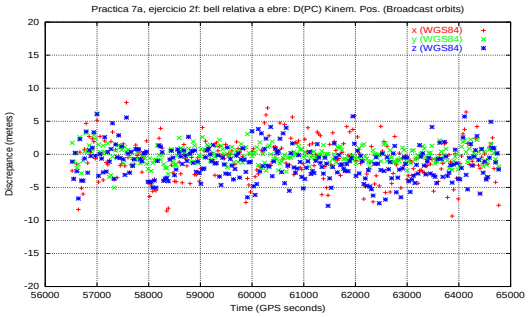

Practica 6b, ejercicio 4a: Estimaciones de la altura sobre el elipsoide
Tropospheric Correction on
Tropospheric Correction off
Altura (m)
Tiempo (segundos GPS)

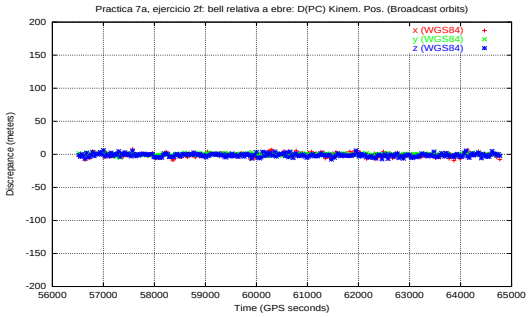

Practica 6b, ejercicio 4b: Varicion de los relojes
Diferencia
Altura (m)
Tiempo (segundos GPS)

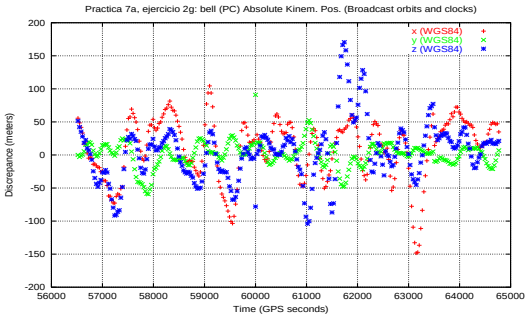

Practica 6b, ejercicio 4b: Varicion de la altura
Diferencia
Altura (m)
Tiempo (segundos GPS)

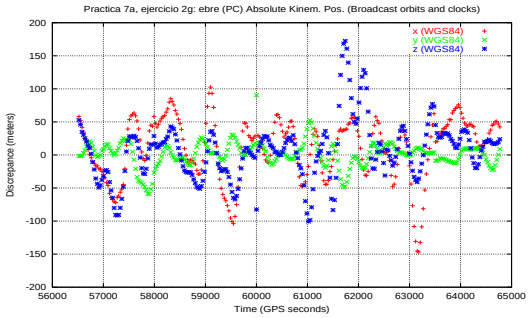

Practica 6b, ejercicio 6d: Discrepancia al usar la matriz Jacobiana del alg. del pseudorango en vez de la del geometrico
discrepancia en x
discrepancia en y
discrepancia en z
reloj del receptor
metros
Time (GPS seconds)

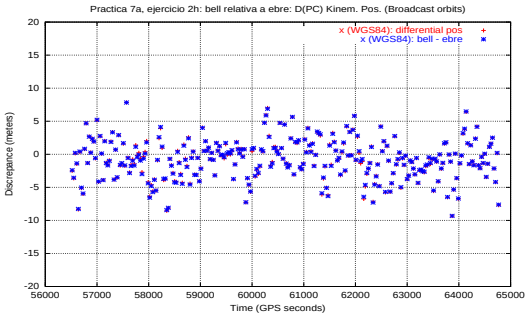
Gráficas Práctica 7a

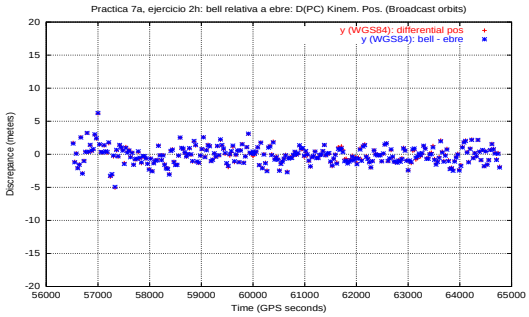


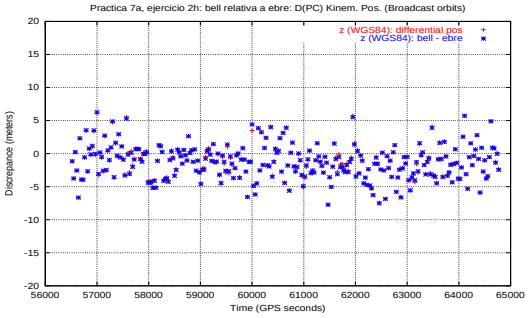


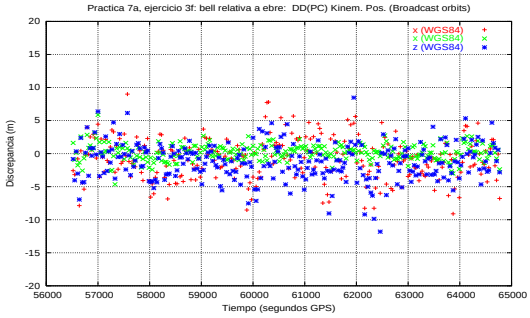


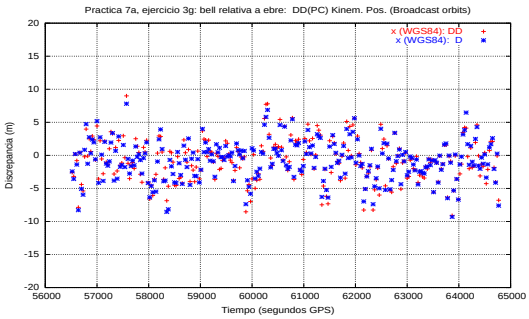


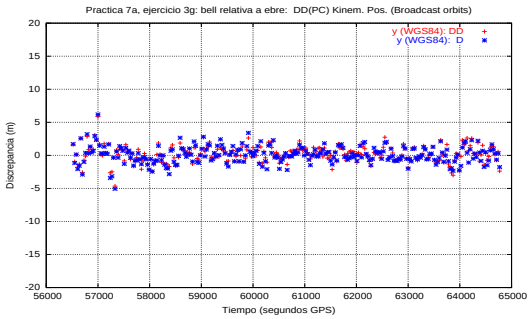


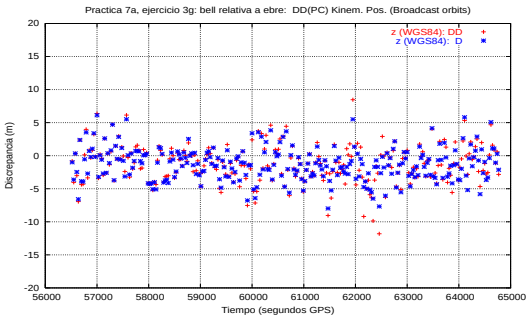


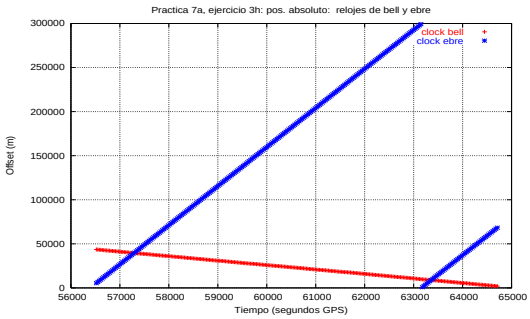


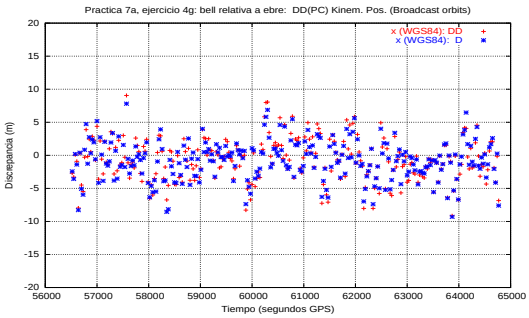


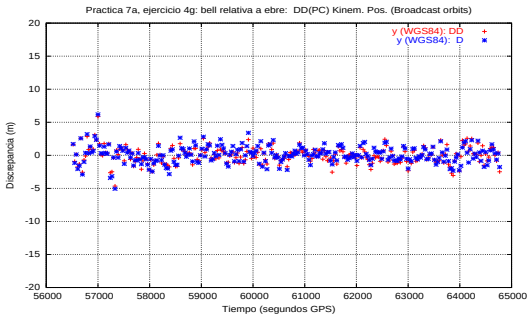

Practica 7a, ejercicio 3g: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
x (WGS84): DD
x (WGS84): D
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

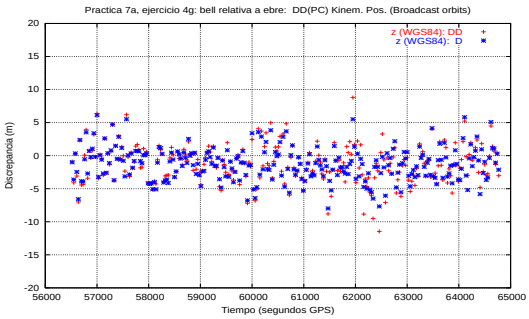

Practica 7a, ejercicio 3g: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
y (WGS84): DD
y (WGS84): D
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

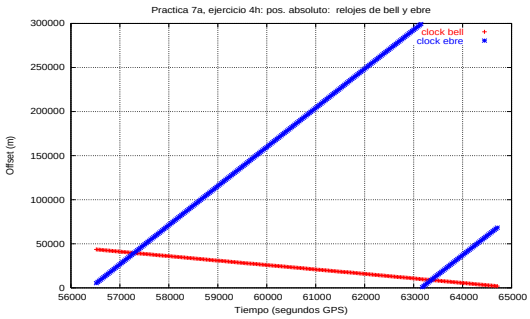

Practica 7a, ejercicio 3g: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
z (WGS84): DD
z (WGS84): D
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

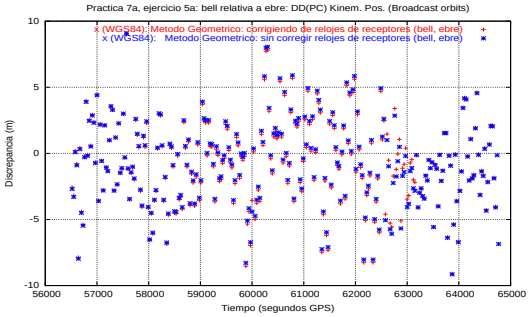

Practica 7a, ejercicio 3h: pos. absoluto: relojes de bell y ebre
clock bell
clock ebre
Offset (m)
Tiempo (segundos GPS)

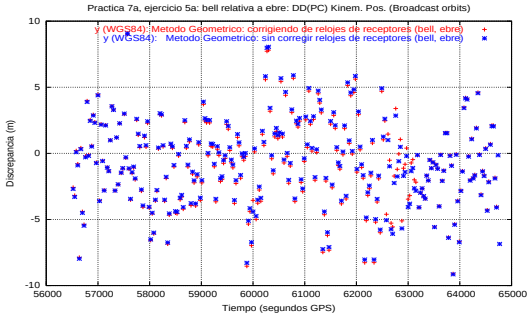

Practica 7a, ejercicio 4g: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
x (WGS84): DD
x (WGS84): D
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

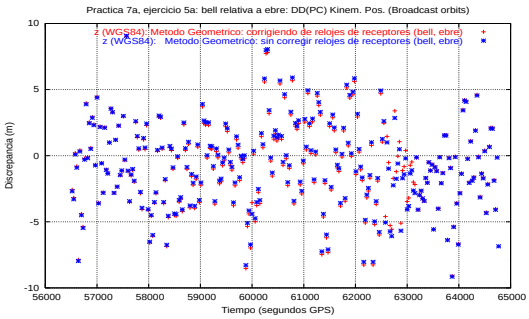

Practica 7a, ejercicio 4g: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
y (WGS84): DD
y (WGS84): D
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

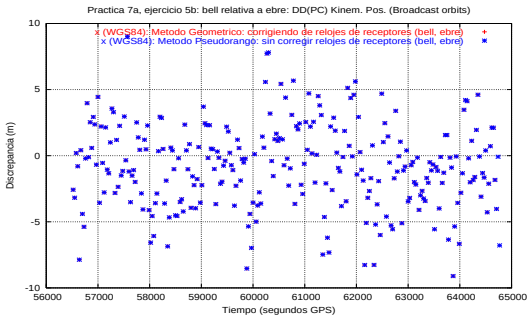

Practica 7a, ejercicio 4g: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
z (WGS84): DD
z (WGS84): D
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

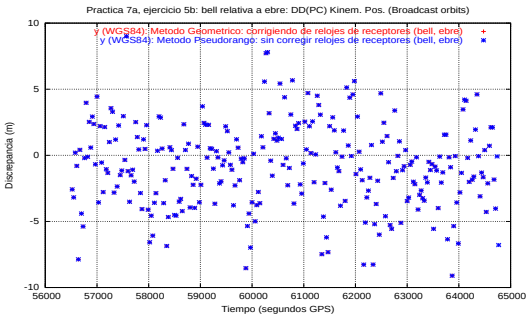

Practica 7a, ejercicio 4h: pos. absoluto: relojes de bell y ebre
clock bell
clock ebre
Offset (m)
Tiempo (segundos GPS)

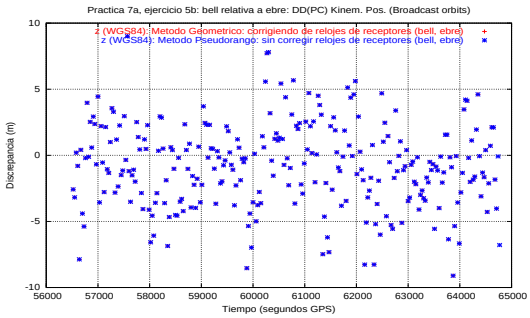

Practica 7a, ejercicio 5a: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
x (WGS84): Metodo Geometrico: corrigiendo de relojes de receptores (bell, ebre)
x (WGS84): Metodo Geometrico: sin corregir relojes de receptores (bell, ebre)
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)


Practica 7a, ejercicio 5a: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
y (WGS84): Metodo Geometrico: corrigiendo de relojes de receptores (bell, ebre)
y (WGS84): Metodo Geometrico: sin corregir relojes de receptores (bell, ebre)
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

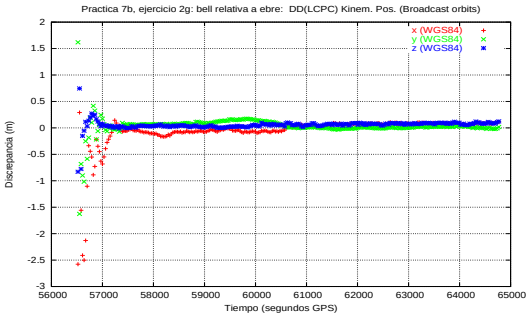

Practica 7a, ejercicio 5a: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
z (WGS84): Metodo Geometrico: corrigiendo de relojes de receptores (bell, ebre)
z (WGS84): Metodo Geometrico: sin corregir relojes de receptores (bell, ebre)
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

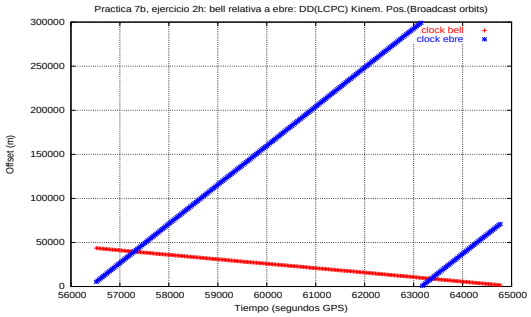

Practica 7a, ejercicio 5b: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
x (WGS84): Metodo Geometrico: corrigiendo de relojes de receptores (bell, ebre)
x (WGS84): Metodo Pseudorango: sin corregir relojes de receptores (bell, ebre)
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

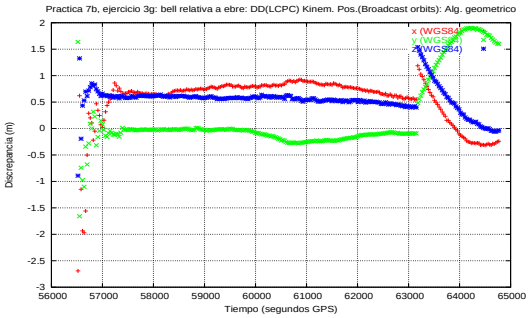

Practica 7a, ejercicio 5b: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
y (WGS84): Metodo Geometrico: corrigiendo de relojes de receptores (bell, ebre)
y (WGS84): Metodo Pseudorango: sin corregir relojes de receptores (bell, ebre)
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

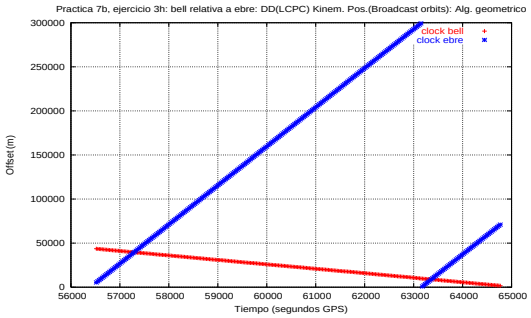

Practica 7a, ejercicio 5b: bell relativa a ebre: DD(PC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
z (WGS84): Metodo Geometrico: corrigiendo de relojes de receptores (bell, ebre)
z (WGS84): Metodo Pseudorango: sin corregir relojes de receptores (bell, ebre)
Discrepancia (m)
Tiempo (segundos GPS)

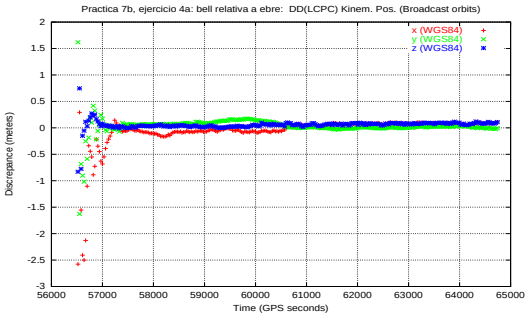
Gráficas Práctica 7b

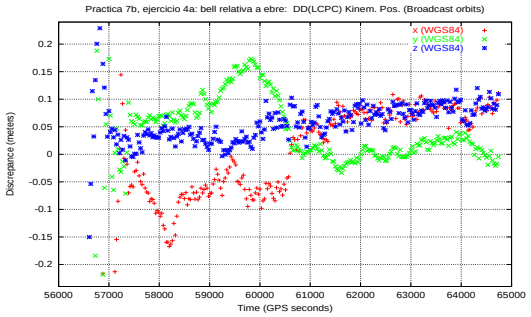


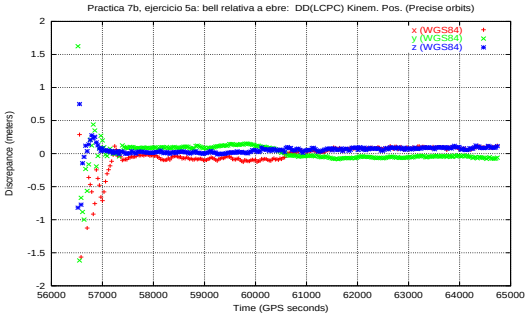


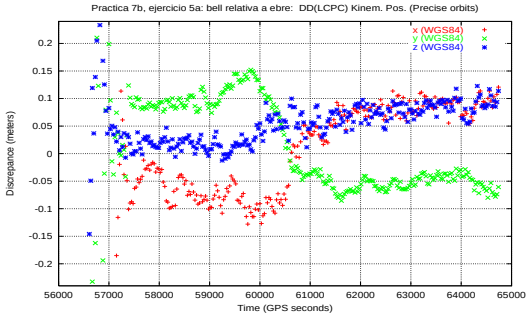


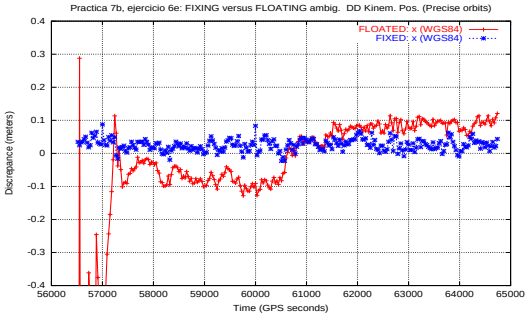


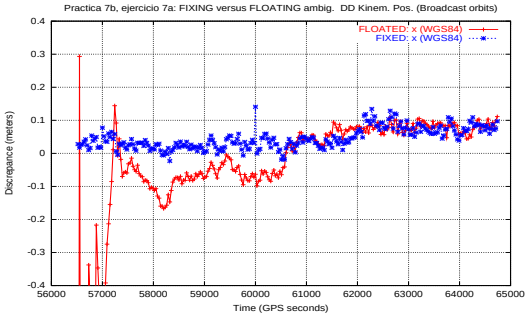


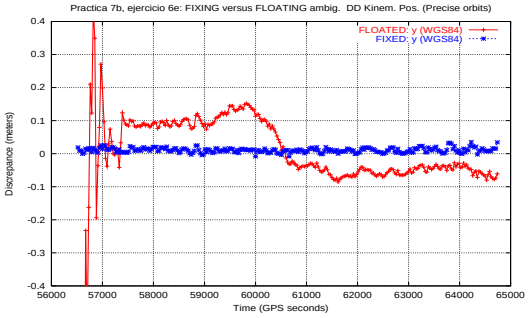


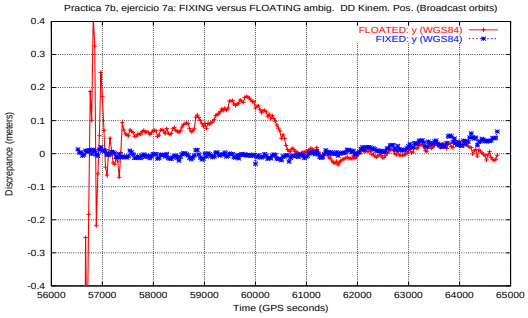


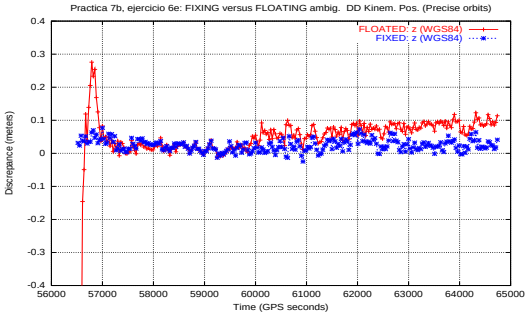


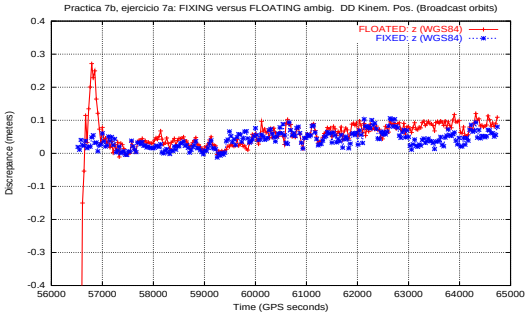

Practica 7b, ejercicio 6e: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Precise orbits)
FLOATED: x (WGS84)
FIXED: x (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)

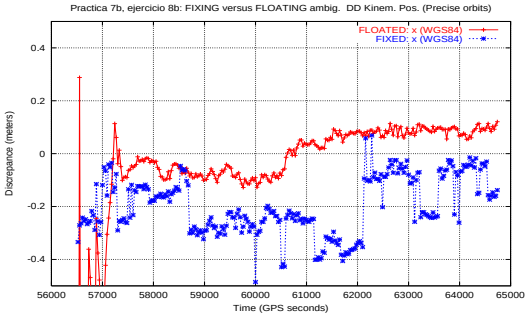

Practica 7b, ejercicio 7a: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
FLOATED: x (WGS84)
FIXED: x (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)

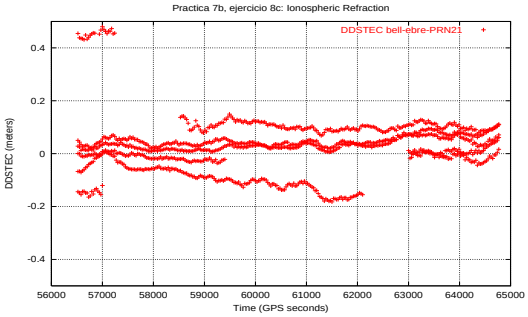

Practica 7b, ejercicio 6e: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Precise orbits)
FLOATED: y (WGS84)
FIXED: y (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)

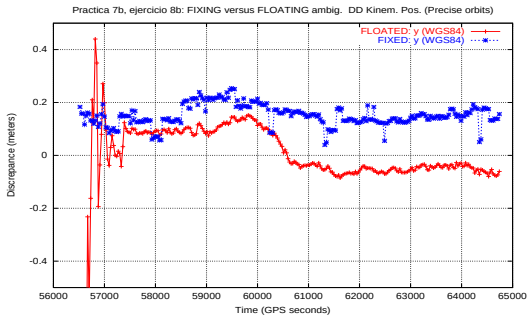

Practica 7b, ejercicio 7a: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
FLOATED: y (WGS84)
FIXED: y (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)

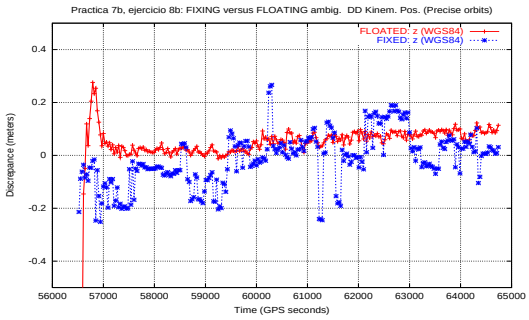

Practica 7b, ejercicio 6e: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Precise orbits)
FLOATED: z (WGS84)
FIXED: z (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)

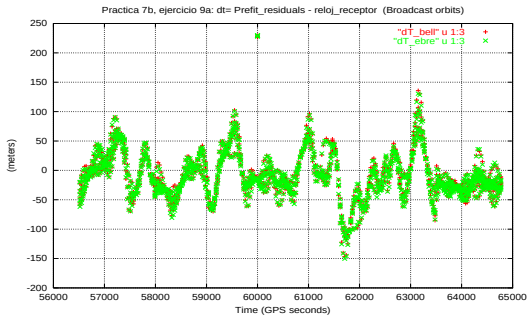

Practica 7b, ejercicio 7a: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
FLOATED: z (WGS84)
FIXED: z (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)

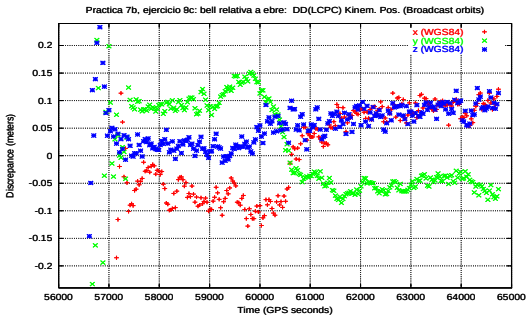

Practica 7b, ejercicio 8b: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Precise orbits)
FLOATED: x (WGS84)
FIXED: x (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)


Practica 7b, ejercicio 8c: Ionospheric Refraction
DDSTEC bell-ebre-PRN21
DDSTEC (meters)
Time (GPS seconds)


Practica 7b, ejercicio 8b: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Precise orbits)
FLOATED: y (WGS84)
FIXED: y (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)


Practica 7b, ejercicio 8b: FIXING versus FLOATING ambig. DD Kinem. Pos. (Precise orbits)
FLOATED: z (WGS84)
FIXED: z (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)


Practica 7b, ejercicio 9a: dt= Prefit_residuals - reloj_receptor (Broadcast orbits)
"dT_bell" u 1:3
"dT_ebre" u 1:3
(meters)
Time (GPS seconds)


Practica 7b, ejercicio 9c: bell relativa a ebre: DD(LCPC) Kinem. Pos. (Broadcast orbits)
x (WGS84)
y (WGS84)
z (WGS84)
Discrepance (meters)
Time (GPS seconds)

Soluciones a los ejercicios

Las soluciones a los ejercicios se proporcionan en una serie de blocs ASCII, que pueden recibirse por correo electrónico. Pueden solicitarse por e-mail a:

`jaume@ma4.upc.edu`

Estos blocs (`blocs_soluciones`) están organizados de manera que haciendo "`cut`" and "`paste`", se pueden ir ejecutando "cómodamente" las diferentes instrucciones de las prácticas.

El directorio `blocs_soluciones` también se encuentra también en el CDROM adjunto al libro, dentro del directorio `PDGPS`.

En dicho CDROM se proporcionan además:

- Una version ya instalada del software (`directorio PDGPS` del CDROM), con los programas y directorios ya dispuestos para la realización de las practicas del libro.
- Una versión para instalar con los códigos fuente de todos los programs (directorio `FUENTES_SOFTWARE` del CDROM), excepto el GCAT del que sólo se proporciona el ejecutable.

Instalación del software

El directorio `FUENTES_SOFTWARE` que se proporciona en el CDROM contiene el software del libro organizado según los siguientes subdirectorios:

- `README_install`: fichero con las instrucciones de instalación de los programas del libro.
- `instalar_soft`: este directorio contiene los códigos fuente de los programas, que deberán instalarse siguiendo las instrucciones del fichero README_install.
- `programas`: en este directorio se instalarán los ejecutables para las prácticas.
- `trabajo`: directorio (inicialmente vacío) en el que se realizarán las prácticas.

NOTA: en el directorio **PDGPS** se proporciona una version "ya instalada" del software, organizada según el esquema de deirectorios que se consideran en el libro (i.e., `ficheros`, `programas`, `trabajo`[127].).

Requisitos mínimos para la instalación del software

- Disponer de un PC (486 o superior, con 8Mb de memoria RAM y al menos 5Mb libres de memoria en el disco duro), provisto del sistema operativo LINUX y que pueda trabajar en modo gráfico –Xwindows–. Naturalmente, puesto que se facilita el código fuente, la instalación puede hacerse sobre cualquier otra plataforma UNIX.
- Tener instalados:
  - el compilador de FORTRAN `f77` (si se utiliza el compilador `g77` deberán modificarse el fichero `config` del directorio `subroutines` y el `Makefile` del directorio `programas` –bastará con sustituir la palabra `f77` por `g77`–)[128]

[127] El directorio `trabajo`, es donde se realizarán los ejercicios, y se encuentra inicialmente vacío

[128] Por otra parte, algunos compiladores de FORTRAN no reconocen las instrucciones `dsin, dcos, datan2, etc.`, específicas para trabajar en doble precisión. Si se da este caso, bastará sustituir dichas fucnciones por sus correspondiente `sin, cos, atan2, etc.` en el código fuente de los programas.

- los lenguajes: `awk` o `gawk` y `perl`
- el entorno de representación gráfica `gnuplot`

Tanto el compilador de FORTRAN, como los lenguajes de programción o el programa `gnuplot`, forman parte de cualquier distribución estándar de LINUX y, generalmente, suelen instalarse por defecto.

Para cualquier consulta o comentario, ponerse en contacto con:
`jaume@ma4.upc.edu`

Bibliografía

Libros

- Pratap Misra, Per Enge *Global Positioning System. Signals, Measurements, and Performancie*. Ganga Jamuna Press, 2004.
- P.J.G. Teunissen, A. Kleusberg (Eds.).*GPS for Geodesy*, Springer, 1998.
- M. Hernández-Pajares, JM. Juan, J. Sanz. *Tratamiento de datos GPS. Prácticas de laboratorio*. Coleción Aula Práctica. Ed. UPC, Barcelona, Spain, 1997.
- BW. Parkinson. *Global Positioning System: Theory and Applications. Vol. I y Vol. II*. Progress in Astronautics and Aeronautics. Vol 164. Published by the Institute of Aeronautics and Asstronautics, Inc., 1996.
- ED. Kaplan. *Understanding GPS: principles and applications*. Artech House, cop. 1996.
- AP. Giménez Lorenzo. *Guía Práctica para usuarios de UNIX system V*. Ed. Anaya (multimedia), 1995.
- A. Leick. *GPS Satellite Surveying*. Ed. Wiley-Interscience Publication, 1994.
- B. Hofmann-Wellenhof et al. *GPS, Theory and Practice*. Springer-Verlag. Wien, New York, 1994.
- G. Seeber. *Satellite Geodesy*. Walter de Gruyter. New York, 1993.
- D. Wells. *Guide to GPS Positioning*. Canadian GPS Associates, 1990.
- BW Kernighan, R. Pike. *Entorno de programación UNIX*. Ed. Prentice Hall Hispanoamericana, México, 1987.
- GJ. Bierman. *Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation*. Mathematics in Science and Engineering, Vol. 128. Academic Press, Newyork, 1977.

Documentos

- Standard Positioning Service Signal Specification(GPS/SPS-SS)
  `http://www.navcen.uscg.mil/gps/geninfo/`
- Interface Control Document (ICD-GPS-200c, 1997)
  `http://www.navcen.uscg.mil/gps/geninfo/`
- GIPSY OASIS-II, Mathematical description, 1986.

Artículos

- Hernández-Pajares, M., J. M. Juan, J. Sanz, A.Garca-Rodrguez, O. L. Colombo, 2004. Wide Area Real Time Kinematics with Galileo and GPS Signals. Institute of Navigation ION-GNSS'2004, Long Beach, CA, USA, September 2004 (Best Paper Award).
- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz, O.Colombo, 2003. Feasibility of Wide-Area Subdecimeter Navigation With GALILEO and Modernized GPS. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 41(9), pp. 2128-2131.
- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz, O.Colombo, 2003. Impact of real-time ionospheric determination on improving precise navigation with GALILEO and next-generation GPS. Navigation. Vol. 50(3) Fall 2003, pp. 205-218.
- Colombo O., Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz, 2002. Wide-Area, carrier-phase ambiguity resolution using a tomographic model of the Ionosphere. Navigation. Vol 49(1), pp. 61-69.
- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz and O. Colombo, 2002. Improving the real-time ionospheric determination from GPS sites at Very Long Distances over the Equator. Journal of Geophysical Research - Space Physics. Vol 107 (A10), pp. 1296 (2001JA009203).
- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz, O. Colombo, and H. van der Marel, 2001. A new strategy for real-time integrated water vapor determination in WADGPS networks. Geophysical Research Letters. Vol. 28, No. 17. pp. 3267-3270.
- Hernández-Pajares, J.M. Juan, J. Sanz, O. Colombo, 2001. Tomographic modelling of GNSS ionospheric corrections: Assessment and real-time applications. Proceedings of Institute of Navigation ION-GPS'2001, Salt-Lake, USA.

- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz, O. Colombo, 2000. Application of ionospheric tomography to real-time GPS carrier-phase ambiguities resolution, at scales of 400-1000 km and with high geomagnetic activity. Geophysical Research Letters. Vol. 27, No.13. pp. 2009-2012.

- O. Colombo, Hernández-Pajares M., Juan J.M., Sanz J., 2000. Ionospheric tomography helps resolve GPS ambiguities On The Fly at distances of hundreds of kilometers during increased geomagnetic activity. Proceedings of Position Location and Navigation Symposium (Plans 2000), USA.

- Hernández-Pajares M., Juan J.M., Sanz J., O. Colombo., 1999. Precise ionospheric determination and its application to real-time GPS ambiguity resolution. Proceedings of Institute of Navigation ION-GPS'1999. Nashville. USA.

- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz. New approaches in global ionospheric determination using ground GPS data. Journal of Atmospheric and Solar Terrestrial Physics. Vol 61, pp. 1237-1247, 1999.

- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz, O. Colombo. Colombo, Application of ionospheric tomography to real-time GPS carrier-phase ambiguities resolution, at scales of 400-1000 km, and with high geomagnetic activity, Geophysical Research Letters, 27, 2009-2012, 2000.

- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz, 1999. New approaches in global ionospheric determination using ground GPS data.. Journal of Atmospheric and Solar Terrestrial Physics. Vol. 61, pp. 1237-1247.

- Hernández-Pajares M., J.M. Juan, J. Sanz and J.G. Solé, 1998. Global observation of the ionospheric electronic response to solar events using ground and LEO GPS data. Journal of Geophysical Research-Space Physics, Vol 103, N. A9, pp. 20789-20796.

- Hernández-Pajares M.,Juan J.M., Sanz J., 1997. High resolution TEC monitoring method using permanent ground GPS receivers. Geophysical Research Letters, Vol. 24, N. 13, pp. 1643-1646.

- Hernández-Pajares M.,Juan J.M., Sanz J., 1997. Neural Network modeling of the Ionospheric Electron Content at Global Scale using GPS data. Radio Science, Vol 32, N. 3, pp. 1081-1089.

- Juan J.M., Rius A., Hernández-Pajares M., Sanz J., 1997. A Two-Layer model of the Ionosphere using Global Positioning System data. Geophysical Research Letters, Vol. 24, N. 4, pp. 393-396.

Referencias disponibles en el servidor `http://www.gage.es`.

Agradecimientos

Queremos agradecer la colaboración de Miquel García Fernández y Raul Orús Pérez, estudiantes de doctorado del grupo gAGE que han realizado parte del material gráfico de libro. Igualmente, a Carlos M. Díaz Vélez, que generó el embrión del GCAT, y otros programas para el entorno Xwindows, y a Xavier Inglés Rubinat y Cristina Albertín Fabián que han aportado varias figuras.

Los autores agradecerán cualquier comentario o sugerencia relativo a la mejora del contenido de este libro (dirigir la correspondencia a `jaume@ma4.upc.edu`).